

***Statistik zwischen Intuition, Didaktik und Kritik:
Kognitionswissenschaftliche Ansätze und Befunde
zur Repräsentation und Verarbeitung quantitativer Information
im statistischen Denken
unter besonderer Berücksichtigung ihrer Interdependenz
und der daraus resultierenden Implikationen
zur angewandten sozialwissenschaftlichen Statistik.***

Inauguraldissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

eines Doktors der Sozialwissenschaft der

Ruhr-Universität Bochum

- Fakultät für Sozialwissenschaft -

vorgelegt von

Dipl. Soz.-wiss. Ralf Sander

aus Bochum

Bochum im Dezember 2002

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Einleitung in die Forschungsfragestellung	1
1.1 Abgrenzung und Ziel der Arbeit	3
1.2 Aufbau und Struktur der Arbeit	5
2 Statistik und Kognition	9
2.1 Statistik als formale Hilfswissenschaft und angewandte Mathematik	9
2.1.1 Angewandte Statistik und die Mathematisierung von Wissenschaft	12
2.1.1.1 Die Anwendung von Mathematik in empirischen Wissenschaften	12
2.1.1.2 Reine und angewandte Mathematik und Statistik	15
2.1.2 Angewandte Statistik und empirische Sozialforschung	18
2.1.2.1 Die Systematik statistischen Arbeitens im Prozess empirischer Sozialforschung	18
2.1.2.2 Die Perspektive einer „Adaptiven Statistik“	23
2.2 Vorstellungsbilder in der historischen Genese statistischer Verfahren	25
2.2.1 Deskriptive Statistik	26
2.2.1.1 Mittelwerte als zusammenfassende Maße der zentralen Tendenz	28
2.2.1.2 Berücksichtigung von Variation und Streuung als Mittelwertkritik	33
2.2.1.3 Variabilitätsbetrachtungen als Eröffnung für Korrelationskonzepte	35
2.2.2 Die historische Genese von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen	38
2.2.2.1 Die Vorgeschichte: Belege erster Ideen und Begriffsbildungen	39
2.2.2.2 Höhepunkte und Rückschläge: Teilung, Erwartung und Inferenz	39
2.2.2.3 Statistische Erfahrung, Ursache und Inferenz	42
2.2.2.4 Axiomatisierung von Wahrscheinlichkeit als Rahmen	44
2.2.3 Konkurrierende theoretische Interpretationen von Wahrscheinlichkeiten	46
2.2.3.1 Die klassische Interpretation	48
2.2.3.2 Die frequentistische Interpretation	50
2.2.3.3 Die subjektivistische Interpretation	52
2.2.4 Induktive Statistik	54
2.2.4.1 Repräsentativität von Stichproben als intuitive Idee	55
2.2.4.2 Wahrscheinlichkeitskonzeptionen, Stichproben und Verteilungen	57
2.2.4.3 Induktivstatistisches Schätzen	59
2.2.4.4 Die Anfänge statistischer Inferenz als Hypothesentest	61
2.2.4.5 Schulen, Entwicklungslinien und Kontroversen zu induktivstatistischen Konzeptionen	62

2.3 Die Relevanz der kognitiven Verarbeitung statistischer Daten	66
2.3.1 Bei wissenschaftsinterner Verwertung	66
2.3.2 Bei wissenschaftsexterner Verwertung	71
2.4 Zur Kritik statistischer Verfahren und ihrer Anwendungen	76
2.4.1 Fundamentale und paradigmbezogene Statistikkritik	76
2.4.2 Konstruktive Statistikkritik	78
Zusammenfassung:	82
3 Die kognitionswissenschaftliche Betrachtung statistischen Denkens	83
3.1 Zum Begriff der Kognition auf der Grundlage von Wahrnehmung	83
3.2 Die Genese der Kognitionswissenschaft.	85
3.2.1 Die Emanzipation von der Philosophie über erfahrungswissenschaftliche Methoden	87
3.2.2 Die Psychologismusdebatte	89
3.2.3 Der Behaviorismus: Introspektion und Reduktionismus in der methodologischen Diskussion	92
3.2.4 Die kognitive Wende, der Konnektionismus und die künstliche Intelligenz	95
3.3 Paradigma in der Kognitionswissenschaft: Die Computertheorie des Geistes und ihre Interpretationen.	100
3.3.1 Die harte Interpretation: Computer und Geist sind typidentisch.	102
3.3.2 Die schwache Interpretation: Informationsverarbeitung als Metapher.	104
3.4 Dimensionen der Computertheorie des Geistes	105
3.4.1 Die Hardware-Dimension.	106
3.4.1.1 Der Informationsspeicher als Ort der Repräsentation und der Prozessor als Ort der Symbolverarbeitung von Information	107
3.4.1.2 Schemata und Modelle des menschlichen Informationsverarbeitungssystems	110
3.4.1.3 Das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz als Modell probabilistischen Denkens	111
3.4.2 Die Software-Dimension	115
3.4.2.1 Wissen und Information als symbolische Repräsentation	116
3.4.2.2 Denken als symbolische Informationsverarbeitung: Die Berechenbarkeit mit Programmen	117
3.5 Statistische Verfahren als Modell menschlichen Denkens	121
3.5.1 Die Entwicklung der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens	122
3.5.1.1 Der Mensch als intuitiver Statistiker	123

3.5.1.2 Der Mensch als fehlerbehafteter Statistiker	125
3.5.2 Die Vermischung von Abweichungen mit Rationalität	128
3.5.2.1 Zur Bedeutsamkeit einzelner Rationalitätsprinzipien	132
3.5.2.2 Zur Angemessenheit verwendeter Rationalitätsprinzipien	132
3.5.2.3 Erweiterung, Relativierung und Austausch von Rationalitätsprinzipien	132
3.6 Grenzen und Kritik zur Computertheorie des Geistes	133
3.6.1 In philosophischer Perspektive	135
3.6.2 In erkenntnistheoretischer und methodologischer Perspektive	137
3.6.3 In metamathematischer Perspektive	139
3.6.4 In kognitionspsychologischer Perspektive	144
3.6.5 In neurobiologischer Perspektive	145
4 Modalitäten der Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen	148
4.1 Information und Wissen	148
4.1.1 Zum Begriff der Information	148
4.1.1.1 Die statistische und damit syntaktische Definition von Information	149
4.1.1.2 Von der mathematischen Informationstheorie zur Mathematischen Psychologie	150
4.1.1.3 Der stetige Erweiterungsversuch	151
4.1.2 Der Begriff des Wissens	152
4.2 Formate und Codes der Repräsentation	155
4.2.1 Bildliche Repräsentation	157
4.2.2 Formale und abstrakte Repräsentation	158
4.2.2.1 Sprache und Repräsentationsformate	158
4.2.2.2 Numerische Information und ihr Repräsentationsformat	158
4.3 Die symbolische Repräsentation von Wissen	159
4.3.1 Semiotische Betrachtungsebene von Zeichen: Syntaktik, Semantik und Pragmatik	160
4.3.1.1 Die Ebene der Syntaktik	161
4.3.1.2 Die Ebene der Semantik	161
4.3.1.3 Die Ebene der Pragmatik	162
4.3.2 Semiotische Spezifikation mentaler symbolischer Repräsentationen	162
4.4 Die Repräsentationsspeicherung: Gedächtnis und Erinnern	164
4.4.1 Modelle und Ansätze zu Gedächtnis und Erinnern	164
4.4.1.1 Das Mehrspeichermodell: Kurz- und Langzeitgedächtnis	164
4.4.1.2 Modellkritik und neuere Gedächtnismodelle	165

4.4.2 Experimentelle Befunde zum Erinnern von Gedächtnisinhalten	167
4.4.3 Das Phänomen der Gedächtnistäuschungen	167
5 Die mentale Repräsentation von Mengen durch Zahlen als Abstraktion	169
5.1 Mengenbildung und Zuordnungen als konzeptionelle Grundlage	170
5.1.1 Die Mengenbildung von Objekten	170
5.1.2 Die Zuordnung von Objekten zueinander	171
5.2 Der Zahlenbegriff	172
5.2.1 Bedeutende Ansätze und Differenzierungen in der mathematischen Zahlentheorie	173
5.2.2 Kognitive Kriterien und Determinanten des Zahlenbegriffs	176
5.2.2.1 Das Prinzip der Abstraktion	177
5.2.2.2 Das Prinzip der Rekursivität und die Unendlichkeit	179
5.2.2.3 Das Prinzip der Kardinalität und die Ordinalität der Zahlen	179
5.3 Die Zahlenverwendung des Menschen als Messung	180
5.3.1 Zahlenverwendung als Abbildungsfunktion und Homomorphismus	182
5.3.2 Kognitive Skalenverwendung	184
5.3.2.1 Die Konzepte Nummerierung und Rang: Nominal- und ordinalskalierte Bezugnahmen	186
5.3.2.2 Das Konzept des Maßes und der Anzahl: quantitative Bezugnahmen	189
5.4 Der kulturelle und individuelle Erwerb von Zahlen und Arithmetik	192
5.4.1 Das Erbe der Evolution: Die biologische Basis der Zahlenverwendung	193
5.4.1.1 Ursprünge und Formen der Erfassung von Mengen	194
5.4.1.2 Unpräzise Kognition von Mengen ohne Zahlenverwendung und Mengengefühl	195
5.4.1.3 Das Gehirn als Zählmaschine: Evolutions- und verhaltensbiologische Befunde	196
5.4.2 Die Historiogenese der Zahl als kulturelle Evolution: Zahlensysteme als Kulturtechnik	200
5.4.2.1 Die erste Stufe der Abstraktion: Aggregat und Hilfsmenge	204
5.4.2.2 Sprachliches Zählen als symbolhafte Abfolge: Riten, Körperzahlen und Litaneien	206
5.4.2.3 Die Erfindung der schriftlichen Ziffern: Additive Zahlensysteme	208
5.4.2.4 Multiplikative Zahlensysteme: Das Stellenwertsystem und die Null.	213
5.4.2.5 Zahlen jenseits natürlicher Zahlen: rationale und irrationale Zahlen	217
5.4.2.6 Große Zahlen und Rangschwellen	220
5.4.2.7 Maße, Maßsysteme und Maßangaben	222
5.4.2.8 Verbundenheit von Zahlensystem, Arithmetik und Kognition	225

5.4.3 Die Ontogenese des Zahlenverständnisses: Der Erwerb dieser Kulturtechnik in der Sozialisation	231
5.4.3.1 Piagets klassische Theorie zum Zahlerwerb.	232
5.4.3.2 Neuere experimentelle Befunde und Ansätze	236
5.5 Ansätze und Befunde zum kognitiven Zahlenverständnis	239
5.5.1 Kognitionswissenschaftliche Ansätze zum Zahlenverständnis	240
5.5.1.1 Das modulare Modell	240
5.5.1.2 Der „Encoding Complex View“	241
5.5.2 Präzisierende Befunde zum kognitiven Zahlenverständnis	242
5.5.2.1 Der Größen-, Distanz- und Kongruitätseffekt	242
5.5.2.2 Zusammenfassung quantitativer Erfahrung und deskriptivstatistische Maßzahlen	244
5.5.2.3 Quantitative Erfahrung und Unsicherheit	245
5.6 Wahrscheinlichkeitsbasierte Formen von Unsicherheit und Information	245
5.6.1 Unvollständiges Wissen, Unsicherheit und Ambiguität	245
5.6.2 Zum mentalen Status von Unsicherheit	247
5.6.2.1 Interne versus externe Unsicherheit: Die Attribuierung	248
5.6.2.2 Unsicherheit versus Ambiguität: Der Typ fehlender Information	250
5.6.2.3 Singulär versus frequentistisch: Der Typ verwendeter Information	252
5.6.3. Zur mentalen Repräsentation von Unsicherheit: Natural sampling	253
6 Die mentale Informationsverarbeitung	256
6.1 Grundlegende Begriffe und Differenzierungen zur mentalen Informationsverarbeitung	256
6.1.1 Denken, Problemlösen und Schlussfolgern	256
6.1.2 Analytisches versus intuitives Denken	259
6.1.2.1 Der Theoriestatus von Intuition und dessen Gehalt	260
6.1.2.2 Differenzierungen zum Begriff der Intuition	262
6.1.3 Menschenbilder in der Kognitionswissenschaft	263
6.2 Die Frage nach der Betrachtungsweise menschlicher Informationsverarbeitung im statistischen Denken	265
6.2.1 Normative Modelle als gütebewertender Vergleich von Ist und Soll	266
6.2.2 Deskriptive Modelle als integrative Ergänzung und Kritik	271
6.3 Chronologie kognitionswissenschaftlicher Ansätze zum logischen und statistischen Denken	272
6.3.1 Theorie formaler Regeln des Urteilens und Schließens	273

6.3.2 Das Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“	274
6.3.2.1 Grundannahmen und Aussagen des Heuristik-Ansatzes	275
6.3.2.2 Kritik und Grenzen des Heuristik-Ansatzes	277
6.3.3 Die Theorie mentaler Modelle	279
6.3.3.1 Mentale Modelle und die Repräsentation von Information	280
6.3.3.2 Mentale Modelle in der Informationsverarbeitung	283
6.3.3.3 Grenzen und Kritik zum Theorieansatz mentaler Modelle	285
6.3.4 Die Theorie der Kognitiven Schemata	285
7 Exkurs: Deduktives Denken in der menschlichen Informationsverarbeitung	288
7.1 Der klassische Bereich der Logik	289
7.1.1 Logik und Kognitionswissenschaft	291
7.1.1.1 Die Logik in der Kognitionswissenschaft: Syllogismen	293
7.1.1.2 Die Logik und ihre selektive Anwendung in der Kognitionswissenschaft	296
7.1.2 Experimentelle Befunde in normativer Perspektive	299
7.1.2.1 Kognitiv problematische Konklusionen und Prämissen	300
7.1.2.2 Theoriegeleitete Befunde zum logischen Denken	303
7.1.2.3 Logikferne Faktoren im logischen Denken	307
7.1.3 Syntaktische und semantische Erklärungsansätze zum logischen Denken	308
7.1.3.1 Die Theorie der formalen Schlussfolgerungsregeln	310
7.1.3.2 Erklärungsansätze in der Perspektive des Heuristik- Ansatzes	311
7.1.3.3 Erklärungsansätze in der Perspektive der Theorie der mentalen Modelle	312
7.1.4.4 Erklärungsansätze in der Perspektive kognitiver Schemata	315
7.2 Sonstige Formen deduktiven Denkens	315
8 Induktives Denken in der menschlichen Informationsverarbeitung	318
8.1 Induktion und Wahrscheinlichkeit	319
8.1.1 Wahrscheinlichkeitsinterpretationen und Kognitionspsychologie	320
8.1.2 Subjektive Wahrscheinlichkeiten mit objektivem Bezug als wissenschaftlicher Forschungsgegenstand.	322
8.1.3 Statistische Verfahren und Inferenz unter Unsicherheit	323
8.2 Wahrscheinlichkeitsbezogene experimentelle Befunde in normativer Perspektive	324
8.2.1 Das Erkennen wahrscheinlichkeitsbezogener Situationen	326
8.2.1.1 Das Erkennen wahrscheinlichkeitsbezogener Einflüsse	326
8.2.1.2 Das Erkennen der Regression zur Mitte	327
8.2.2 Das Schätzen von subjektiven Wahrscheinlichkeiten	330

8.2.2.1 Fehlschlüsse aufgrund unzuverlässiger Information	330
8.2.2.2 Ungenügendes Anpassen	333
8.2.2.3 Die Verletzung der Konjunktionsregel	335
8.2.2.4 Das Antwortverhalten des „Overconfidence“	337
8.2.2.5 Das Antwortverhalten im „Hindsight Bias“ und der „Frequency-Validity-Effekt“	340
8.2.3 Das Ermitteln (prinzipiell) objektiver Wahrscheinlichkeiten	343
8.2.3.1 Wahrscheinlichkeitsschätzung konjunktiver und disjunktiver Ereignisse	344
8.2.3.2 Die Fehlvorstellung des Zufalls	346
8.2.3.3 Die Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen	348
8.2.3.4 Das Nichterkennen von Einflussfaktoren auf die Variabilität	351
8.2.3.5 Das Festhalten an Kausalzusammenhängen	354
8.2.4 Wahrscheinlichkeitsrevision im Lichte neuer Erfahrung: Das Theorem von Bayes	357
8.2.4.1 Das Theorem von Bayes: Interpretation und Anwendung	358
8.2.4.2 Erste experimentelle Befunde: Der Konservatismus	360
8.2.4.3 Das kognitive Phänomen der Bestätigungstendenz	367
8.2.4.4 Spätere experimentelle Befunde: Das Basisraten-Problem	372
8.2.4.5 Der Konversionsfehler als ergänzender Befund	377
8.2.4.6 Kognitive Strukturen bei Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben und Parameter der Fehlerreduktion	379
9 Theoretische Erklärungsansätze der Befunde zum statistischen Denken	384
9.1 Der Erklärungsansatz kognitiver „Heuristics And Biases“	385
9.1.1 Die Repräsentativitäts-Heuristik	386
9.1.1.1 Der Bias der Insensitivität gegenüber der Basisrate	388
9.1.1.2 Der Bias der Insensitivität gegenüber der Stichprobengröße	390
9.1.1.3 Der Bias falscher Vorstellungen von Zufallsmerkmalen	390
9.1.1.4 Der Bias der Unberücksichtigung der Regression zur Mitte	390
9.1.1.5 Der Bias zur Überschätzung der Wahrscheinlichkeit von Konjunktionen	391
9.1.2 Die Verfügbarkeits-Heuristik	391
9.1.2.1 Der Bias der Beeinflussung durch Plastizität	392
9.1.2.2 Der Bias der Beeinflussung durch Präsenz der Ereignisse	393
9.1.2.3 Der Bias der Tendenz einer illusionären Korrelation	393
9.1.3 Die Heuristik des Verankerns und Anpassens	393
9.1.3.1 Der Bias der Fehleinschätzung numerischer Größen	394
9.1.3.2 Der Bias der Verzerrung von Erinnerung und des „Overconfidence“	395
9.1.3.3 Der Bias fehlerhafter oder unzureichender Vorstellungen	396
9.1.4 Die Heuristik der Kausalität	396
9.1.5 Die Heuristik der Illusion von Kontrolle	396

9.1.6 Die Heuristik des konkreten Denkens	397
9.2 Der Erklärungsansatz der „Probabilistisch Mentalen Modell“ (PMM)	397
9.2.1 Die Theorie der „Probabilistisch Mentalen Modelle“ (PMM)	398
9.2.1.1 Das Linsenmodell von Brunswik als Ausgangspunkt	399
9.2.1.2 Das „Probabilistisch Mentale Modell“	402
9.2.1.3 Das Modell der „Cue-Validitäten“ im PMM	403
9.2.2 Kognitive Anwendung und kognitionswissenschaftliche Erklärung im Theorieansatz der PMM	405
9.2.2.1 Erklärung probabilistischer Entscheidungen unter der Bildung von Konfidenzurteilen im Ansatz der PMM	405
9.2.2.2 Die Kritik der PMM-Theorie an bestehende experimentelle Befunde und im Spiegel eigener experimenteller Befunde	406
10 Relevanz und praktische Bedeutung der kognitionswissenschaftlichen Ergebnisse und mögliche Einflussnahmen	410
10.1 Lösungsmöglichkeiten der normativen Befunde	410
10.1.1 Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf das herangezogene formale Modell	410
10.1.2 Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf die Adäquanz des formalen Modells	411
10.1.3 Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf die kognitiven Leistungen und mentalen Prozessen	412
10.2 Befunde zur praktischen Bedeutung der festgestellten Strukturen statistischen Denkens	414
10.3 Die Verbesserung statistischen Denkens	415
10.3.1. Ansätze zur Verbesserung statistischen Denkens	416
10.3.1.1 Die Strategie des Debiasing	416
10.3.1.2 Die didaktische Perspektive	417
10.3.2 Möglichkeiten und Grenzen von Debiasing und Didaktik	418
10.3.2.1 Der Reichweite	418
10.3.2.2 Die Effektivität	418
11 Zusammenfassung: Positionsbestimmung im Spiegel kognitionswissenschaftlicher Ergebnisse und anwendungsorientierte Implikationen	421
11.1 Statistik im Spiegel der Kognitionswissenschaft: Statistik zwischen Intuition, Didaktik und Kritik	421
11.1.1 Die scheinbar erschöpfende Betrachtung von Statistik als formalisierte Intuition	421

11.1.2 Die scheinbar erschöpfende Betrachtung von Statistik als didaktische Aufgabe	423
11.1.3 Die scheinbar erschöpfende Betrachtung von Statistik über Kritik	425
11.2 Anwendungsorientierte Implikationen: Aspekte der numerischen Darstellung statistischer Befunde	426
11.2.1 Aspekte in der numerischen Darstellung von Häufigkeiten	426
11.2.1.1 Der Aspekt des Zahlenformates	427
11.2.1.2 Der Aspekt der Lebens- und Erfahrungsnahe	427
11.2.1.3 Der Aspekt der Offenlegung des zugrundeliegenden Erhebungsverfahrens.	428
11.2.1.4 Der Aspekt der Verdeutlichung mengenbezogener Aussagen im Falle bedingter Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten	428
11.2.2 Aspekte bei der numerischen Darstellung der Ergebnisse einer Anwendung statistischer Verfahren	429
11.2.2.1 Der Aspekt der Verfahrenstransparenz und –offenlegung zur mathematischen Zahlenlogik der Verfahren	429
11.2.2.2 Der Aspekt der Verdeutlichung zugrundeliegender Modellvorstellungen in der Sachlogik der statistischen Verfahren	430
11.2.2.3 Der Aspekt der urteilsoffenen und unsicherheitsbewahrenden Präsentation der Ergebnisse statistischer Verfahren	430
12 Schlussbetrachtung und Ausblick	432
Literaturverzeichnis	434

Tabellenverzeichnis

Tab. 1: Anwendungsbezogene Darstellung statistischen Arbeitens	19
Tab. 2: Taxonomie der Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs	47
Tab. 3: Stichprobenfunktionen und Stichprobenverteilungen	60
Tab. 4: Fehlerhafte Testentscheidungen und Power eines Tests	63
Tab. 5: Überblick der Gegensätze zwischen Neyman/ Pearson und Fisher	64
Tab. 6: Dateninterpretation als Verbindung zwischen Theorie und Empirie	69
Tab. 7: Komponenten der Wissensbasis im Prozeß-Struktur-Modell	114
Tab. 8: Metamathematische Implikationen des Vergleichs Gehirn und Computer	143
Tab. 9: Klassifikation semantischer Modelle nach den Medien	154
Tab. 10: Repräsentationsdichotomie in Gegensatzpaaren	157
Tab. 11: Aspekte natürlicher Zahlen, Skalen, Messarten und Numeralkonstruktionen	186
Tab. 12: Taxonomie von empirischen subjektiven Wahrscheinlichkeitsurteilen	248
Tab. 13: Berechnung von Wahrscheinlichkeitsrevisionen im Natural Sampling	254
Tab. 14: Skizze einer Taxonomie des Denkens	257
Tab. 15: Problemlösungsstrategien am Beispiel einer Additionsaufgabe	258
Tab. 16: Attribute und Kennzeichen von intuitivem und analytischem Denken	259
Tab. 17: Schemarepräsentation „Haus“	286
Tab. 18: Syntax der Aussagenlogik	294
Tab. 19: Syntax der Syllogismen Modus Ponens und Modus Tollens	295
Tab. 20: Prozentuale Antwortverteilung bei acht konditionalen Syllogismen	301
Tab. 21: Prozentuale Häufigkeiten zu sechs Klassen invalider Syllogismen	306
Tab. 22: Antwortverteilung und Begründung zum Erkennen wahrscheinlichkeitsbezogener Einflüsse	327
Tab. 23: Antwortverteilung und Begründung zum Erkennen der Regression zur Mitte	329
Tab. 24: Antwortverteilung und Begründung zu Fehlschlüssen aufgrund unzuverlässiger Information	331
Tab. 25: Mittlere geschätzte prozentuale Häufigkeit von in ihrer Schwere variierenden Nebenwirkungen in Abhängigkeit zum verbalen Häufigkeitsausdruck	333
Tab. 26: Antwortverteilung und Begründung zu Fehlschlüssen aufgrund ungenügenden Anpassens	334
Tab. 27: Antwortverteilung und Begründung zur Verletzung der Konjunktionsregel	336
Tab. 28: Antwortverteilung und Begründung zur Wahrscheinlichkeitsschätzung konjunktiver und disjunktiver Ereignisse	345
Tab. 29: Antwortverteilung und Begründung zur Fehlvorstellung des Zufalls	347
Tab. 30: Antwortverteilung und Begründung zur Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen	350
Tab. 31: Antwortverteilung und Begründung zum Nichterkennen von Einflussfaktoren auf die Variabilität	353
Tab. 32: Aufgabenvarianten zum Nichterkennen von Einflussfaktoren auf die Variabilität	354
Tab. 33: Antwortverteilung und Begründung zum Festhalten an Kausalzusammenhängen	356

Tab. 34: Gegenüberstellung der Berechnung nach Bayes bei der Darstellung als natürliche Häufigkeiten und als Wahrscheinlichkeiten

382

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Empirische Forschung als iterativer Prozeß	22
Abb. 2: Wechselwirkung zwischen Theorie- und Modellbildung und statistischer Datenanalyse	23
Abb. 3: Verbindungen zwischen den Kognitionswissenschaften	86
Abb. 4: Die starke These des Informationsverarbeitungsparadigmas	103
Abb. 5: Die schwache These des Informationsverarbeitungsparadigmas	104
Abb. 6: Die Computerarchitektur	108
Abb. 7: Das Multispeichermodell	109
Abb. 8: Das menschliche „Informationsverarbeitungssystem“	110
Abb. 9: Das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz zur kognitiven Verarbeitung probabilistischer Information	112
Abb. 10: Die Theorien des Mentalen	136
Abb. 11: Die Repräsentation als triadische Zeichenrelation	163
Abb. 12: Die Wahrscheinlichkeitsleiter bzw. –treppe zur Verbindung von verbalem und numerischem Ausdruck	247
Abb. 13: Varianten von Unsicherheit	249
Abb. 14: Die Wirklichkeit und mentale Modellbildung	281
Abb. 15: Das Linsenmodell von Brunswik	400
Abb. 16: Das Dreiecksverhältnis der Probabilistisch Mentalen Modelle (PMM)	407

1 Einleitung in die Forschungsfragestellung

In der Betrachtung der fachwissenschaftlichen Diskussion zur Anwendung statistischer Methoden und der Darstellung daraus hervorgehender statistischer Daten ist seit einigen Jahren zu beobachten, dass, ausgehend von der bekannten Kritik zur konzeptionellen Inkonsistenz induktivstatistischer Methoden und ihrer Inhomogenität bezüglich wissenschaftstheoretischen und methodologischen Konzepten der Falsifikation und Bewährung, die Forderung erhoben wird, die aus der Perspektive dieser Kritik ausgemachte, unbegründete mechanische Anwendung und Vermittlung „statistischer Rituale“ durch eine verstärkte Betonung „statistischen Denkens“ zu ersetzen (Stegmüller 1973b: 1; Gigerenzer 1998b; 1999).

Diese zunächst auf den wissenschaftsinternen Verwertungskontext bezogene Kritik wird flankiert durch eine mittlerweile umfangreiche Anzahl zum Teil überaus erfolgreicher Publikationen, die unter der Zielsetzung eines leichteren Verständnisses statistischer Betrachtungen ebenfalls „statistisches Denken“ zum Gegenstand haben, ohne jedoch direkt darauf Bezug zu nehmen und dieses explizit zu thematisieren (Krämer, W. 1992; 1994; 1998).

Nicht zuletzt aufgrund dieser mittlerweile auch im deutschsprachigen Raum überaus einflussreichen Publikationen ist als deren Nachhall in den letzten Jahren bei den Lehrbüchern zur statistischen Methodenlehre eine verstärkte Tendenz zu beobachten, neben der ehemals häufig dominierenden, formalisierten Darstellungsform zunehmend zugrundeliegende Modelle und Konzepte statistischer Betrachtungen zu berücksichtigen, um so ein besseres Verständnis statistischer Methoden zu erzielen. Das Spektrum der dieser Zielsetzung zuzuordnenden Lehrbüchern der statistischen Methodenlehre reicht im deutschen Sprachraum von einer „formelfreien“ Darstellungsform statistischer Verfahren „in Prosa“ bei M. Neuhäuser (2000: 7) über eine anwendungs- bzw. beispielbezogenen Darlegungsart bei J. L. Phillips (1997) sowie W. Krämer (1999) bis zu einer die Sach- und Zahlenlogik statistischer Verfahren integrierenden Vorgehensweise für deskriptivstatistischer Verfahren bei M. Tiede (2001) sowie für induktivstatistischen Verfahren bei M. Tiede und W. Voß (2000).¹

Bei all diesen Bestrebungen einer veränderten und optimierten Darstellung und Vermittlung statistischer Methoden und deren Anwendungen bleibt der dabei allgegenwärtige und sogar begrifflich bemühte Gegenstand des „statistischen Den-

¹ Wobei anzumerken ist, dass ungeachtet dieser aktuellen Tendenz eine bereits lange diesbezügliche Tradition in der Konzeption von Lehrbüchern der Statistik besteht, welche durch das Werk Wagenführ, R.; Tiede, M.; Voß, W. 1971a,b: Statistik leicht gemacht. Band 1: Einführung in die deskriptive Statistik, 6. Auflage; Band 2: Einführung in die induktive Statistik. Köln (Bund) belegt sei.

kens“ aus wissenschaftlicher Perspektive bis dato überaus diffus, obgleich bereits personenbezogen eine überaus virulente Beziehung zwischen der Kritik der Vermittlung und Anwendung statistischer Verfahren und der erfolgten kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens besteht. So hat einer der exponiertesten Kritiker der gängigen Praxis der Vermittlung und Anwendung statistischer Methoden im deutschsprachigen Raum, Gerd Gigerenzer, zugleich als Kognitionswissenschaftler die hier erfolgende wissenschaftliche Betrachtung statistischen Denkens kritisch begleitet und zu ihrer Theoriebildung auf internationaler Ebene beigetragen (Gigerenzer 1998b, 1999). Ist über diesen personenbezogenen Weg der Zugang zu den überaus umfangreichen experimentellen Befunden und theoretischen Ansätzen der Kognitionswissenschaft zum statistischen Denken gefunden, so fällt zunächst auf, dass hier in der Vergangenheit deskriptive und insbesondere induktive statistische Modelle und Verfahren als Grundlage eines normativen Forschungsparadigmas herangezogen wurden. Dies beinhaltet, dass experimentell beobachtete Abweichungen im Antwortverhalten der Versuchspersonen von diesen statistischen Modellen als kognitive Fehler interpretiert und davon ausgehend benennbare Fehlerformen bestimmt und benannt wurden. Im Verlauf dieser kognitionswissenschaftlichen Forschungsarbeit hat sich jedoch die damit verbundene These der Irrationalität realen statistischen Denkens in der wissenschaftlichen Diskussion in einigen Bereichen von Abweichungen als nicht haltbar erwiesen und wurde die paradigmatische Position des Informationsverarbeitungsansatzes in der Kognitionswissenschaft zu mindestens relativiert.

Der Ursprung der Kritik an dem mechanischen Umgang mit statistischen Methoden und Verfahren aus den Reihen der Kognitionspsychologie bildete in diesem Zusammenhang das Infragestellen der Tragfähigkeit dieser statistischen Verfahren als Grundlage einer normativen Betrachtung statistischen Denkens in den paradigmatischen Annahmen der Kognitionspsychologie, wobei diese Fragestellung in Anbetracht der älteren und bekannten fachwissenschaftlichen Diskussion innerhalb der Statistik zu den theoretischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie und der induktiven Statistik tendenziell zunehmend verneint wurde. Daher geht die aktuelle kognitionswissenschaftliche Forschung zu diesem Themenbereich in die Richtung der Integration einer deskriptiven Perspektive zur Beschreibung der kognitiven Struktur menschlichen statistischen Denkens einschließlich entsprechender Theoriebildung, ohne jedoch die normative Perspektive einschließlich potenzieller kognitiver Fehler gänzlich aufzugeben und zu verlassen.

Diese in über 40 Jahren reger Forschungstätigkeit und lebhafter wissenschaftlicher Debatten entstandenen Ansätze und Befunde der Kognitionswissenschaft zum statistischen Denken, die explizit und zumindest teilweise auch überaus differenziert Verfahren der deskriptiven und insbesondere induktiven Statistik als Grundlage kognitionswissenschaftlicher Modellbildung anwendeten, sind abgesehen von zaghaften Ansätzen und Bezugnahmen in der Didaktik der Statistik von der allgemeinen und angewandten Statistik nahezu unentdeckt geblieben, obgleich zahlreiche fruchtbare Implikationen und wissenschaftliche Herausforderun-

gen hier vorbereitet wurden und geradezu auf ihre Erschließung durch die angewandte Statistik warten.

Vor diesem Hintergrund lässt sich somit festhalten, dass in Anbetracht der angerissenen Verhältnisse ein dringlicher Bedarf entsteht, diesen Bereich kognitions-wissenschaftlicher Forschungsarbeit für die angewandte Statistik zu erschließen. Es erscheint somit als fast überfällig, die diesbezügliche und überaus umfangreiche kognitionswissenschaftliche Forschungstradition mit den hier entstandenen experimentellen Befunden und theoretischen Ansätzen einschließlich einer paradigmatischen Betrachtung systematisch und grundlegend aufzunehmen und im Anschluss auf daraus abzuleitende Implikationen für die angewandte Statistik zu überprüfen. Dies soll im Rahmen dieser Arbeit gemäß der folgenden Abgrenzung geleistet werden.

1.1 Abgrenzung und Ziel der Arbeit

Gemäß der zuvor gemachten, einführenden Bemerkungen zur Aufgabenstellung dieser Arbeit erfolgt diese unter der Zielsetzung der Überprüfung, ob die, im Rahmen der Kritik an der momentanen Anwendung und Vermittlung statistischer Methoden eingangs erwähnte und einer zunehmenden Anzahl statistischer Lehrbücher als Annahme zugrundeliegende, wohlklingende Forderung nach der Substitution „statistischer Rituale“ durch „statistisches Denken“ in wissenschaftlicher Perspektive Gehalt aufweist und somit als für die angewandte Statistik weiterführend zu betrachten ist.

Die Annahme dieser Aufgabenstellung erfolgt dabei im Rahmen dieser Arbeit in der Form, dass die theoretischen Ansätze und experimentellen Befunde der auf statistische Modelle Bezug nehmende Kognitionswissenschaft, welche in den letzten Jahrzehnten entstanden und diskutiert wurden, in Form eines grundlegenden, systematisierenden und zusammenfassenden Überblicks dargestellt werden. Da hierbei meines Wissens auf keine diesbezüglichen Arbeiten aus dem Bereich der Statistik zurückgegriffen werden kann, ist die Abgrenzung bezüglich der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens als in einer essentialistischen Perspektive erschöpfend zu betrachten, was in Bezug zur Abgrenzung bezüglich der hier angesprochenen und tangierten statistischen Methoden in erster Annäherung die Charakterisierung „diesseits elaborierter Methoden“ zulässt und in unterschiedlicher Analysetiefe und Anschauungsweise das als klassisch zu bezeichnende Programm deskriptiv- und induktivstatistischer Verfahren der akademischen Ausbildung im Rahmen des Grundstudiums umfasst.²

² Diese Abgrenzung des Grundstudiums beinhaltet die Betrachtung des Gegenstandes der Messung von Daten sowie die Vermittlung deskriptiver Verfahren (Mittelwerte, Streuungsmaße, Indices usw.) und das Kennenlernen induktivstatistischer Verfahren

Die daraus potenziell abzuleitenden Implikationen für die angewandte Statistik sind bei dieser Erschließung diesbezüglicher kognitionswissenschaftlicher Befunde in zwei Bereiche zu differenzieren:

Der erste Bereich der Implikationen kognitionswissenschaftlicher Befunde und Ansätze für die Statistik ist ein eher theoriegeleiteter und basiert auf der Einstiegseinsicht, dass Statistik wie viele andere Bereiche der Mathematik aus Alltagsdenken entstanden ist, daran anschließend formalisiert wurde und somit historisch betrachtet neben anderen Entwicklungslinien eine Interdependenz zwischen kognitiven Strukturen des statistischen Denken mit den dabei bedeutenden mentalen Vorstellungen und den Konzeptionen und Modellen der statistischen Methoden herzuleiten ist. Zudem beinhaltet die in wissenschaftsinternen wie –externen Verwertungskontexten benötigte Interpretation der Ergebnisse aus Anwendungen statistischer Methoden eine explizite Bezugnahme auf die diesen Verfahren zugrundeliegenden Vorstellungsbildern. Vor diesem Hintergrund könnte die Kritik von Kognitionswissenschaftlern an der Anwendung statistischer Methoden auch als Aufforderung aufgefasst werden, in der Anwendung und Betrachtung statistischer Verfahren und deren Ergebnisse diese kognitive Dimension wieder verstärkt in den Blickpunkt der Betrachtung geraten zu lassen. Dieser Aufforderung wird auf der Basis einer grundlegenden und einführenden Betrachtung der Funktion von Vorstellungen in der historischen Genese statistischer Modelle und Verfahren mit einer abschließenden Standortbestimmung der Statistik in kognitionswissenschaftlicher Perspektive im begrifflichen Bezugssystem Intuition, Didaktik und Kritik im Rahmen dieser Arbeit entsprochen.

Darüber hinaus können als der zweite hier zu bearbeitende Bereich von Implikationen die in der Kognitionswissenschaft entstandenen Ansätze und Befunde dazu heran gezogen werden, um ausgehend hiervon in einer praxisorientierten Perspektive für die angewandte Statistik zu beleuchten, was mental vorgeht, wenn Menschen numerisch dargestellte statistische Häufigkeiten bzw. Ergebnisse der Anwendung statistischer Verfahren aufnehmen, speichern und verarbeiten. Aufbauend auf diese den Kern der vorliegenden Arbeit bildenden Fragestellung mit dessen Beantwortung über die diesbezügliche kognitionswissenschaftliche Forschungstradition und den damit entstandenen theoretischen Ansätzen und expe-

des Testen- und Schätzens anhand ausgewählter Beispiele einschließlich ihrer Wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlagen. Dieses in der akademischen Statistikausbildung allgegenwärtige Curriculum bezieht sich unter Auslassung der Darstellung der Amtsstatistik auf die sogenannten „Heidelberger Vereinbarungen“ zum Mindestprogramm für die Statistikausbildung an deutschen Wirtschaftsfakultäten aus dem Jahre 1953 (Siehe gemäß W. Krämer 1995: 202: Allgemeines Statistisches Archiv 37, 1953, S. 369) und wird auch zur Lektüre dieser Arbeit als bekannt vorausgesetzt (Krämer, W. 1995: 202; Tiede; Voß 2000; Tiede 2001).

rimentellen Befunden werden zusammenfassend als Implikationen für die angewandte Statistik verschiedene Aspekte generiert, wobei zwischen den Implikationen für die numerische Darstellung statistischer Häufigkeiten und der Darstellung der Ergebnisse der Anwendung statistischer Methoden differenziert werden muss.

1.2 Aufbau und Struktur der Arbeit

Das Zentrum der Arbeit besteht aus der zusammenfassenden Darstellung der paradigmatischen Grundpositionen, experimentellen Befunde und theoretischen Erklärungsansätze der Kognitionswissenschaft zum Gegenstand des statistischen Denkens, welche eine Relevanz für die sozialwissenschaftliche Statistik aufweisen und in interdisziplinärer Perspektive zusammengetragen wurden.

Zur Ermittlung und Begründung der Relevanz dieser kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde ist deren zusammenfassenden Darstellung ein einleitendes *Kapitel 2* unter dem Titel „Statistik und Kognition“ vorangestellt, in dem die beiden in *Kapitel 1* erwähnten zwei Dimensionen der potenziellen Implikationen kognitionswissenschaftlicher Befunde für die angewandte sozialwissenschaftliche Statistik unter Einbezug des diesbezüglichen Stand der Diskussion innerhalb der Methodologie sozialwissenschaftlicher Statistik vorbereitet werden.

Diesem rahmengebenden *Kapitel 2* folgt der Einstieg in den Bereich der Kognitionswissenschaft in *Kapitel 3*. An dieser Stelle wird ein kurzer Abriss der historischen Genese der Kognitionswissenschaft gegeben, ihr im hier diskutierten Zusammenhang dominierendes Paradigma der Computertheorie des Geistes in seiner harten und weichen Interpretation als Strukturgleichheit bzw. Analogie wieder gegeben sowie dieses Paradigma nach der Hard- und Softwaredimension differenziert dargestellt und kritisiert. Diese Vorgehensweise verfolgt den Zweck, grundlegende Begriffe der Kognitionswissenschaft einzuführen, die Basisannahmen des Denkens als bzw. mit der Metapher einer symbolische Informationsverarbeitung darzustellen sowie die diesbezügliche Kritik aus verschiedenen Perspektiven wiederzugeben. Darüber hinaus bildet dieses Paradigma der Computertheorie des Geistes die ideengeschichtliche Grundlage der Anwendung und Übertragung statistischer Modelle und Verfahren als symbolverarbeitende Prozederen in die Kognitionswissenschaft und macht in dieser Perspektive deutlich, wie und warum Kognitionswissenschaftler auf die für Außenstehende zunächst abwegig erscheinende Idee kamen, sich in ihrer Forschungstätigkeit statistischer Verfahren nicht nur als Werkzeuge zu bedienen, sondern diese auch als Modelle menschlichen Denkens zu verwenden (Gigerenzer 1991a).

Das sich anschließende *Kapitel 4* begründet den Orientierungsrahmen für die darauf folgenden Darstellungen, indem verschiedene Modalitäten der Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen anhand formaler Begrifflichkeiten benannt werden. Dies soll den Zugang und die Einordnung der verschiedenen theoretischen Ansätze zur Repräsentation und Verarbeitung von Information

durch den menschlichen Geist ermöglichen, welche unter Bezugnahme oder auch in kritischer Position zur Computertheorie des Geistes mit seiner Prämisse einer symbolischen Informationsverarbeitung formuliert wurden.

Nach diesen einführenden Kapiteln geht nun das *Kapitel 5* auf die Repräsentation von Mengen durch Zahlen und Ziffern ein. Nach einem kurzen Exkurs in die Zahlentheorie werden hier die Kriterien eines mentalen Zahlenbegriffs aus der Kognitionswissenschaft dargestellt, wobei insbesondere auf die Kriterien der Abstraktion und Rekursion abgehoben wird. Darauf folgen die Befunde zur Zahlenverwendung beim Menschen mit ihrem engen, modellbildenden Bezug zur axiomatischen Messtheorie. Abgeschlossen und abgerundet wird dieses Kapitel durch eine Abhandlung über den kulturellen und individuellen Erwerb des Zahlenverständnis und damit verbundener Rechenfähigkeit. Dies soll verdeutlichen, dass die Verwendung von Zahlen ein kulturbedingtes Werkzeug darstellt, das alltäglich angewendet wird, welches jedoch auch kulturell und individuell erworben werden muss. Ziel dieses Kapitels ist es somit, das naive Selbstverständnis der Zahlenverwendung aufzuheben und die Bedingungen darzustellen, die der Erwerb und die Anwendung des Zahlenverständnisses voraussetzt. Abgerundet werden diese Ausführungen durch die Darstellung der Verwendung von Maßsystemen sowie Befunden zum Zahlenverständnis mit seinen Unschärfen und Regeln und durch Befunde zum Vergleich von Häufigkeiten, d.h. zum nicht gehaltserweiternden kognitiven Umgang mit empirischen Daten, wobei eine Betrachtung der kognitionswissenschaftlichen Befunde zur mentalen Schätzung deskriptivstatistischer Maßzahlen integriert ist.

Nachdem die geistige Repräsentation quantitativer und insbesondere numerischer Information erschöpfend thematisiert wurde, bildet *Kapitel 6* den Einstieg in die Darstellung der Vielfältigkeit menschlichen Denkens auf der Basis von Repräsentationen. Dabei werden normative und deskriptive Modelle insbesondere mit der damit verbundenen methodischen Diskussion in der Kognitionswissenschaft gegenübergestellt sowie unter Bezugnahme auf die Modalitäten der Repräsentation und Verarbeitung von Wissen kognitionswissenschaftliche Theorieansätze zur Informationsverarbeitung in Ihren Grundstrukturen erläutert. Diese vier zentralen Theorieansätze bilden zugleich auch die historische Abfolge der Theorieentwicklung mit ihrer zunehmenden Begründung und Integration deskriptiver und dem damit einhergehenden Bedeutungsverlust normativer Modelle, so dass damit der Bezug zum ersten Teil des Kapitels hergestellt ist.

Da nunmehr auch die Grundlagen über die Struktur menschlicher Informationsverarbeitung dargestellt wurden, beleuchtet des *Kapitel 7* als *Exkurs* den Bereich des deduktiven Denkens unter Fokussierung des Beispiels der Logik. Aufbauend auf einem Abschnitt über die Geschichte der Logik werden hier die diesbezüglichen experimentellen Befunde mit ihren abgrenzbaren Fehlerformen in normativer Perspektive beschrieben, um daran anschließend alternative theoretische Erklärungsansätze zum menschlichen logischen Denken entsprechend den bereits

eingeführten Theorien zur menschlichen Informationsverarbeitung zu diskutieren. Diese Struktur der Darstellung setzt sich im Bereich der darauffolgenden drei Kapiteln über induktives Denken strukturell fort, so dass der geneigte Leser hier neben einer ersten Darstellung kognitionswissenschaftlicher Forschungsergebnisse zum menschlichen Denken in formalisierten Wissensstrukturen insbesondere in diese Systematik eingeführt wird, was den Zugang zur weiteren Lektüre erleichtern soll.

In den nun folgenden zwei Kapiteln wird das induktive Denken von Menschen gemäß dem über die Darstellung deduktiven Denkens zuvor eingeführten Schema behandelt. Diese Darstellung geht dabei ganz bewusst über numerische Repräsentationen von Wissen und Information hinaus, um so das Ziel einer umfassenden Darstellung der Anwendung statistischer Modelle und Verfahren in der kognitionswissenschaftlichen Forschung gerecht zu werden, die daraus hervorgegangenen experimentellen Befunden und theoretischen Ansätzen zu würdigen und zudem eine Einheit bildende Darstellung erreichen zu können. Diese Vorgehensweise zur Erläuterung der kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde zum induktiven Denken nimmt mit *Kapitel 8* seinen Anfang, in dem einführend die alltägliche Notwendigkeit zum gehaltserweiternden Denken dargelegt wird, die Bezüge zur Wahrscheinlichkeit in der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung induktiven Denkens kurz beleuchtet werden und darauf aufbauend als Kern dieses Kapitels die in normativer Perspektive experimentell vorgefundenen Differenzen zwischen Ist und Soll anhand von vier Bereichen illuminiert wird. Diese Bereiche sind in erster Annäherung zu unterscheiden in jene des kognitiven Wahrscheinlichkeitsverständnis als Ist und den Wahrscheinlichkeitsbegriffen der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Axiomatik als Soll sowie als zweiter, einen Schwerpunkt der Betrachtung bildend, Bereich die experimentellen Befunde zur kognitiven Wahrscheinlichkeitsrevision aufgrund zusätzlicher Information als Ist und des Theorems von Bayes als Soll in seinen verschiedenen Interpretationen. Anhand dieser experimentellen Befunde sollen die aus der normativen Perspektive hervorgehenden kognitiven Fehlerarten benannt werden und darüber hinaus die Angemessenheit der zugrundeliegenden statistischen Modelle in Relation zu Alltagssituationen betrachtet werden.

Nach dieser zunächst auf der normativen Ebene verbleibenden bzw. davon ausgehenden Diskussion experimenteller Befunde werden in *Kapitel 9* die zwei aktuell rivalisierenden Erklärungsansätze zur probabilistischen Informationsverarbeitung dargestellt und miteinander sowie anhand experimenteller Befunde verglichen.

Diese Betrachtung abschließend wird in *Kapitel 10*, aufbauend auf einer Lokalisation der dargelegten kognitionswissenschaftlichen Erkenntnisse, die praktische Bedeutung dieser kognitionswissenschaftlichen Ergebnisse im Lichte diesbezüglicher Positionen eingeschätzt sowie die mögliche Einflussnahme auf die Verbes-

serung statistischen Denkens in Bezug auf Reichweite und Effektivität kurz illuminiert.

Nach diesem Ausflug in die für die angewandte Statistik relevanten Bereiche der Kognitionswissenschaft werden in *Kapitel 11* die daraus resultierenden Implikationen gemäß der bereits erwähnten zwei Dimensionen, die in *Kapitel 2* vorbereitet wurden, zusammenfassend diskutiert und abschließend betrachtet.

2 Statistik und Kognition

Das folgende Kapitel fokussiert, ausgehend von einer grundlegenden Betrachtung der Anwendung mathematischer Methoden in empirischen Wissenschaften, systematisch jene Bereiche der Begründung und Anwendung statistischer Verfahren, welche in der statistischen Literatur vorzufinden sind.

Diese Bereiche differenzieren sich zum einen in der Bedeutung kognitiver Vorstellungsbilder in der historischen Genese statistischer Verfahren, welche in einer überblicksartigen wie zusammenfassenden Darstellung zunächst gewürdigt werden ohne hierbei der These zu unterliegen, die Entwicklung statistischer Verfahren und Methoden würde sich hierin erschöpfen.

Ausgehend von diesem historischen Fundament wird in einem zweiten Schritt die Relevanz der kognitiven Verarbeitung statistischer Daten als Ergebnis der Anwendung statistischer Verfahren bei wissenschaftsexterner und -interner Verwendung herausgearbeitet und die Betrachtung durch die, aus der historischen Genese und der Anwendung statistischer Verfahren entstandenen, Positionen einer Statistikkritik abgeschlossen.

2.1 Statistik als formale Hilfswissenschaft und angewandte Mathematik

Das Wort „Statistik“, in Jahre 1672 erstmals erwähnt, besaß ursprünglich die Bedeutung von „Staatenwissenschaft“, die bis ins 19. Jahrhundert als deskriptive Darstellung von „Staatsmerkwürdigkeiten“ im Sinne einer sozioökonomischen Geographie Gegenstand der Ausbildung von Juristen an deutschen Universitäten war (Freudenthal: Steiner 1966: 179; Menges 1982: 3). Die Bezeichnung „Statistik“ geht dabei auf Martin Schmeitzel (1679–1747) zurück, der in den Universitäten Jena und Halle Vorlesungen unter dem Titel „colleqium politico- statisticum“ hielt (Menges 1982: 4; Rott 1995: 306; Rahlf 1998: 22). Für die Popularisierung und Verbreitung des Begriffs der Statistik in deutscher Sprache zeichnet dabei Gottfried Achenwall (1719–1772) als einer seiner Schüler verantwortlich, in dem dieser das damalige Lehrgebäude der Statistik unter diesem Namen in deutscher Sprache vortrug und publizierte (Menges 1982: 4; Rott 1995: 306; Diekmann 1998: 80; Rahlf 1998: 23).³

³ Bei der Wortentwicklung könnte, so Mutmaßungen zur Benennung, der Begriff Statistik abgeleitet worden sein von „Status“ = der Staat oder „statista“ = Staatsmann (Diekmann 1998: 80).

Als erste Annäherung an den heutigen Wortsinn des Begriffs Statistik ist dieser zu definieren als „die Kunst, Daten zu gewinnen, darzustellen, zu analysieren und zu interpretieren, um zu neuem Wissen zu gelangen“ (Sachs 1997: 11). Präzisere, jedoch die zuvor angedeutete Charakteristik einer Kunstfertigkeit nicht berücksichtigende Definitionen beschreiben Statistik beispielsweise als die „Gesamtheit aller Verfahren und Methoden zur Gewinnung, Erfassung, Aufbereitung, Analyse, Abbildung, Nachbildung und Vorhersage von zähl-, mess- und systematisch beobachtbaren (möglichst massenhaften) Informationen (Daten) über theoretisch fundierte Sachverhalte (reale Objekte und Vorgänge) zum Zwecke der Erkenntnisgewinnung und Entscheidungsfindung (meist unter Unsicherheit)“ (Rönz; Strohe 1994: 340). Sie bildet damit die „methodische Hilfswissenschaft“, die „das benötigte Instrumentarium zur Verfügung (stellt), um Informationen über (...) Massenerscheinungen adäquat zu reduzieren, um mit ihrer Hilfe das Zahlenmaterial so zu komprimieren, dass die wichtigsten Informationen sichtbar werden“ (Hochstädter 1991: 1f). Die eigentliche Leistung der Statistik ist damit so zu umschreiben, dass sie in der Lage ist, „aus scheinbar amorpher Datenbeständen Eigenschaften, Zusammenhänge und Unterscheidungen herauszulesen, die man bei bloßem Hinschauen nicht erkennen würde“ sowie „Methoden bereit hält, mit deren Hilfe sich auch die Grenzen solcher Aussagen angeben lassen“ (Schneeweiss 2001: 151f).

Diese Definition von Statistik weist dabei bereits die klassische Einteilung von Statistik in die Bereiche der deskriptiven oder beschreibenden und der induktiven oder schließenden Statistik auf (Müller-Benedict 2001: 21f; Tiede 2001: 24ff). Der Bereich der deskriptiven Statistik zeichnet sich dabei dadurch aus, dass alle Elemente einer abgegrenzten und zu betrachtenden Grundgesamtheit N den Gegenstand der Untersuchung n bilden gemäß $n = N$ (Sauerbier; Voß 2000: 13). In der induktiven Statistik werden, im Gegensatz zur deduktiven, Teilmengen der Elemente einer Grundgesamtheit N als Stichproben vom Umfang n gemäß $n < N$ Gegenstand der statistischen Analyse, bei der versucht wird, von der Stichprobenrealisation über wahrscheinlichkeitsbasierte induktivstatistische Verfahren auf die Verhältnisse in der Grundgesamtheit zu schließen (Sauerbier; Voß 2000: 13; Tiede, Voß 2000: 10ff).

Darüber hinaus deutet diese Definition von Statistik ihre Begrenzungen an als jene Bereiche, für die Statistik nicht zuständig ist (Müller-Benedict 2001: 18). So ist „Statistik keine Datensammlung“, „kein Verfahren, das beliebige Ergebnisse erzeugt“ und im Hinblick auf die Angrenzung zur Aufgabe der Methodenlehre empirischer Sozialforschung „keine Methode, wie man gute Messungen durchführt oder eine richtige Versuchsordnung aufbaut, d.h. wie man Daten wissenschaftlich sammelt“ (Müller-Benedict 2001: 18).⁴

⁴ Siehe hierzu Kap. 2.1.2.1.

Die Statistik ist somit als jene wissenschaftliche Disziplin anzusprechen, die als „Lehre von den Methoden zum Umgang mit quantitativen Informationen (...) eine der Möglichkeiten (bildet, R.S.), eine systematische Verbindung zwischen Erfahrung (Empirie) und Theorie“ zu mindestens potenziell herzustellen, was bei allen empirisch angelegten Substanzwissenschaften im Lichte akzeptierter wissenschafts- und erkenntnistheoretischer sowie methodologischer Standards von Bedeutung ist (Rinne 1997: 1). Sie verfolgt dabei zu mindestens ansatzweise über die Anwendungen ihrer Methoden die Zielsetzung, „exakte und formale Züge in die Erfahrungswissenschaft“ zu integrieren, wobei sie die Grenze einer Lehre der Massenerscheinungen überschreitet und die Aspekte „exakt“ und „formal“ in folgender Weise zu verstehen sind (Ferschl 1985: 13f):

- Der Aspekt der Exaktheit „heißt nicht etwa „genau“ im Sinne einer quantitativen Messtechnik, sondern exakt vorgehen heißt, mit möglichst präzisen Begriffen ein Abbild der Wirklichkeit zu geben versuchen.“
- Der Aspekt der Formalität bedeutet, „sich bei der Konstruktion von Modellen der Wirklichkeit einer möglichst eindeutigen Sprache zu bedienen; sie wird zweckmäßig als Kunstsprache entwickelt, die Formeln in einer eigenen, jeweils spezifischen Symbolik gebraucht.“

In Anbetracht dieser Charakteristik und Zielsetzung sind zwei Bedeutungsdimensionen des Wortes „Statistik“ zu unterscheiden, die in der englischen Sprache auch entsprechend mit zwei Worten bezeichnet werden als (Ferschl 1985: 13; Hochstädter 1991: 3):

- eine wissenschaftliche Betätigung bzw. die wissenschaftliche Disziplin der Statistik als „statistics“, und
- das Ergebnis dieser wissenschaftlichen Betätigung als „statistic“.

Die Assoziation zwischen Statistik und statistischen Daten wurde bereits in der zweigliedrigen Statistikdefinition als Ergebnis und Tätigkeit erstellt, wobei als eine statistische Beschreibung die sinnhafte semantische Interpretation von Daten verstanden werden kann (Menges 1982; Schlittgen 1993: 1ff). In dieser Perspektive ist die Benennung von Zahlenmaterial als statistische Daten an das Kriterium gebunden, dass die Daten über intersubjektive und kommunizierbare Messvorschriften in Ableitung substanzwissenschaftlicher Theorie erhoben wurden (Menges 1982; Schlittgen 1993: 1ff; Atteslander 2000).

Soziale statistische Daten sind somit als „systematisch erhobene Aspekte gesellschaftlicher Wirklichkeit“ anzusprechen, die immer in Anbetracht der ihnen zugrundeliegenden theoretischen Annahmen und Aussagen als „Abstraktionen spezifischer Wirklichkeiten“ betrachtet werden müssen (Atteslander 2000: 15).⁵

Eine bedeutende Differenzierung des Begriffs der „statistischen Daten“ bildet die Unterscheidung zwischen der Darstellung von Häufigkeiten als Häufigkeitsverteilung als erster Analyseschritt statistischer Arbeit, die bereits in Relation zur zugrundeliegenden Ausgangsdatenmatrix einen bedeutenden Informationsverlust darstellt. Hiervon zu unterscheiden ist die, sich zumeist im Rahmen statistischer Analyse anschließende, Bestimmung und Berechnung deskriptivstatistischer Maßzahlen und der Durchführung induktivstatistischer Methoden und Verfahren mit den hierbei beachtlichen statistischen Modellierungen (Tiede; Voß 2000; Tiede 2001: 3ff).

2.1.1 Angewandte Statistik und die Mathematisierung von Wissenschaft

In sogenannten mathematisierten Wissenschaften bilden Verbindungen zwischen mathematischen Aussagen und empirischen Beobachtungen einen zentralen Gegenstand wissenschaftlicher Tätigkeit, wobei sich hierbei als Einstiegseinsicht zu vergegenwärtigen ist, dass „alle Aussagen der Mathematik, die beobachtbare Objekte oder Ereignisse betreffen, bereits das eigentliche Gebiet der Mathematik überschreiten“, da „mathematische Aussagen (...) über vollständig idealisierte Gegenstände oder Ereignisse getroffen (werden), die in der wahrnehmbaren Welt nicht existieren“ (Rapoport 1980: 16).

2.1.1.1 Die Anwendung von Mathematik in empirischen Wissenschaften

Die Entwicklung und Anwendung von Mathematik in den modernen Wissenschaften im allgemeinen und die Anwendung und Bedeutung statistischer Verfahren und Methoden in den Sozialwissenschaften im besonderen lässt sich durch ein Zitat von Neurath aus dem Jahre 1966 veranschaulichen (zit. nach Atteslander 2000: 258): „Die Geschichte aller modernen Wissenschaften weist eine gewisse Ähnlichkeit in ihren Entwicklungsstadien auf: Auf eine lange Periode von zunächst noch unsystematischer Beobachtung, Spekulation und Verallgemeinerung folgt eine Periode der Zusammenfassung, der Formulierung von scheinbar allgemeingültigen Lehrsätzen und schließlich der Systembildung; darauf folgt eine Periode

⁵ Den Tatbestand, dass Daten nicht, wie es der Bezug zum Begriff des „Datum“ als lat. „das Gegebene“ zu suggerieren vermag, von sich aus vorliegen, sondern in Anbetracht ihrer Theorieabhängigkeit Charakteristika eines Konstruktes aufweisen, thematisieren Rohwer; Pötter 1999; 2001: 33.

der Kritik an den Grundlagen der neuen Wissenschaft, verbunden mit der Suche nach neuem Tatsachen- und Beweismaterial, oft mit neuer Begriffsbildung und völlig neuer Betrachtungsweise. Soweit möglich, wird unsystematische Beobachtung durch systematisches Experiment oder experimentähnliche Beobachtung ersetzt, Beweisführung präzisiert durch quantitative Analysen von Beweismaterial. Diese Entwicklung war charakteristisch für die Entwicklung der Naturwissenschaft vom 16. zum 19. Jahrhundert und ist charakteristisch für die Sozialwissenschaft in den letzten 150 Jahren. Die gegenwärtige Ausbreitung der Statistik in allen Zweigen der Sozialwissenschaft entspricht dem oben angeführten Quantifizierungsstadium.⁶ Dieses Zitat zeugt von der tendenziell verstärkten Bemühung der quantitativen Analyse von Beobachtungsdaten in den Sozialwissenschaften unter der damit angesprochenen Anwendung mathematischer und statistischer Verfahren (Atteslander 2000: 258f).

Die zur Anwendung mathematischer Aussagen und statistischer Methoden auf beobachtbare Realität benötigte quantifizierende Verbindung ist assoziiert mit dem „schillernden“ Begriff der Messung, bei der in der methodischen Vorgehensweise ausgehend von operationalen Definitionen einer gegenstandbezogenen Theorie Messmodelle und Messverfahren generiert werden, die eine Erhebung und Interpretation empirischer Daten über eine begründete Verbindung zwischen mathematischen Aussagen und empirischen Beobachtungen ermöglichen (Rapoport 1980: 30; Niederée 1992: 3). Die so in den Blickpunkt der Betrachtung geratende quantifizierende Operationalisierung, die unabdingbare Voraussetzung für die Generierung quantitativer Daten ist und auch eine Relevanz für die Anwendung mathematischer und statistischer Methoden zu deren Analyse besitzt, ist in den Sozialwissenschaften zumeist ungleich gehaltvoller und komplexer als in den klassischen Naturwissenschaften, in denen oftmals eine unmittelbarere Messbarkeit vorliegt (Atteslander 2000: 259).

Die so über die Erstellung theoretisch begründeter Messvorschriften als methodische Aufgabenstellung eröffnete Möglichkeit der Anwendung mathematischer Modelle in empirischen Wissenschaften ist zu beleuchten in Bezug auf die damit verbundene Zielsetzung und in Bezug zu der damit involvierten Entwicklung angewandter mathematischer Methoden (Rapoport 1980: 25ff).

⁶ Inwieweit diese phasenbezogene Beschreibung realer Wissenschaftsentwicklung anderen diesbezüglichen Betrachtungen (z.B. Kuhn 1976) entspricht oder diese negiert, soll hier ebenso offen bleiben wie die Begründbarkeit der herangezogenen Analogie zwischen Natur- und Sozialwissenschaft, welche die differierende Charakteristik des sozialwissenschaftlichen Gegenstandes vom naturwissenschaftlichen unberücksichtigt lässt.

Die Ziele der Anwendung und Entwicklung mathematischer Modelle für empirische Wissenschaften sind zu unterscheiden zwischen der Bildung präskriptiver Modelle zur Beschreibung deterministischer Zusammenhänge im Sinne einer mathematischen Physik einerseits und die Begründung eines analytisch-deskriptiven Modells zur Gewinnung eines besseren Verständnisses einer empirischen Situation andererseits (Rapoport 1980: 25f; Atteslander 2000: 260f; Dinges 2001: 174). Aufgrund verschiedener, im sozialwissenschaftlichen Gegenstand begründeter Restriktionen, welche eine mathematische Abbildung deterministischer Zusammenhänge in Form von Erklärungen und Prognosen nicht zulassen, bildet letztere Form mathematischer Modellierung die für die Sozialwissenschaft typische und dominierende (Rapoport 1980: 26).⁷

Auch in Bezug zur Entwicklung mathematischer Methoden als zweite Hinsicht der Anwendung mathematischer Aussagen auf beobachtbare Realität im Rahmen empirischer und mathematisierter Wissenschaft nimmt die Sozialwissenschaft aufgrund der erwähnten Restriktionen des sozialen Gegenstandes eine Sonderstellung ein (Rapoport 1980: 27ff). So erschweren hier geringe Skalenqualitäten sowie Probleme in der Bestimmung der fundamentalen Beziehungen zwischen den betrachteten Variablen die Anwendung klassischer mathematischer Modelle wie der Differenzial- und Integralrechnung oder der Funktionsanalysis (Rapoport 1980: 27). Statt dessen erhalten neben relativ einfachen arithmetischen Verfahren zum Zwecke der Beschreibung insbesondere stochastische Modelle auf der Basis von Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie hier eine besondere Bedeutung, da die Stochastik in Bezug auf die intendierten Anwendungen als variabler und breiter zu bezeichnen ist als die deterministische Mathematik mit ihrer Anwendung als vor allem mathematische Nachzeichnungen kausaler Beziehungen (Rapoport 1980: 27f; Dinges 2001: 174).

Mit dieser Beschreibung der anzuwendenden mathematischen Aussagen und statistischen Methoden sind zugleich die inhaltlichen Begrenzungen statistischer Analyse in den Sozialwissenschaften angesprochen, welche keine absolut gültigen, umfassenden und überzeitlichen Erkenntnisse realisieren, sondern deren Ergebnisse immer begrenzter Natur sind und sich über die ihnen zugrundeliegenden mathematischen Prämissen relativieren (Atteslander 2000: 260).

⁷ Der Sonderstatus des sozialwissenschaftlichen Gegenstandes entspringt, so die Ausführungen des französischen Sozialforscher LePlay bereits im Jahre 1855, aus der „Vielfältigkeit und Einmaligkeit menschlicher Verhaltensweise“ sowie dem „Phänomen, dass soziale Beziehungen nicht wie etwa in der Physik auf mechanischen Kräften, sondern auf Kommunikation beruhen“ (zit. nach Müller-Benedikt 2001: 22f).

Vor diesem Hintergrund der Anwendung mathematischen Wissens in der Sozialwissenschaft und in Anbetracht des Kriteriums in theoretischer Ableitung gebildeter, intersubjektiver und kommunizierbarer Messvorschriften für die Generierung statistischer Daten, bildet Statistik eine Brücke zwischen substanzwissenschaftlicher Theorie bzw. Hypothese und der Realität im wissenschaftlichen Forschungsprozess (Rapoport 1980; Menges 1982; Steyer; Eid 1993: 1).⁸ Diese Brücke zwischen Theorie und Empirie einer empirischen Wissenschaft schließen methodologisch betrachtet dabei Messmodelle, welche die logische Struktur der theoretischen Modelle und die Verknüpfung zu empirischen Begriffen explizieren und so die Grundlage einer statistischen Messung darstellen (Steyer; Eid 1993: 3).⁹

2.1.1.2 Reine und angewandte Mathematik und Statistik

Als Einstiegseinsicht in die Perspektive der Verbindung von Mathematik und Statistik dient der Tatbestand, dass es sich bei den zu betrachtenden statistischen Methoden mit den sie umfassenden Verfahren um einen gegenstandsbezogenen und theoriegeleiteten Einsatz der angewandten Mathematik handelt (Lozan; Kausch 1998: 19).

Die Betrachtung von Statistik als angewandte Mathematik basiert dabei auf der Differenzierung der Disziplin der Gesamtmathematik in „reiner“ und „angewandter“ Mathematik (Walter 1966: 2; Sauer; Wenke 1968: 1; Humenberger u.a. 1995: 13ff).¹⁰ In dieser Unterscheidung bildet die „reine“ Mathematik jenen als „mön-

⁸ Inwieweit diese Verbindung zwischen Theorie und Empirie insbesondere im Lichte der Begründung und Anwendung induktivstatistischer Verfahren und im Rückschluss von empirischer Erfahrung zu theoretischen Aussagen zu relativieren ist und relativiert wurde wird im Verlauf dieses Kapitels näher beleuchtet. Siehe dazu insbesondere Kap. 2.3.1.

⁹ Siehe zur Zahlenverwendung des Menschen als Messung und damit Parallele einer wissenschaftlichen Messung Kap. 5.3.

¹⁰ Diese tätigkeitsbezogene Trennung zwischen „reiner“ und „angewandter“ Mathematik erfolgte, soweit man dieser Betrachtungsweise folgen möchte, erst mit dem Tode von Carl Friederich Gauß im Jahre 1855, der als Fachvertreter einer Mathematik als Ganzes in der Tradition von Leibnitz, Newton, den Bernoullis, Euler, Lagrange, Laplace u.a. theoretische wie praktische mathematische Arbeit in seiner Tätigkeit verband (Walter 1966: 4ff; Humenberger u.a. 1995: 13ff). So waren bei Euler (1707–1783) begriffliche und theoretische Mathematik mit ihren Anwendungen syntheseartig verbunden wie auch noch bei Gauß (1777-1855), dessen Werk in diesem Zusammenhang als „ein Denkmal der Synthese von Theorie und Praxis“ angesprochen wird (Sauer; Wenke 1968: 4f).

chisch“ bezeichneten mathematischen Tätigkeitsbereich, in dem ohne Berücksichtigung der Anwendungsrelevanz der hier erarbeiteten Ergebnisse üblicherweise Grundlagenforschung aus den Bereichen der Arithmetik, Algebra, Analysis und Geometrie betrieben wird (Walter 1966: 2). Im Gegensatz dazu „steht die „angewandte“ oder (...) „weltliche“ Mathematik mitten im Leben“ und verbindet theoretische Wissenschaft mit praktischen Anwendungen über das „Wechselspiel zwischen Mathematik und Realität“ (Walter 1966: 2). In Anlehnung an Runge ist angewandte Mathematik somit zu definieren als „die Entwicklung und Ausübung von Methoden, mit denen man mathematische Probleme bis zu quantitativen zahlenmäßigen oder zeichnerischen Resultaten bearbeiten kann“ (Walter 1966: 3). Mathematik wird hier zur Hilfswissenschaft „als ein nützliches Werkzeug im Bereich anderer Wissenschaften“ (Sauer; Wenke 1968: 1). Die synonyme Bezeichnung „reiner“ als „praktische“ Mathematik hebt dabei die Bedeutung von Anschauung und Erfahrung neben logischem und mathematischen Denken hervor und betont, dass „Auge und Hand als Erkenntnisquelle und Arbeitsmittel“ im Sinne einer fruchtbaren Verbindung zwischen Theorie und Praxis hier von besonderer Bedeutung sind (Walter 1966: 3). Es handelt sich somit als sogenannte „mathematische Exekutive“ um eine Teildisziplin der Mathematik und nicht um ein Anwendungsgebiet derer wie beispielsweise der Versicherungs-, Wirtschafts- und Finanzmathematik (Walter 1966: 3). Vielmehr sind zur angewandten Mathematik, der Abgrenzung von Runge folgend, Teile der Geometrie, der mathematischen Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung sowie ergänzend die grafischen, numerischen und gerätemäßigen Verfahren der Mathematik zu subsumieren (Walter 1966: 3).¹¹

Getragen wird die Unterscheidung zwischen „reiner“ und „angewandter“ Mathematik aus der historischen Entwicklung dieser wissenschaftlichen Disziplin, die „so eng mit der Entwicklung der Menschheit schlechthin verbunden“ ist und „seit eh und je eine Wissenschaft (war), deren Problemlösekompetenz (im weitesten Sinn) sich in der Realisierung von vielerlei Projekten deutlich zeigte“ (Humenberger u.a. 1995: 13). Diese Austauschbeziehung, Beeinflussungen und Wechselwirkungen zwischen der Mathematik und ihren Anwendungen, wobei zunächst insbesondere letztere die Entwicklung der Mathematik vorantrieben, wandelte sich zur Mitte des 19. Jahrhunderts in der Weise, dass zunehmend von innermathematische Problemstellungen Impulse der Weiterentwicklung der Mathematik ausgingen (Humenberger u.a. 1995: 13f). Die so zeitlich vorgelagerte innermathematische Entwicklung, und die auf diese bezugnehmende Anwendung, führte zur begrifflichen Unterscheidung zwischen „reiner“ und „angewandter“ Mathematik (Humenberger u.a. 1995: 13ff).

¹¹ Inwieweit mit „gerätemäßigen Verfahren“ der angewandten Mathematik der Bereich der Informatik angesprochen worden ist bleibt hier offen, erscheint jedoch als durchaus vertretbare Interpretation.

Die Interdependenz zwischen „reiner“ und „angewandter“ Mathematik gestaltet sich, soweit dieser Unterscheidung gefolgt wird, als Austauschbeziehung in der Form, dass zum einen die abstrakten Resultate der „reinen“ Mathematik jenes Reservoir bilden, aus dem optional anwendungsbezogen geschöpft werden kann und zum anderen große Teile der einen Mathematik zu mindestens ideengeschichtlich in ihren Ursprüngen aus Anwendungen hervorgegangen sind (Walter 1966: 3ff; Sauer; Wenke 1968: 1ff).¹² Beide Bereiche von Mathematik, jener der „reinen“ und jener der „angewandten“, durchdringen sich somit wechselseitig und sind miteinander verwoben, da wesentliche Impulse der Mathematikentwicklung aus Anwendungen entstand und sich Entwicklungen der „reinen“ Mathematik häufig als überaus nützliche Werkzeuge der „angewandten“ Mathematik offenbarten (Sauer; Wenke 1968: 1). Als einen hervorzuheben Strang der Wechselbeziehung zwischen „reiner“ und „angewandter“ Mathematik in der Dimension der Übertragung abstrakter Begriffsbildungen und Methoden in die Praxis wird hierbei die Anwendung statistischer und wahrscheinlichkeitstheoretischer Methoden in immer weitere Gebiete betrachtet (Sauer; Wenke 1968: 6).¹³ Dies bildet auch den Hintergrund der Betrachtung von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik als „eine wichtige Brücke zwischen Mathematik und Alltag“, welche anzutreffen ist (Scheid 1992: Vorwort).

Unter angewandter Mathematik als eine so beschriebene Brücke zwischen Mathematik und Alltag ist nach Humenberger u.a. (1995) nicht ein Zweig der Mathematik zu verstehen, „sondern vielmehr eine Haltung, eine Einstellung, eine Sichtweise bzw. eine Betreibungsart von Mathematik, die dadurch gekennzeichnet ist, dass Theorien nicht nur Selbstzweck sind, sondern auch zur Lösung von außer-mathematisch gestellten Problemen beitragen sollen, dass Mathematisierungen von Realisationen (Modelle), Näherungsverfahren (-lösungen), Begründungen, Interpretationen (Sprache!), Vernetzungen, numerische und stochastische Aspekte, kreatives und eigenständiges Arbeiten (...) eine gefestigte und wichtige Stellung haben“ (Humenberger u.a. 1995: 16).

¹² So bestehen historisch betrachtet klare Bezüge zwischen der sozioökonomischen Entwicklung und den Anfängen der Arithmetik, Algebra und Geometrie (Walter 1966: 4; Sauer; Wenke 1968: 4). Siehe hierzu auch Kap. 5.4.2.8.

¹³ Gigerenzer u.a. (1999) führt dazu für den Bereich der Wahrscheinlichkeitstheorie aus, dass dieses Teilgebiet der Mathematik wie kein anderes in einer solch engen Beziehung zu ihren Anwendungen stand, so dass über weite Strecken dieser mathematischen Entwicklung die Wahrscheinlichkeitstheorie aus ihren Anwendungen bestand und das, pointiert ausgedrückt, bis zur Begründung der kolmogoroffschen Axiomatik im Jahre 1933 keine „reine“ mathematische Theorie der Wahrscheinlichkeit existierte (Gigerenzer u.a. 1999: 15).

Angewandte Mathematik bedeutet in dieser Perspektive somit „nicht nur eine Anwendung mathematischer Denkweisen auf Probleme, deren Wurzeln außerhalb der Mathematik zu suchen sind“, sondern beschreibt vielmehr „eine „Art“ (...) an Probleme heranzugehen“ (Humenberger u.a. 1995: 16).

2.1.2 Angewandte Statistik und empirische Sozialforschung

Ausgehend von der zuvor dargestellten grundlegenden Betrachtung der Anwendung mathematischer Aussagen im allgemeinen und statistischer Modelle und Verfahren im besonderen bildet nun die Rolle und Bedeutung der Anwendung statistischer Verfahren in der methodischen Konzeption empirischer Sozialforschung den Gegenstand der Betrachtung.

2.1.2.1 Die Systematik statistischen Arbeitens im Prozess empirischer Sozialforschung

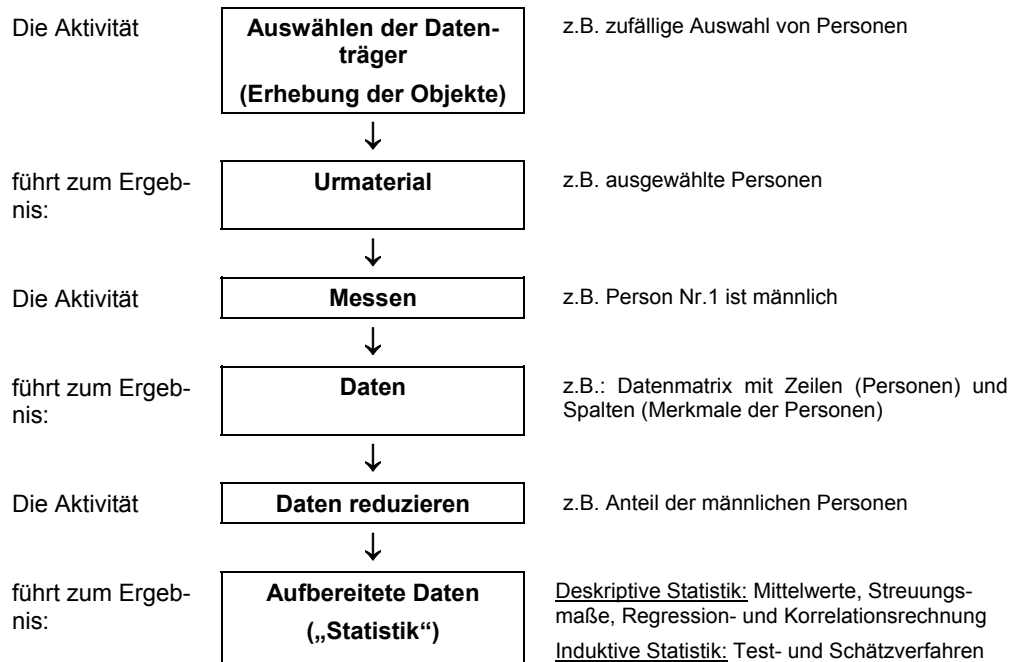
Als Einführung in die Betrachtung der Rolle und der Bedeutung der Anwendung statistischer Verfahren in der empirischen Sozialforschung wird zunächst die Systematik statistischen Arbeitens im sozialwissenschaftlichen Forschungsprozess zur Anschauung gebracht.

Als hierzu ausreichende Klärung des Begriffs „Empirische Sozialforschung“ ist dieser nach Atteslander (2000) zu definieren als „die systematische Erfassung und Deutung sozialer Erscheinungen. Empirisch bedeutet, dass theoretisch formulierte Annahmen an spezifischen Wirklichkeiten überprüft werden. „Systematisch“ weist darauf hin, dass dies nach Regeln vor sich gehen muss. Theoretische Annahmen und die Beschaffenheit der zu untersuchenden sozialen Realität sowie die zur Verfügung stehenden Mittel bedingen den Forschungsablauf“ (Atteslander 2000: 5).

Herauszustellen ist hierbei, dass „die Anwendung der Forschungsmethoden (...) aufgrund abstrakter Vorstellungen über Strukturen und Funktionieren der Gesellschaft“ erfolgt und „sich somit im Spannungsfeld zwischen Theorie und Praxis“ vollzieht (Atteslander 2000: 7).¹⁴

¹⁴ So hält bereits A. Comte im Zusammenhang mit seiner Kritik an Quetelet und dessen „Soziale Physik“ zur Unmöglichkeit von Empirie ohne Theorie fest: „Bei jeder Art von Erscheinungen, selbst den einfachsten gegenüber, ist eine wahrhafte Beobachtung nur insoweit möglich, als sie durch irgendeine Theorie zuerst geleitet und schließlich erläutert wird. (...) Die positive Philosophie will sich von dieser wesentlichen Verpflichtung keineswegs befreien, sondern entwickelt sie und erfüllt sie im Gegenteil nur immer mehr in dem Maße, als die Beziehungen der Erscheinungen vielfältigt und vervollkommnet. Es ist demnach vom wissenschaftlichen Standpunkt aus klar, dass jede isolierte, völlig empirische Beobachtung wesentlich müßig und

Der Bereich statistischer Methoden einschließlich der Überschneidungen zur sozialwissenschaftlichen Methodenlehre innerhalb des Forschungsprozesses ist in diesem Zusammenhang zunächst anwendungsbezogen in Anlehnung an Tiede (2001) wie folgt tätigkeits- und ablaufbezogen zu beschreiben (Tiede 2001: 3):



Tab. 1: Anwendungsbezogene Darstellung statistischen Arbeitens

Diese Abfolge statistischen Arbeitens im engeren Sinne ist als Teilmenge des gesamten Forschungsprozesses empirischer Sozialforschung anzusprechen, welcher gemäß der diesbezüglichen Abhandlung von H. von Alemann (1977) in folgende vier Phasen zu differenzieren ist, wobei phasenbezogen unterschiedliche Arbeitsinhalte zu nennen sind (v. Alemann 1977: 57ff):¹⁵

sogar von Grund aus unzuverlässig ist“ (zit. nach Atteslander 2000: 11). Diese Debatte zwischen Comte und Quetelet steht „für den noch heute nicht überwundenen Bruch zwischen Empirie und Empirismus“ und verweist zu paradigmbezogenen Kritik einer Quantifizierung (Atteslander 2000: 11f). Siehe hierzu Rohwer; Pötter 1999; 2001: 33 und Kap. 2.3.1.

¹⁵ Siehe vertiefend zum Prozess empirischer Sozialforschung mit der Benennung verschieden unterteilter Phasen des empirischen Forschungsprozesses auch Friedrichs 1990: 119ff; Schnell; Hill; Esser 1993: 117ff; Stier 1999: 17ff.

1. Die Definitionsphase: Problemauswahl, Literaturrecherche und -analyse, Präzisierung des theoretischen Bezugsrahmens, Operationalisierung der Grundbegriffe, Bestimmung und Abgrenzung von Grundgesamtheit und Analyseeinheit, Erstellung eines Forschungsplans.
2. Die Durchführungsphase: Entwicklung der Forschungsinstrumente, Erstellung des Auswahlplans, Durchführung von Vortests und Exploration, Vorbereitung und Durchführung der Hauptuntersuchung, Codierung der Daten.
3. Die Analysephase: Dateiaufbau und Datenbereinigung, Bestimmung des Analyseprogramms, deskriptive Analyse, Kausal- und Modellanalyse.
4. Die Disseminationsphase: Verfassen des Forschungsberichtes, Publikation und Verbreitung der Ergebnisse.

Wie bereits die den einzelnen Phasen im Forschungsprozess zugeordneten Tätigkeiten andeuten, impliziert jedes Forschungsvorhaben „vom Beginn bis zum Abschluss eine Fülle von Entscheidungen über den Umgang mit anfallenden Problemen (Eingrenzung des Themas, Wahl der Instrumente, Auswahl der Untersuchungsobjekte, Anwendung statistischer Verfahren usw.),...“, so dass in diesem Zusammenhang auch von dem „Forschungsprozess als eine Reihe ineinander verzahnter Entscheidungen“ gesprochen werden kann (Kromrey 1991: 58f). Diese Entscheidungen können „erhebliche Auswirkungen auf das Forschungsergebnis haben (...) und (sind) deshalb zur Sicherung der intersubjektiven Nachprüfbarkeit sorgfältig zu dokumentieren“, da die Methoden der empirischen Sozialforschung „Verfahrensweisen formaler Art“ darstellen, welche sicherstellen sollen, dass die mit ihnen erzielten Forschungsergebnisse einen „angebbaren Grad an Verbindlichkeit“ aufweisen (Kromrey 1991: 58f).

Der Ablauf einer statistischen Untersuchung als Teilmenge des Prozesses einer sozialwissenschaftlichen Untersuchung lässt sich unter Bezugnahme auf die diesbezügliche Darstellung von Hippmann (1995) in fünf chronologische Phasen untergliedern, denen verschiedene Bereiche statistischen Arbeitens zuzuordnen sind (Hippmann 1995: 1):

1. Informationsbedarf und Planung der statistischen Untersuchung: Ablauf-, Zeit-, und Kostenplanung, Bestimmung und Präzisierung der Fragestellung und des Ziels der Untersuchung.

2. Gewinnung von Information: Entscheidung primär- oder sekundärstatistisches Vorgehen, Bestimmung des Datenerhebungsinstrumentes (Beobachtung, schriftliche/ mündliche Befragung, Experiment, Inhaltsanalyse) im Falle primärstatistischen Arbeitens, Entscheidung Total- oder Teilerhebung (Stichprobe mit Stichprobenkonstruktion), Ermittlung sekundärstatistischer Quellen im Falle sekundärstatistischen Vorgehens.
3. Aufbereitung von Information: Manuelle Vorarbeiten wie Vollzähligkeits- und Vollständigkeitskontrolle, Datenerfassung, Plausibilitätskontrolle, Transformation von Daten in Häufigkeitstabellen (Gruppieren/ Klassifizieren).
4. Präsentation und Beschreibung der Information: Anwendung von Methoden der deskriptiven Statistik in Form von Tabellen, grafischen Darstellungen, Maßzahlen zu Mittelwert, Streuung und Konzentration, Koeffizienten der Regressions- und Korrelationsbetrachtung, Bildung von Verhältnis- und Indexzahlen, Interpretationstext.
5. Schlussfolgerungen auf der Grundlage vorhandener Information: Anwendung von Methoden der schließenden Statistik in Form von induktivstatistischen Schätzungen (Punkt- und Intervallschätzungen) oder induktivstatistischen Testverfahren (Parameter-, Verteilungs- oder Unabhängigkeits-hypothesen).

Die Bereiche statistischen Arbeitens und hierbei insbesondere die in den Punkten (4) und (5) angedeutete statistische Datenanalyse kann im sozialwissenschaftlichen Forschungsprozess grundsätzlich unter zwei zu differenzierenden Zielsetzungen angewendet werden (Engel u.a. 1995: 1ff).

Eine Form dieser Anwendung statistischer Methoden im Forschungsprozess ist die dem Entdeckungszusammenhang sozialwissenschaftlicher Theorie zuzuordnende explorative Datenanalyse mit dem Ziel der Eruiierung theoretischer Ansätze, Modelle und Hypothesen auf der Basis empirischer Befunde (Kromrey 1991: 62ff; Engel u.a. 1995: 1ff; Diekmann 1998: 30ff). Die zweite Form bildet die confirmatorische Datenanalyse, welche zum Begründungszusammenhang von Theorien gehört und das Ziel verfolgt, sozialwissenschaftliche Theorien und Aussagensysteme an der Empirie zu überprüfen (Kromrey 1991: 62ff; Engel u.a. 1995: 1ff; Diekmann 1998: 30ff). Diese so unterschiedenen Formen empirischer Forschung kann dabei wie folgt grafisch zur Anschauung gebracht werden (Engel u.a. 1995: 2):¹⁶

¹⁶ In Entsprechung an die so unterschiedenen Formen der Anwendung Statistischer Datenanalyse im Forschungsprozess unterscheidet Diekmann (1998) in seiner Typologie von Untersuchungszielen neben dem eines deskriptiven Ziel und Evaluations-

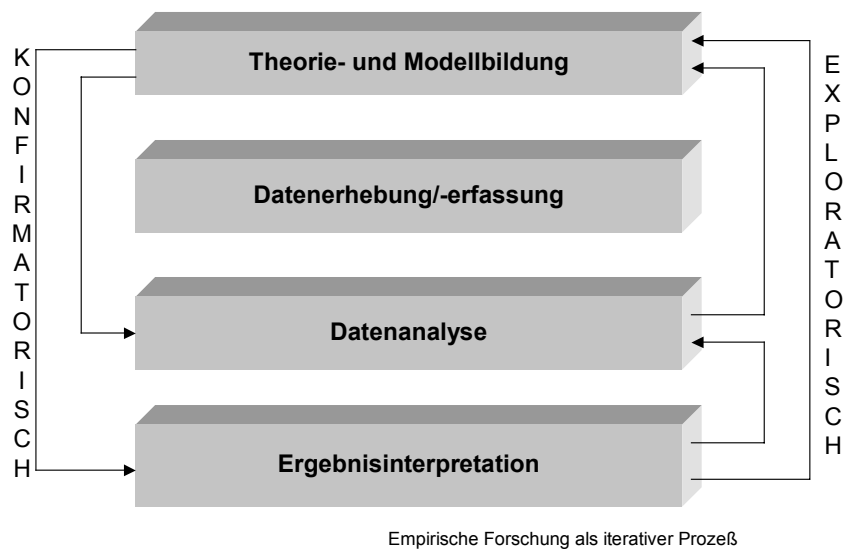


Abb. 1: Empirische Forschung als iterativer Prozeß

Vor diesem Hintergrund bildet die Theorie- und Modellbildung Ausgangspunkt als auch Ziel der Anwendung statistischer Methoden im sozialwissenschaftlichen Forschungsprozess, da zum einen die bestehenden theorieenthaltenen Begriffsbestimmungen, Aussagen und Hypothesen benötigt werden, um als Ausgangspunkt über ihre Operationalisierung in Datenerhebungs- und Datenauswertungsstrategien transformiert zu werden, ohne die eine begründete Datenerhebung und damit eine Anwendung statistischer Methoden verstellt wäre (Engel u.a. 1995: 1ff). Die jeweilige Theorie und Modellbildung ist jedoch auch und insbesondere Ziel der Anwendung statistischer Methoden im Forschungsprozess in der Gestalt, dass im Lichte der bestehenden empirischen Befunde und statistischer Analyseergebnisse und deren Interpretation theoretische Aussagen generiert bzw. überprüft werden (Engel u.a. 1995: 3f). Diese Interdependenz zwischen Theorie- und Modellbildung und statistischer Datenanalyse sei anhand der folgenden Abbildung zur Anschauung gebracht (Engel u.a. 1995: 4):

studien zwischen explorativen Untersuchungen und dem Ziel der Prüfung von Hypothesen und Theorie (Diekmann 1998: 30ff).

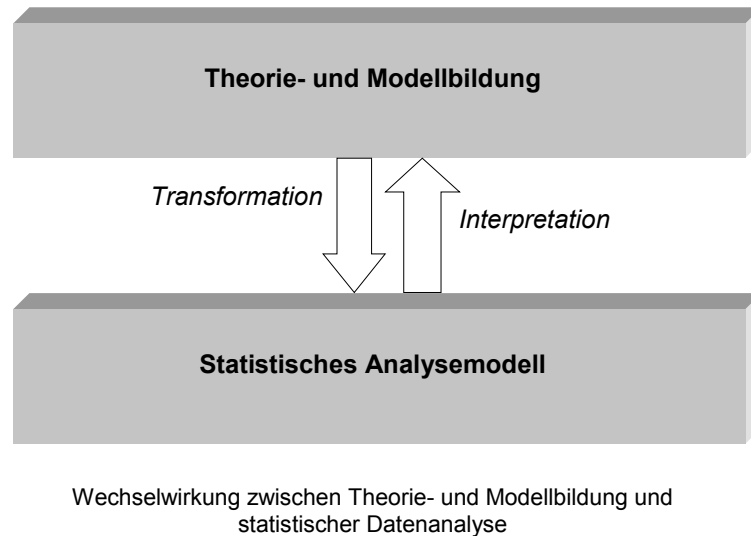


Abb. 2: Wechselwirkung zwischen Theorie- und Modellbildung und statistischer Datenanalyse

In dieser Perspektive der Funktion von Statistik im Forschungsprozess ergibt sich somit die Frage nach der Anwendung statistischer Methoden in diesem Kontext (Menges 1982).

2.1.2.2 Die Perspektive einer „Adaptiven Statistik“

Ausgehend von den zuvor dargestellten Verhältnissen begründete G. Menges ausgehend von der Fragestellung der Anwendung statistischer Methoden im sozialwissenschaftlichen Forschungsprozess die Perspektive einer „Adaptiven“ Statistik, zu deren Darstellung zunächst die Methodik statistischen Arbeitens darzustellen ist (Menges 1982). Hierbei unterscheidet und benennt Menges (1982) folgende zwölf diesbezügliche Phasen, welche er eingehender betrachtet und hierzu einleitend bemerkt, dass Statistik für Produzent oder Konsument statistischer Daten nur dann vernünftig praktikierbar ist, wenn diese einzelnen Arbeitsphasen bekannt sind und die verschiedenen Wechselwirkungen zwischen diesen Phasen berücksichtigt werden (Menges 1982: Vff). Diese Phasen statistischer Tätigkeit in chronologischer Reihung sind (Menges 1982):

1. Das Spezifizieren,
2. das Beobachten (oder)
3. das Experimentieren,
4. das Verarbeiten,

5. das Beschreiben (und/ oder)
6. das Analysieren,
7. das Schätzen (und/ oder)
8. das Prüfen (und/ oder)
9. das Prognostizieren,
10. das Entscheiden,
11. das Präsentieren (und)
12. das Abschätzen von Fehlern.

Diese systematische Abfolge statistischen Arbeitens dient Menges (1982) als Grundstruktur seiner anwendungsbezogenen Abhandlung statistischer Betätigung, welche Elemente einer von ihm sogenannten „Adaptiven Statistik“ enthält, die sich durch folgende drei Maximen auszeichnet (Menges 1982: 15):

- „Das wichtigste sind die Daten, das zweitwichtigste ist die jeweilige Sachtheorie, dann erst kommen die Methoden. Bisher hat man in der Statistik die Methoden überbewertet.“
- „Die Methoden müssen sich an den Daten und an der Theorie orientieren, nicht umgekehrt. Die Methoden müssen insbesondere auf die Art und Qualität der Daten Rücksicht nehmen.“
- „Die Methoden müssen aufnahmebereit sein für jede Art von Information, sie müssen die Information voll ausbeuten, und es sollte angestrebt werden, die Qualität der jeweiligen Information zu bewerten.“

Die Perspektive einer „Adaptiven Statistik“ mit ihrer Negation der Überbewertung statistischer Methoden fußt auf dem Erkennen des Fehlers, „die in den Natur-, Ingenieur- und Biowissenschaften so erfolgreiche modellgestützte mathematische Statistik auch den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften überzustülpen“ und wird mit dem Appell verbunden, die wirtschafts- und sozialwissenschaftliche Statistik sollte sich wieder stärker auf die „Wurzeln der Statistik als Abbildung der Wirklichkeit besinnen“ (Krämer, W. 2001: 197). Mit Blick auf diese Wurzeln wird sichtbar, dass „die meisten einflussreichen empirischen Studien in Soziologie und Wirtschaftswissenschaften ihren Einfluss nicht aus raffinierten statistischen Verfahren (schöpfen), sondern aus einem ungewöhnlichen Sichtwinkel, aus der Gegenüberstellung bislang getrennter Datenreihen, aus einer frischen Betrachtungsweise ihres Gegenstandes“ (Krämer, W. 2001: 196).

Die bedeutenden Beiträge der Statistik zum Fortschritt der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften sind demnach „nicht durch fortgeschrittene Verfahren, sondern durch eher deskriptive, formal anspruchslose Werkzeuge geschaffen worden“ (Krämer, W. 2001: 196).¹⁷

Die auf dieser Einstiegseinsicht basierende und mehr als grobe, nicht ausformulierte Skizze zu bezeichnende Grundorientierung „Adaptiver Statistik“ als sich anpassende statistische Methodologie fokussiert die Adaption an Daten und Theorie und vernachlässigt dabei noch eine Adaption an die kognitiven Verarbeitungsmechanismen im Rahmen der Präsentation, welche durchaus weiterführend wäre (Menges 1982: 419ff).

2.2 Vorstellungsbilder in der historischen Genese statistischer Verfahren

In erster Annäherung der historischen Entwicklung statistischer Verfahren ist einleitend festzuhalten, dass das Erzählen von Geschichten der Ausbildung statistischer Betrachtungen zeitlich vorgelagert ist und ein Bestand analoger „Geburts-hilfe“-Beziehungen wie „vom Besonderen zum Allgemeinen, vom Subjektiven zum Universellen, von der Intuition zum Beweis, vom Dramatischen zum Zeitlosen, von der ersten Person zur Dritten“ oder „vom Spezialfall zur Norm“ zu beobachten ist (Paulos 2000: 15f). Ausgehend von dieser Feststellung und dem Tatbestand, dass das jeweils erste Element den kognitiven Ursprung des zweiten bildet, kann angenommen werden, „dass Geschichtenerzählen und informelle Unterhaltungen zu jenen komplementären Denkweisen beigetragen haben, die heute in Statistik, Logik und Mathematik im Allgemeinen angewendet werden“ (Paulos 2000: 15f).¹⁸

¹⁷ Krämer verweist, bezogen auf die Wurzeln quantitativer Sozialforschung, beispielsweise auf die wahrhaft als klassisches Dokument angewandter empirischer Sozialforschung zu bezeichnende Studie von M. Jahoda, P. F. Lazarsfeld und H. Zeisel (1975): „Die Arbeitslosen vom Mariental. Ein soziographischer Versuch“ (erstmalig 1933) und bemerkt zur darin enthaltenen quantitativen Betrachtung des Zeitverständnisses und der Zeitverwendung von Menschen (S. 83ff) im genannten Diskussionskontext: „Worauf es ankommt, sind die ungewohnten Daten selbst. Natürlich kann man hier lange über Versuchsaufbau und Stichprobenproblematik reden, aber auf den Gedanken, abzuzählen, wie oft ein Arbeitsloser beim Gehen innehält, muss man erst einmal kommen“ (Krämer, W. 2001: 196).

¹⁸ Vor diesem Hintergrund erscheint beispielsweise der Tatbestand, dass das englische Wort „account“ nicht nur „Rechnung“, sondern auch „Bericht“ bedeutet und das deutsche Wort „Erzählen“ das Wort „zählen“ und damit „Zahl“ enthält, als nicht nur zufällig (Paulos 2000: 19).

Dieser historische Zusammenhang von Geschichten und Statistik wird jedoch in der üblichen Betrachtung, welche Geschichten und Statistik als Gegensatzpaare betrachtet, systematisch vernachlässigt und betrachtet Statistik nicht als Destillate oder Zusammenfassungen von Geschichten (Paulos 2000: 21ff). Das diese ideen-, gedanken- und modellbetonende Betrachtungsweise jedoch durchaus begründet werden kann belegt folgende Einschätzung von Stegmüller (1973): „In mindestens zwei Hinsichten ähnelt die Statistik der Philosophie. Erstens darin, dass es zahlreiche einander bekämpfende Richtungen gibt, welche die gegnerischen für Stumpfsinn erklären. Zweitens darin, dass in beiden Bereichen eine starke Tendenz zum Denken in Schablonen besteht. In der Statistik wie in der Philosophie findet dies vor allem seinen Niederschlag darin, dass Fragen, die nach verschiedenen Dimensionen verlaufen, über einen Kamm geschoren und als Fragen ein und desselben Typs behandelt werden“ (Stegmüller 1973b: 76). Unter Bezugnahme auf diese Situation und in Anbetracht einer auch nur näherungsweise konsensfähigen Auffassung bezüglich der epistemologischen Grundlagen statistischer Konzepte wurde gefolgert, dass „das statistische Denken bis in die jüngsten Tage zum großen Teil informell und intuitiv geblieben“ ist und dies unabhängig davon, „ob dies eine Handlung, das Akzeptieren einer Behauptung, die Ablehnung einer Hypothese, die Zuweisung einer Wahrscheinlichkeit sei oder andere Bereiche betreffe“ (Rahlf 1998: 18).

Die folgende Darstellung der historischen Genese statistischer Verfahren und Modelle betont und fokussiert somit die Bedeutung von Vorstellungen in diesem Zusammenhang, ohne dabei der Annahme zu erliegen, die Entwicklung und Begründung statistischer Verfahren würde sich hierin erschöpfen (Rahlf 1998: 12f). Zur ersten Annäherung ist es dabei von elementarer Bedeutung, dass statistische Deskription und Inferenz als Differenzierung statistischer Methoden auf Modellannahmen beruhen, wobei insbesondere „Inferenzaussagen (...) vollständig von dem a priori zugrundegelegten Modell abhängig“ sind (Rahlf 1998: 13).

2.2.1 Deskriptive Statistik

Im Falle der definitorischen Charakterisierung von Statistik als eine Methodenwissenschaft mit dem zentralen Ziel eines Erkenntnisgewinns über Massenerscheinungen bildet die Deskription sicherlich den Kern statistischer Bemühungen, wobei unabhängig von der Fragestellung, ob sich die statistische Analyse in der Beschreibung erschöpft oder sich eine inferenzielle Bearbeitung anschließt, ein hiervon autonomer Bestand deskriptivstatistischer Betrachtung als unstrittig betrachtet werden kann (Rahlf 1998: 21).

Als überaus schwieriger erweist es sich jedoch, die Frage nach den erkenntnistheoretischen Grundlagen bestehender Konzepte und Modelle der deskriptiven Statistik zu beleuchten, da hierzu fachinterne Anhaltspunkte kaum vorhanden sind, so dass ein Blick in die historische Entwicklung als unverzichtbar erscheint (Rahlf 1998: 21).

Erste Ursprünge praktischer deskriptiver Statistik sind über 4500 Jahre alt und finden sich im alten Reich der Ägypter (2650–2190 v. Chr.), in dem nachweislich alle zwei Jahre Zählungen des Goldes und der Felder durchgeführt wurden sowie die Volkszählung zur Zeit des Pyramidenbaus um 2600 v. Chr. als verbürgt gelten kann (Münzner; Steiner 1966: 196; Menges 1982: 1ff; Rott 1995: 305). Neben Ägypten gilt das vorspanische Reich der Inka mit seinen Einwohnern als frühe Hochburg der Statistik, in der auf der Datenlage monatlicher Statistiken Arbeit, Kleidung und Land verteilt sowie Ehepartner zusammengeführt wurden (Menges 1982: 1ff; Rott 1995: 305).

Auf dem Gebiet Europas gelten die Römer unter Kaiser Augustus (63 v. Chr.–14 n. Chr.) als erste Kultur, die im bedeutenden Ausmaß und systematisch umfangreiche statistische Daten erhob indem quantitative Dokumentationen über die römischen Land- und Seestreitkräfte, der öffentlichen Finanzwirtschaft und anderen Bereichen von politischem Interesse erstellt wurden (Menges 1982: 1ff; Rott 1995: 305). Mit einer in der ausgeprägten Jenseitsbetonung der damaligen Zeit zusammenhängenden Pause der Entwicklung statistischer Anwendungen im Mittelalter setzte diese erst in der Neuzeit wieder ein, in dem beginnend mit statistischen Territorialerhebungen und Wirtschaftsstatistiken zum Ende des 18. Jahrhunderts integrierte Nationalstatistiken erhoben wurden (Menges 1982: 2; Rott 1995: 305).¹⁹

Neben dieser anwendungsbezogenen historischen Perspektive bildet die Universitätsstatistik eine weitere Wurzel der Statistikentwicklung (Münzner; Steiner 1966: 196f; Menges 1982: 3ff; Rott 1995: 306; Diekmann 1998: 80f; Rahlf 1998: 23). Diese Universitätsstatistik war Ausdruck eines neben der Gewinnung quantitativer Informationen zunehmend auch wissenschaftlichen Interesses der Konzeption einer zusammenfassenden und systematischen Deskription eines Landes und war seit dem 16. Jahrhundert an vorwiegend deutschen Universitäten als „Lehre der Staatsmerkwürdigkeiten“ vertreten (Freudenthal; Steiner 1966: 179; Menges 1982: 1ff; Rott 1995: 306; Rahlf 1998: 23).

Die so beschriebene erste Repräsentation von Universitätsstatistik ging um 1850 in die „Politische Arithmetik“ als Vorläufer heutiger Statistik im engeren Sinne über, womit sich die Hinwendung zu einem modernen Wissenschaftsbetrieb verdeutlichte, einhergehend mit einer steigenden Spezialisierung und Arbeitsteilung sowie einer Hinwendung zur naturwissenschaftlichen Methodik im Sinne einer

¹⁹ Den Anfang dieser Entwicklung machte Schweden 1796 und 1834 wurde auf den deutschen Sprachraum bezogen das Statistische Zentralbureau des Deutschen Zollvereins gegründet, gefolgt von dem Preußischen Statistische Büro im Jahre 1805 und dem Kaiserlichen Statistischen Reichsamte im Jahre 1871 (Menges 1982: 2; Rott 1995: 305; Diekmann 1998: 81).

Versachlichung und dem Streben nach Exaktheit (Freudenthal: Steiner 1966: 179; Menges 1982: 5ff Rott 1995: 306; Rahlf 1998: 23).²⁰ Die Politische Arithmetik verfolgte damit eine grundlegend neue Zielsetzung: Der wissenschaftlichen Erklärung gesellschaftlicher und wirtschaftlicher Erscheinungen über die Entdeckung von Gesetzmäßigkeiten (Rott 1995: 306; Rahlf 1998: 23). Klassische Fachvertreter dieser zunächst insbesondere in England und Holland vertretenen Richtung waren beginnend mit John Graunt (1661) vor allem der Berliner Feldprediger Johann Peter Süßmilch (1707–1767) (Freudenthal: Steiner 1966: 179; Menges 1982: 6; Rott 1995: 306; Diekmann 1998: 78f; Rahlf 1998: 22). In Graunts richtungsweisenden Werk „Observationen“ lag der Interessensschwerpunkt auf der Messung und quantitativen Untersuchung sozialer Vorgänge, wozu er primär- und sekundärstatistisch vorging und im ersteren Fall erstmalig eine Methode der repräsentativen Stichprobenziehung anwandte sowie die hieraus ermittelten Daten für Schätzungen hochrechnete (Diekmann 1998: 78f). Süßmilch versuchte später in diesem Kontext im Rahmen seines demografischen Kompendium über die Zusammenfassung des gesamten methodischen und bevölkerungsstatistischen Wissens eine „göttliche Ordnung in der Veränderung des menschlichen Geschlechts“ herzuleiten und diskutierte dabei „bereits scharfsinnige, gewissermaßen soziologisch-strukturelle Analysen sozialer Zusammenhänge“ (Freudenthal: Steiner 1966: 179; Menges 1982: 6; Rott 1995: 306; Diekmann 1998: 79; Rahlf 1998: 22).

2.2.1.1 Mittelwerte als zusammenfassende Maße der zentralen Tendenz

Im 19. Jahrhundert kristallisierte sich die Entwicklung statistischer Analyseverfahren unter anderem um den Belgier Lambert Adolphe Jacob Quetelet (1796–1874), der unter dem Eindruck der Entwicklung naturwissenschaftlicher Erkenntnis versuchte, gesellschaftliche Entwicklungen über Formeln zu berechnen und dabei die Erklärung und Analyse der statistischen Daten isoliert auf das Wirken von Naturgesetzen reduzierte (Freudenthal: Steiner 1966: 179; Menges 1982: 7; Rott 1995: 306; Gigerenzer u.a. 1999: 60ff).

²⁰ Dieser Übergang der Universitätsstatistik zur politischen Arithmetik erfolgt jedoch nicht ohne Auseinandersetzungen, bei der die Vertreter der Politischen Arithmetik mit „Tabellenknechten“ und „Zahlenmännern“ gleichgesetzt wurden und von entgegengesetzter Seite über die Universitätsstatistik durch Knies im Jahre 1850 bemerkt wurde: „Die possierlichen alles versprechenden Titel der hungerstillenden Bücher von Charlatanen der früheren Zeit wurden Wahrheit. Das bunteste Conglomerat von Ammen- und Schnürleiberanecdota an bis zu den Constitutionen und Heeren der Völker, ales nahm in der neuen Wissenschaft seine Platz“ (zit. nach Diekmann 1998: 81).

Getragen wurde diese Perspektive durch die Vorstellung eines „homme moyen“ als einem durchschnittlichen Menschen, der versehen mit mittlerem Glück, mittlerer Schönheit, mittlerer Intelligenz usw. von allen störenden Abweichungen und Zufälligkeiten bereinigt war (Freudenthal: Steiner 1966: 179; Menges 1982: 7; Rott 1995: 306; Gigerenzer u.a. 1999: 60ff). Das Konstrukt des „homme moyen“ als von allen Besonderheiten und Ausnahmen ausgeglichener Durchschnittsmensch wurde so zum Schlüsselbegriff einer abstrahierenden Sozialwissenschaft als Sozialphysik, was ein zeitgenössisches Zitat von Quetelet aus dem Jahre 1835 belegt: „Wenn man versucht, sozusagen die Grundlage einer Sozialphysik zu schaffen, muss man ihn (den homme moyen) betrachten, ohne sich bei den Einzelfällen oder den Anomalien aufzuhalten, und ohne zu untersuchen, ob dieses oder jenes Individuum einer mehr oder weniger starken Entwicklung seiner Anlagen fähig ist“ (zit. nach Gigerenzer u.a. 1999: 63). Die Begründung des künstlichen Konstruktes des Durchschnittsmenschen „homme moyen“ erfolgte über die Annahme konstanter Ursachen sowie systematischer und zufälliger Abweichungen unter erstmals statistischer Anwendung der Gaußschen Normalverteilung, so dass mit dieser dreigliedrigen Charakteristik bereits eine vage Form der statistischen Varianzanalyse vorgedacht war (Diekmann 1998: 82f). Sein im Jahre 1835 erstmals erschienenes Werk gilt in diesem Kontext als „erstes Beispiel einer systematischen, sinnvollen und zielgerichteten Verarbeitung statistischen Materials“ und enthält auch in seinem Titel die Bezeichnung „Physique sociale“, welche aus dem Laplacen Ideenkreis entstammt und erstmals von Auguste Comte (1798–1857) zur Bezeichnung jener Wissenschaft verwandt wurde, die er später Soziologie nannte (Freudenthal: Steiner 1966: 179; Korte 1992: 9ff; Gigerenzer u.a. 1999: 61ff).²¹ Neben diesem Wirken Quetelets auf die akademische Fortentwicklung der Statistik beeinflusste er nicht zuletzt über die durch ihn organisierten und ab 1853 regelmäßig stattfindenden internationalen statistischen Kongressen die statistische Praxis, wobei hier die vornehmlich betonte und wahrgenommene Aufgabe in der Ansammlung und Darstellung neutralen und objektiven Daten bestand, ohne Fragestellungen von Ursache und Wirkung nachzugehen (Gigerenzer u.a. 1999: 60).²²

²¹ Siehe einführend zu den Anfängen der Soziologie und dem „ersten“ Soziologen Comte und der Rolle der Statistik in der Konstituierung eines sozialwissenschaftlichen Forschungsgegenstandes als Kontext dieser Entwicklung Korte 1992: 9ff sowie Gigerenzer u.a. 1999: 60ff.

²² Dieses Selbstverständnis statistischer Arbeit gipfelte in dem Motte der London Statistical Society in Form des „aliis exterendum“ als „auswerten sollen die anderen“, das durch die Regel „je trockener desto besser“ ergänzt wurde (Gigerenzer u.a. 1999: 60).

In Kenntnis dieser historischen Strukturen wird die Parallele zwischen deskriptiv-statistischen Mittelwerten wie dem arithmetischen Mittel, dem Median oder Modalwert und sich in solchen Alltagswörtern wie „gewöhnlich, gebräuchlich, typisch, gleich, mittelmäßig, meist, normiert, stereotyp, erwartet, unbestimmbar, normal, üblich, durchschnittlich, konventionell, alltäglich, so lala und so weiter“ manifestierenden Vorstellungsbilder greifbar, wobei nur sehr schwer vorstellbar ist, dass vorgeschichtliche Menschen, auch wenn sie nicht über diese Wörter verfügten, „nicht rudimentäre Vorstellungen vom typischen gehabt haben sollten“ (Paulos 2000: 18). Die Transformation solcher Vorstellungsbilder in deskriptivstatistische Maßzahlen der zentralen Tendenz wie dem arithmetischen Mittel, dem Median oder dem Modus bleibt dabei jedoch in seiner historischen Rekonstruktion ebenso diffus wie die Frage nach einem statistischen Kriterium zur situativen Selektion dieser durchaus alternativen Mittenbestimmung (Rahlf 1998: 22). Sicher erscheint nur, dass auch die historische Entwicklung der Bildung und Verwendung solcher deskriptivstatistischer Methoden zur Charakterisierung von Zahlenmaterial von verschiedenen und konkurrierenden Konzepten geprägt war, so dass die „Wahl des arithmetischen Durchschnittes aller vorhandener Daten zur Messung einer unbekanntes Größe (...) keineswegs eine zu allen Zeiten geübte Praxis“ war (Rahlf 1998: 24).

Ein isolierbares Motiv der Mittelwertbildung war die Reduktion von Unsicherheit in einer mit Ungewissheit behafteten Situation, so dass bereits die Mittelwertbildung als „ein Kompromiss zwischen kausalen Denkmustern, die das Ziel haben, genau ein Ereignis vorherzusagen, und der vollen Fülle an Unsicherheit über alle möglichen Ereignisse“ angesprochen werden (Borovcnik 1992: 131). In dieser die hier enthaltene Dimension der Wahrscheinlichkeit berücksichtigende Perspektive sei eine arithmetische Mittelwertbildung gemäß

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

glücksspielbezogen interpretiert mit dem Umfang n als Anzahl der Spiele, die Werte x_i als ausgezahlte Beträge und dem Ergebnis der Berechnung der durchschnittlichen Auszahlung pro Spiel (Borovcnik 1992: 131). Entspricht dieser Betrag näherungsweise dem Einsatz, so kann das Spiel im nachhinein als fair bezeichnet werden (Borovcnik 1992: 131). Mit der Wechselbeziehung zwischen relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten ist jedoch auch eine erwartungsbezogene Betrachtung in folgender Weise darstellbar (Borovcnik 1992: 131ff):

Gegeben sei eine diskrete Häufigkeitsverteilung mit x_i ($i = 1, 2, \dots, k$) als realisierte Werte, die jeweils a_i mal aufgetreten sind, so dass die Summe dieser einzelnen Häufigkeiten den Umfang n ergibt. Dies ermöglicht die verkürzte Berechnung des arithmetischen Mittels über

$$\bar{x} = x_1' \frac{a_1}{n} + x_2' \frac{a_2}{n} + \dots + x_k' \frac{a_k}{n},$$

wobei die relativen Häufigkeiten $\frac{a_i}{n}$ als Schätzwerte für die Wahrscheinlichkeiten $p_i = W(X = x_i')$ mit X als Zufallsvariable „ausgezahlter Betrag“, beschrieben durch den Ereignisraum $M\{x_1', \dots, x_k'\}$, benennbar sind. Die Zuordnung $x_i' \rightarrow p_i$ als diskrete Dichten beschreibt nun die Verteilung der Zufallsvariablen vollständig, wobei als Umkehrung der Perspektive jede einzelne Wahrscheinlichkeit p_i als Richtwert der entsprechenden relativen Häufigkeit $\frac{a_i}{n}$ gedeutet werden kann, was der Bestimmung des sogenannten Erwartungswertes der Zufallsvariable X über $E(X) = x_1' p_1 + x_2' p_2 + \dots + x_k' p_k$ als Voraussagewert oder Richtwert für den mittleren Auszahlungsbetrag in einer Reihe von Spielen entspricht (Borovcnik 1992: 131ff). Eine weitere sich hieran anschließende Dimension der Mittelwertbildung ist die Bestimmung der zentralen Tendenz einer Verteilung mit der Rolle des Mittelwertes als auch schätzungsbezogenen typischer Wert dieser Verteilung in Abhängigkeit zur beobachteten Streuung und der dadurch determinierten Verteilungsbreite (Borovcnik 1992: 138f).

Der Median als jener lagetypische Mittelwert einer gemäß $x_1, x_2, \dots, x_n \rightarrow x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ der Größe nach geordneten Reihe von beobachteter Werte, der diese über

$$x_{0,5} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{x_{(k)} + x_{(k+1)}}{2}; n = 2k \\ x_{(k)}; n = 2k + 1, k = 1, 2, \dots \end{array} \right\}$$

genau halbiert, ist nicht als typischer Wert einer Verteilung gedacht, um den sich alle anderen Werte gruppieren, und in dieser Perspektive betrachtet auch kein Maß der zentralen Tendenz (Borovcnik 1992: 139f).

Diese zugrundeliegenden deskriptivstatistischen Modelle der betrachteten Maße der zentralen Tendenz besitzen jedoch einen modellbezogenen Erkenntniswert an sich, den Tiede (2001) als Sachlogik von der Zahlenlogik des jeweiligen Maßes differenziert (Tiede 2001: 45ff).

Im Falle des Medians $x_{0,5}$ mit seiner Vorstellung der Mitte als zentraler Wert ist diese zu unterscheiden von seiner Zahlenlogik, bei der die Minimumeigenschaft des Medians als Minimum der Summe der absoluten Abstände der Einzelwerte

vom Median als Minimum der Funktion $g(x_{0,5}) = \sum_{i=1}^n |x_i - x_{0,5}|$ hervorzuheben ist (Tiede 2001: 59). Diese Zahlenlogik des Medians geht dabei mit seiner Sachlogik einher, nach der dieser Mittelwert allen Werten in der Weise ähnlich ist, indem seine gesamte Unähnlichkeit bezüglich dieser Werte minimiert wird (Tiede 2001: 63f).

Das bereits erläuterte, dem arithmetischen Mittel zugrundeliegenden Vorstellungsbild der Mitte als nivellierender Wert und Sachlogik dieser statistischen Mitkonstruktion steht eine mit dieser einhergehenden Zahlenlogik in Form der Ersatzwertigkeit, der Nulleigenschaft und der Minimumeigenschaft bezüglich der quadrierten Abweichungen gegenüber (Tiede 2001: 60f). Die Ersatzwertigkeit benennt dabei die Entsprechung der Merkmalswertsumme mit der n-ten Multiplikation des arithmetischen Mittels gemäß

$$\sum_{i=1}^n \bar{x} = n\bar{x} = n \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i,$$

die Nulleigenschaft die Null entsprechende Summe der Abweichungen der Merkmalswerte vom arithmetischen Mittel gemäß

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

und die Minimumeigenschaft als Minimum der quadrierten Abweichungen der Einzelwerte vom arithmetischen Mittel entsprechend

$$g(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \min. \quad (\text{Tiede 2001: 60f}).$$

In seiner Sachlogik ist das arithmetische Mittel den Werten, welche sie charakterisieren soll, insofern ähnlich, als dass die gesamte Unähnlichkeit über die quadrierte Differenz der Merkmalswerte von arithmetischem Mittel im Sinne einer vollständigen Nivellierung minimiert ist (Tiede 2001: 64f).²³

Der Modus x_{mod} als Ausdruck einer Mittenvorstellung in Form des häufigsten Wertes bzw. jener Klasse mit der höchsten Häufigkeitsdichte entsprechend

²³ Die Betrachtung von geometrischen und harmonischen Mittel zur Mittelung von Verhältnis- und Beziehungszahlen soll hier unterbleiben. Siehe dazu Tiede 2001: 65ff; 70ff.

$x_{\text{mod}} = x_i \max_{1 \leq i \leq m} f_i$ bzw. $\max_{1 \leq i \leq m} \frac{f_i}{b_i}$ besitzt die numerische Eigenschaft, dass „die geringste Anzahl der Beobachtungen einer Datenmenge von ihm verschieden ist“ (Tiede 2001: 58).

2.2.1.2 Berücksichtigung von Variation und Streuung als Mittelwertkritik

In der weiteren historischen Entwicklung deskriptivstatistischer Verfahren und Anwendungen brachte die Anwendung und Interpretation der auf der Vorstellung des als Durchschnittsmenschen vorstellbaren „homme moyen“ generierten gesellschaftsbezogenen Durchschnittsdaten deterministische Thesen zur Erklärung gesellschaftlicher Tatbestände im Sinne einer sozialen Mechanik mit sich, die insbesondere in England einen Streit um die Willensfreiheit menschlichen Handelns entstehen ließ, in dessen Verlauf die Variation von Merkmalsausprägungen und deren Wahrscheinlichkeit in den Blickpunkt der Betrachtung gerieten (Gigerenzer u.a. 1999: 70). In diesem Kontext veröffentlichte Robert Campell 1859 eine herausragende Studie über die statistische Variation, in der dargelegt wurde, dass die zuvor in anderen Veröffentlichungen zur Begründung deterministischer Thesen herangezogenen empirischen Regelmäßigkeiten unwahrscheinlicher waren als wenn vom reinen Zufall hervorgebracht (Gigerenzer u.a. 1999: 70). Zudem verteidigte John Venn nachdrücklich die Bedeutung individueller Abweichungen in der Betrachtung gesellschaftlicher Realität und Gustav Rümelin betonte in diesem Zusammenhang, dass die Möglichkeit von Abweichung ein Kennzeichen höherer Lebensformen sei und somit Statistiker die Daten weiter zerlegen und analysieren sollten, statt sich mit breiten Durchschnitten zufriedenzugeben (Gigerenzer u.a. 1999: 72f).²⁴

Dieses intuitive Unbehagen bezüglich einer vereinheitlichenden Durchschnittsbetrachtung kann zurückgeführt werden auf eine Missachtung intuitiver Vorstellungsbilder, die sich wie bei den Maßen der zentralen Tendenz offenbaren in gebräuchlichen Wörtern wie „ungewöhnlich, seltsam, ungewohnt, einzigartig, ursprünglich, extrem, speziell, andersartig, einmalig, abweichend, unähnlich, unvereinbar, verschieden, absonderlich, zuviel und so weiter“ und auf zugrundeliegende Konzepte statistischer Streuungsbetrachtung wie beispielsweise der Spannweite, der Quartilabstand, der Standardabweichung, der Varianz oder des

²⁴ Galton (1889) unterstrich diese Forderung der statistischen Betrachtung von Variation mit der Äußerung, dass jene, die bei ihren statistischen Auswertungen bei den Mittelwerten stehenblieben, Seelen hätten „die für die Reize der Vielfalt ebenso unempfindlich sind wie die jenes Touristen aus dem englischen Flachland, der nach einer Reise in die Schweiz urteile, wenn man die Berge in die Seen kippen könnte, hätte man zwei übel auf einen Schlag beseitigt (zit. nach Gigerenzer u.a. 1999: 77).

Variationskoeffizienten verweisen (Paulos 2000: 18).²⁵ Diese quantitative Erfassung der Variabilität beobachteter Daten über die Bestimmung von Streuungsmaßen enthält dabei eine im Vergleich zur älteren mathematischen Fehlerrechnung grundlegend anderen Ansatz zu Umgang mit Variabilitätsphänomenen, da hier die Beschreibung an die Stelle der Eliminierung einzelner Schwankungen getreten ist, was wiederum auf ein autonomes Konzept verweist. (Borovcnik 1992: 153ff).

Die aus diesen Konzepten des statistischen Umgangs mit Variabilitätsphänomenen hervorgegangenen einzelnen Streuungsmaße weisen einen eigenen Erkenntniswert auf, der sich aus den der Konstruktion zugrundeliegenden Vorstellungen und Prinzipien ergibt (Rahlf 1998: 12f; Tiede 2001: 83ff). Die hierbei hervorzuhebenden Konstruktionsprinzipien von Streuungsmaßen bilden zum einen die Beschreibung des Abstandes zweier bestimmter Werte der Verteilung, dem analog zur Mediandefinition beispielsweise der Quartilsabstand gehorcht, wobei die der Größe nach geordnete Reihe erhobener Merkmalswerte in vier jeweils 25% des Erhebungsumfanges enthaltene Teile zerlegt werden, deren Grenze durch die drei Quartile $Q_1, Q_2 = x_{0,5}, Q_3$ bestimmt werden, woraus der Quartilsabstand als $Q_3 - Q_1$ gebildet werden kann, der den Abstand von 50% der Verteilung um den Median beschreibt (Tiede 2001: 94ff).

Das hiervon zu unterscheidende und in der Statistik vorherrschende Konstruktionsprinzip von Streuungsmaßen beruht auf dem Gedanken, Streuungen gemäß der historischen Entwicklung der Betrachtung von Variation als Abweichungen der erhobenen Werten von ihren Mittelwert zu bemessen, woraus deskriptivstatistische Streuungsmaße wie die mittlere absolute Abweichung gemäß

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \text{ bzw. } \delta_{x_{0,5}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - x_{0,5}|$$

und die mittlere quadratische Abweichung oder Varianz als

$$\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$$

hervorgehen (Tiede 2001: 84ff).

²⁵ Hiervon verschiedene Positionen sehen eine ausgeprägte intuitive Abneigung gegen die Idee der Variabilität als kognitive Negation eines deterministischen Weltbildes, denen eine von Irregularitäten bereinigte Mittelwertbetrachtung zuträglich sei. (Borovcnik 1992: 153).

In Bezug auf die Häufigkeit der Anwendung von Streuungsmaßen ist anzumerken, dass die hierbei beobachtbare Dominanz der mittlere quadratische Abweichung

oder Varianz als $\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$ bzw. der daraus über

$s = \sqrt{\text{var}(x)}$ berechneten Standardabweichung in Relation zum nahezu in Ver-

gessenheit geratenen mittlere absolute Abweichung gemäß $\delta_{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$

bzw. $\delta_{x_{0,5}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - x_{0,5}|$ deskriptivstatistisch nicht legitimierbar ist, da die gün-

stigeren Eigenschaften der mittleren quadratischen Abweichung als Schätzer hier irrelevant sind (Borovcnik 1992: 154ff; Rahlf 1998: 12f; Tiede 2001: 79ff).²⁶

2.2.1.3 Variabilitätsbetrachtungen als Eröffnung für Korrelationskonzepte

Wie bereits die zuvor dargestellten deskriptivstatistischen Konzepte der Mittelwertbildung und Streuungsbemessung zeugen auch Korrelationskonzepte im Bereich der deskriptiven Statistik von einer Verbindung und Mathematisierung sprachlich manifestierter Vorstellungsbilder, wobei als sprachliche Entsprechungen Wörter wie „Verknüpfung, Zusammenhang, Verhältnis, Verkettung, Verbindung, Übereinstimmung, Abhängigkeit, Proportionalität und die stets bereite Ursache“ auszumachen sind (Paulos 2000: 15f).

Die zuvor dargelegte statistische Debatte um die Berücksichtigung der Variation von Merkmalsausprägungen bei erhobenen empirischen Daten führte dabei auch zur Perspektive einer Betrachtung des korrelativen Zusammenhangs zweier Merkmale (Gigerenzer u.a. 1999: 75ff). Dies ist bezogen auf die hierbei angewendeten grundlegenden Konzepte auch in diesem deskriptiven Kontext mit dem Mathematiker Carl Friedrich Gauß (1777–1827) verbunden, der als Begründer der „Methode der kleinsten Quadrate“ diese ausformulierte und mit einer Verbindung zu Wahrscheinlichkeitstheorie weiterentwickelte (Menges 1982: 11; Rott 1995: 307; Rahlf 1998: 24ff). Grundlage dieses Kleinstequadratverfahrens, dass zu den zentralsten Verfahren der Statistik zählt, ist das Ziel einer Bestimmung einer Größe als Linearkombination anderer beobachtbarer Größen, um so zu einer gegenüber der abgebildeten Realität vereinfachten Abhängigkeitsstruktur für Verständnis- und Prognosezwecken zu gelangen (Rahlf 1998: 24). In dieser Sichtweise kann eine Beobachtung y_i im einfachsten Beispiel einer Linearkombination verschiedener Größen x geschrieben werden als $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \varepsilon$ (Rahlf 1998: 24).

²⁶ Siehe hierzu vertiefend (Borovcnik 1992: 153ff).

Da die hier berücksichtigte und determinierende Größen x nicht erschöpfend und fehlerfrei ermittelt und gemessen werden kann, wird die jeweils deterministische Modellbetrachtung $\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots$ auf dem Weg zum Gesamtmodell durch die nicht direkt beobachtbare Rest- oder Fehlergröße ε ergänzt (Rahlf 1998: 24).

Ideengeschichtlich betrachtet geht diese Methode der kleinsten Quadrate auf ein Ad-hoc Verfahren aus der Astronomie von T. Mayer aus dem Jahre 1750 zurück, welches von R. J. Boscovich im Jahre 1760 zu einer Bestimmungsmethode weiterentwickelt wurde, die auf den Forderungen basierte, dass „sich positive und negative Abweichungen („Korrekturen“) die Waage halten (d.h. die Summe aller Abweichungen sollte Null sein), und die Summe aller absoluten Abweichungen sollte so klein wie möglich sein“ (Rahlf 1998: 27).²⁷ Der entgeltliche Durchbruch wurde dann im Jahre 1805 von A. M. Lengrende (1752 – 1833) als Anhang seiner Schrift zur Erdvermessung vorgelegt und dabei auch mit der Bezeichnung „Methode der kleinsten Quadrate“ versehen (Rahlf 1998: 24). Die erste statistische Anwendung dieser Methode bildete die Beschreibung der Art des Zusammenhangs von Variablen wie beispielsweise im Falle der einfachen linearen Regression, die die zwei Variablen in Form der Einflussgröße X und der Untersuchungsgröße Y mit deren n mal beobachteten Ausprägungen x_i und y_i in der linearen Regressionsgleichung $y_i = b_0 + b_1 x_i + d_i$ beschreibt (Tiede 2001: 186ff). Die als deterministischer Teil des Modells hierin enthaltene Regressionsgrade $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$ ist spezifiziert über die gemäß der Methode der kleinsten Quadrate

bestimmten Regressionskoeffizienten $b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$ und $b_1 = \frac{\text{cov}(x; y)}{\text{var}(x)}$, welche

so die als Grundlage dienende Punktwolke, bestehend aus den Wertepaaren (x_i, y_i) , nach den der Methode der kleinsten Quadrate zugrundeliegenden Vorstellungen über eine Gerade beschreibt (Tiede 2001: 186ff).

Diese Leistung der Begründung der „Methode der kleinsten Quadrate“ bildet auch eine Grundlage der Formulierung der Korrelationstheorie durch Auguste Bravais (1811–1863), führt weiter zur Schule von Sir Francis Galton (1822–1911) und wurde zum Ausgangspunkt der modernen deskriptiv- und induktivstatistischen Korrelationsbetrachtungen, deren Basisbegründung insbesondere mit dem Namen Karl Pearson (1857–1963) verbunden ist (Rott 1995: 307; Rahlf 1998: 24ff;

²⁷ Das zentrale Problemfeld bei der Entwicklung, Formulierung und Durchsetzung eines solchen Verfahrens waren „die unterschiedlichen Sichtweisen der Statistik und Mathematik. So war es dem Mathematiker Euler bei einem ähnlichem Problem nicht gelungen, eine Lösung zu finden, da er nicht wie ein „Statistiker“ annahm, dass sich (zufällige) Fehler gegenseitig ausgleichen, sondern als Mathematiker von einer Fehlerfortpflanzung ausging“ (Rahlf 1998: 25).

58; Gigerenzer u.a. 1999: 75ff). Diese Entwicklung führte über das Konzept der Kovarianz als über die durchschnittliche Rechteckfläche gemäß

$$\text{cov}_{(x,y)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

definiertes Maß für die gemeinsame Variabilität zweier metrisch skalierten Variablen X und Y zum Korrelationskoeffizienten r nach Bravais/Pearson als

$$r = \frac{\text{cov}_{(x,y)}}{\sqrt{\text{var}_{(x)} \text{var}_{(y)}}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}}$$

was einer Normierung der Kovarianz in der Gestalt entspricht, dass die Summe der Rechteckflächen im Zähler nicht größer sein kann als die Summe der Quadrate im Nenner (Tiede 2001: 162ff). Dieses Konzept der Korrelationsbemessung für metrische Daten führte weiter zum Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman r_{sp} , der analog zum Korrelationskoeffizienten r die Merkmalswerte durch Rangzahlen gemäß

$r_{sp} = \frac{\text{cov}[Rg_{(x)}, Rg_{(y)}]}{\sqrt{\text{var}[Rg_{(x)}] \sqrt{\text{var}[Rg_{(y)}]}}$ ersetzt und somit als dessen Sonderform auf ordinalem Messniveau anzusprechen ist (Tiede 2001: 166f). Ergänzt

wurde dies durch den Kontingenzkoeffizienten $\phi = \frac{\text{cov}[a_1, a_2]}{\sqrt{\text{var}(a_1)} \sqrt{\text{var}(a_2)}}$ für nominalskalierte Daten, was ebenfalls eine Sonderform des Korrelationskoeffizienten bildet (Tiede 2001: 171ff).²⁸

Die weitere, wie bereits erwähnt stark mit dem Namen Gauß verbundene und sich um den Begriff des „Fehlers“ rankende Entwicklung deskriptivstatistischer Verfahren, integrierte zunehmend auch Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen, welche sich

um die Formel $\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \exp\left(\frac{-\chi^2}{2} \right)$ kristallisierten, die zunächst von de Moivre

erstellt, von Laplace auf statistische Aufgabenstellungen bezogen und durch Gauß zur sogenannten Fehlerkurve weiterentwickelt wurde (Rahlf 1998: 27f; Gi-

²⁸ Siehe zu weiteren Konzepten der Korrelationsbeschreibung wie beispielsweise den überaus anschaulichen Ansatz der Prädiktiven Assoziation von Goodman und Kruskal beispielsweise bei Fersch 1985: 208ff; Tiede 2001: 175ff.

gerenzenzer u.a. 1999: 75).²⁹ Galton nun war es, der über das für ihn typische Denken in präzisen und genauen Analogien die Anwendung statistischer und mathematischer Modelle in der Sozialwissenschaft ermöglichte und ausführte, die Fehlerkurve sei „das höchste Gesetz der Unvernunft“, welches „von den Griechen personifiziert und zu einem Gott erhoben (wäre), wenn sie es nur gekannt hätten“ (Gigerenzenzer u.a. 1999: 77f).

2.2.2 Die historische Genese von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen

*„Manche Probleme, die der Zufall aufwirft, erscheinen uns zunächst sehr einfach;
man glaubt, sie wären mit etwas gesundem Menschenverstand recht bald zu lösen.
Aber das erweist sich leider allzu oft als falsch,
und die Fehler, die wir so begehen, sind nicht selten.*

Abraham de Moivre, (1667 – 1754)³⁰

Zum Zwecke der Darlegung der historischen Genese induktivstatistischer Verfahren sowie zur im Rahmen dieser Arbeit relevante Einführung in die aktuellen wahrscheinlichkeitstheoretischen Konzepte und Interpretationen erscheint es als angebracht, zunächst die historische Genese von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen nun folgend kurz darzulegen (Bea 1995: 6ff).

Auch die Konzepte einer Wahrscheinlichkeitsbetrachtung sind mit Wörtern wie „Chance, Möglichkeit, Schicksal, Götter, Risiko, Geschick, Glück, Zufall, auf Geratewohl und vielen anderen“ zu assoziieren, wobei bereits das Akzeptieren eines offenen Endes beim Geschichtenerzählen eine gewisse Vorstellung der Wahrscheinlichkeit von Szenarien und damit von Wahrscheinlichkeit überhaupt zur Bedingung hat (Paulos 2000: 18f). Ähnliche sprachliche Bezüge lassen sich auch bei anderen statistischen Konzepten wie der Stichprobe, der Normierung, der Hypothesenprüfung und sogar beim Bayes-Theorem herstellen (Paulos 2000: 19).

Auch die historische Genese der theoretischen und mathematischen Behandlung von Zufallsphänomenen weist, wie die zuvor dargelegten deskriptivstatistischen Modelle und Verfahren, eine bedeutende Interdependenz zwischen intuitivem Zugang und mathematischer Theoriebildung auf (Freudenthal 1973: 532; Borovcnik 1991; Bea 1995: 6f; Gigerenzenzer u.a. 1999: 21ff). Diese Interdependenz entsteht zum einen aufgrund eines in der historischen Genese rekonstruierbaren Motiv der Mathematisierung intuitiver Vorstellungen und zum anderen aufgrund der zeitverzögerten Lösung und Korrektur von wahrscheinlichkeitsbezogenen Problemen und Betrachtungen, welche der zunächst intuitive Zugang hervor-

²⁹ Siehe zur Begründung der Methode der kleinsten Quadrate als Herleitung der Gauß- Normalverteilung in geschichtlicher Perspektive Gigerenzenzer u.a 1999: 104.

³⁰ Zitiert nach Krämer, W. 1998: 159.

brachte (Borovcnik 1991; Bea 1995: 6f; Gigerenzer u.a. 1999: 21ff). Freudenthal hält dazu fest: „Seit dem Anfang der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat es immer wieder strittige Probleme gegeben, das heißt Aufgaben, die verschieden gelöst wurden, bis eine sorgfältige Analyse zeigte, welche der streitenden Parteien Recht hatte. Es waren übrigens durchaus nicht zweitklassige Mathematiker, die da desavouiert wurden; zu dieser Erscheinung gibt es in der reinen Mathematik keine Analogie“ (Freudenthal 1973: 532). In diesem Rahmen kann in historischer Perspektive die Behauptung belegt werden, die Wahrscheinlichkeitstheorie habe sich insbesondere aus der Erkenntnis heraus begründet und entwickelt, dass erfahrungsgemäß ein rein intuitiver Zugang zu falschen Resultaten führen kann (Bea 1995: 7).

2.2.2.1 Die Vorgeschichte: Belege erster Ideen und Begriffsbildungen

Erste Ideen und Spuren zur Betrachtung von Zufall und Unsicherheit sind bereits bei den Indianern, Babyloniern und Ägyptern mit entsprechenden archäologischen Funden belegt, wobei das erste bekannte Glücksspiel auf ca. 3500 Jahre vor Chr. datiert wurde (Borovcnik 1991; Gigerenzer u.a. 1999: 21; Paulos 2000: 17f).

Im christlichen Kulturkreis war die Betrachtung von Ereignissen unter Hinzuziehung von Zufallskonzepten über einen langen Zeitraum unvereinbar mit der allgemeinen weltanschaulichen Prämisse einer allumfassenden göttlichen Schöpfung und Fügung, so das erst im Jahre 1560 Cardano das Würfelspiel als eine Art von Wahrscheinlichkeitsexperiment interpretierte (Bea 1995: 6).

2.2.2.2 Höhepunkte und Rückschläge: Teilung, Erwartung und Inferenz

*„Somit kann diese Lehre,
die die Exaktheit der mathematischen Beweisführung mit der Unsicherheit des Zufalls verknüpft
und diese anscheinend vollständig einander widersprechenden Elemente miteinander versöhnt,
mit Recht Anspruch auf die folgende,
die Namen ihrer beiden gegenständlichen Bestandteile ausborgende,
wohl verblüffende Benennung erheben:
Die Mathematik des Zufalls“*

Blaise Pascal³¹

Die darauf aufbauende Entwicklung und Formulierung erster systematischer Ansätze zur theoretischen Betrachtung und Analyse von Wahrscheinlichkeiten als Beschreibung von Zufallsereignissen, die mit den Namen Pascal und Fermat verbunden sind, erfolgte ein weiteres Jahrhundert später in den 1650er Jahren (Freudenthal; Steiner 1966: 151f; Bea 1995: 6; Gigerenzer u.a. 1999: 21ff; Paulos 2000: 17f).

³¹ Zitiert nach Tassarow 1998: 21

Insbesondere das Werk von Pascal in Gestalt zweier berühmter Schriften, wovon eine in philosophischer und die andere in mathematischer Perspektive Wahrscheinlichkeiten behandelten, belegt dabei die bereits zu diesem Zeitpunkt bestehenden zwei Wurzeln der Wahrscheinlichkeitstheorie, welche aus zwei bedeutenden intellektuellen Bewegungen des siebzehnten Jahrhunderts hervorgegangen sind (Gigerenzer u.a. 1999: 21). Diese intellektuellen Bewegungen, in deren Schnittpunkt die Wahrscheinlichkeitstheorie entstand, war eine philosophische, getragen von der neuen pragmatischen Rationalität einer Aufgabe von Gewissheitsvorstellungen, und eine mathematische als zielbezogener Versuch, eine Anwendung von Mathematik auf neue Erfahrungsbereiche zu begründen (Gigerenzer u.a. 1999: 21). Hierbei ist jedoch anzumerken, dass zunächst die Zielvorstellung der Anwendung mathematischer Verfahren unter dem Eindruck der Entwicklung der Kombinatorik für die Beschreibung von Alltagssituationen vorherrschte, da die frühen Wahrscheinlichkeitstheoretiker von Pascal über Bernoulli bis Laplace in Bezug zu ihren philosophischen Grundpositionen als strikte epistemische Deterministen anzusprechen sind, wie beispielsweise das vielzitierte Laplace Dämon belegt (Pähler 1988: 378; Gigerenzer u.a. 1999: 31ff).³² Dieser Vorstellung gemäß seien die „behelfsmäßigen Werkzeuge des Verstandes (...) zu schwach, um unmittelbar zur realen Natur der Dinge vorzudringen“, einhergehend mit der Annahme, dass Wahrscheinlichkeiten keine Welt-, sondern Wissenszustände darstellen (Gigerenzer u.a. 1999: 31).

Als weiteres Motiv hierbei ist eine Mathematisierung menschlicher Intuition auszumachen, was sich bereits in den zeitgenössischen Argumentationsabfolge manifestiert wie beispielsweise bei Huygens (1657), der mit dem Begriff der Erwartung beginnt und darauf aufbauend unter Bezugnahme auf den Begriff der Fairness abhebt auf das Kriterium der Gleichheit von Erwartungen im Sinne eines fairen Spiels (Freudenthal; Steiner 1966: 154ff; Gigerenzer u.a. 1999: 23). Diese auf einen intuitiven Fairnessbegriff bezugnehmende Begriffsbestimmung mutet aus heutiger Perspektive zirkulär an, zeugt jedoch von einem intuitiv bestehenden Begriff von Fairness, welcher für eine solche Definition als ausreichend betrachtet wurde (Gigerenzer u.a. 1999: 23).

In der hier betrachteten Interdependenz von Intuition und Wahrscheinlichkeitstheorie in historischer Perspektive ist darüber hinaus von Bedeutung, dass die Initialisierung der Entwicklung und Begründung erster wahrscheinlichkeitstheoretischer Ansätze auf einer stochastischen Fehlvorstellung beruhte in Form der durch

³² Laplaces Dämon sollte bekanntlich dem deterministischen Weltbild Laplaces folgend über vollständiges Wissen verfügend jedes zukünftige Ereignis prognostizieren können. Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen erwachsen aus dieser Perspektive einzig aufgrund unvollständigen Wissens bezüglich dieser Ereignisse (Pähler 1988: 378; Gigerenzer u.a. 1999: 31f).

Chevalier de Méré aufgestellten Behauptung, die Wahrscheinlichkeit für das Werfen von mindestens einer sechs bei vier Würfeln eines fairen Würfels müsse gleich sein mit der Wahrscheinlichkeit für das Werfen von mindestens einer Doppelsechs bei 24 Würfeln zweier fairer Würfel, da die Verhältnisse 4:6 und 24:36 identisch seien (Freudenthal; Steiner 1966: 151; Bea 1995: 6). Diese Wahrscheinlichkeit quantifizierte er etwas größer als 0,5 mit $671/1296$, wobei Pascal und Fermat mit Hilfe systematischer Überlegungen, die aus heutiger Perspektive als wahrscheinlichkeitstheoretisch zu bezeichnen sind, die erste Wahrscheinlichkeit mit 0,518 und die zweite mit 0,491 quantifizierten und so die fehlerhaften Vorstellungen von de Méré korrigierten, der, gemäß der Überlieferung, beim Wetten auf das erste Ereignis Geld gewonnen, jedoch beim Wetten auf das zweite Ereignis sein gesamtes Vermögen verspielt haben soll (Freudenthal; Steiner 1966: 151f; Kütting 1994a: 29; Bea 1995: 6; Paulos 2000: 17f). Dieses Beispiel verdeutlicht, in welcher Form die Betrachtung des Kriteriums der Fairness, definiert als angemessene Relation zwischen dem Risiko und dem ausgegebenen Geldbetrag, die sich auf den Gegenstandsbereich des Glückspiels fokussierenden Anfänge der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie deren Entwicklung förderten (Gigerenzer u.a. 1999: 24f).³³

Das Kriterium der Fairness als Charakteristikum des wahrscheinlichkeitsbezogenen Versuchsaufbau wurde, verwoben mit dem übergeordneten Kriterium der Vernunft, zur theorieleitenden Perspektive, die im Gegensatz zum heutigen Verständnis des Bestandes einer unabhängigen Mathematik für die Begründung einer angewandten Mathematik diese negiert, so dass resümierend festzuhalten ist, dass sich die klassische Wahrscheinlichkeitstheorie in ihrer Existenz und Begründung in dem Bereich der Betrachtung von Überzeugungen und Verhaltensweisen vernünftiger Menschen erschöpft. Dies veranlasste Laplace im Jahre 1814 zu der bekannten Einschätzung, die mathematische Wahrscheinlichkeitstheorie sei im wesentlichen „der in Rechnung gebrachte gesunde Menschenverstand“ (zitiert nach Gigerenzer u.a. 1999: 34). Damit weist die mathematische Wahrscheinlichkeitstheorie, unter bewusster Vernachlässigung ihrer später erfolgenden weiteren Mathematisierung, bedeutende Bezüge einer empirischen Theorie auf, welche in Bezug zum Kriterium der Vernünftigkeit deskriptiven und normativen Charakter zugleich aufweist (Gigerenzer u.a. 1999: 36f).

Damit ist zusammenfassend festzuhalten, dass die Anfänge der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie gekennzeichnet waren durch (Gigerenzer u.a. 1999: 39):

³³ Vgl. die wahrscheinlichkeitsbezogenen Annahmen und Fragestellungen von Chevalier de Méré und deren Lösungen durch Blaise Pascal im Rahmen eines Briefwechsels im Jahre 1654, der als Geburtsstunde der Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastik besprochen wurde, weiterführend Kütting 1994a: 29ff.

1. „die fruchtbare Verschmelzung des subjektiv und des objektiv verstandenen Wahrscheinlichkeitsbegriffs;
2. einen entschiedenen Determinismus, der die Existenz realer Zufälligkeit bestritt und in programmatischen Erklärungen das subjektive Verständnis von Wahrscheinlichkeit hervorhob;
3. das Ziel der gemischten Mathematik, Modelle von Phänomenen zu bilden; und
4. vor allem die Gleichsetzung der Theorie mit derjenigen Form praktischer Rationalität, die Vernünftigkeit genannt wurde.“

2.2.2.3 Statistische Erfahrung, Ursache und Inferenz

Die Dominanz des Gegenstandes des Glücksspiels in den Anfängen der Entwicklung der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie wurde gebrochen durch die zunehmende Erhebung statistischer Daten in Form demografischer Häufigkeiten zum Ende des 17. Jahrhunderts, die durch Mathematiker „selbstverständlich als Wahrscheinlichkeiten“ interpretiert wurden mit der damit verbundenen Möglichkeit, die diesbezügliche mathematische Theorie fortzuentwickeln (Gigerenzer u.a. 1999: 42).

Mit dieser neuen empirischen Qualität, auf die die bestehende mathematische Wahrscheinlichkeitstheorie angewendet und weiterentwickelt wurde, geriet auch die Fragestellung der Wahrscheinlichkeit von den Ursachen und der Verursachung wieder in den Blickpunkt der Betrachtung (Gigerenzer u.a. 1999: 50).

Insbesondere das Theorem von Jakob Bernoulli markiert hierbei den Beginn der probabilistischen Thematisierung der Fragestellung, wie viel Erfolg wie viel Gewissheit erzeuge, wobei eine Umformulierung hierbei gängiger Begrifflichkeiten auf jene aus der Wahrscheinlichkeitstheorie das Modell der Urne hervorbrachte, in denen sich verschiedenfarbige Kugeln in einen gegebenen, aber unbekanntem Verhältnis befinden, die wiederholt gezogen und wieder zurückgelegt werden (Freudenthal; Steiner 1966: 156f; Rahlf 1998: 32f; Gigerenzer u.a. 1999: 50). Das Theorem Bernoullis aus dem Jahre 1689, welches als Gesetz der großen Zahlen in die Literatur eingegangen ist, besagt nun: Wenn die Anzahl N der Ziehungen gegen unendlich geht, nähert sich die Wahrscheinlichkeit P , dass das beobachtete Verhältnis der farbigen Kugeln m/N ihrem tatsächlichen Verhältnis p in der Urne entspricht, der Gewissheit gemäß

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P \left(\left| p - \frac{m}{N} \right| < \varepsilon \right) = 1 \text{ für jedes } \varepsilon \text{ (Freudenthal; Steiner 1966: 156f; Gigerenzer u.a.}$$

1999: 50; Basieux 2000: 151ff).

In diesem Theorem, welches als erste Definition von Wahrscheinlichkeiten zu betrachten ist, verband sich somit „banales“ und „revolutionäres“, da zum einen als intuitiv bekannt vorausgesetzt werden kann, dass mit steigendem Umfang der bestätigenden Beobachtungsdaten eine Vermutung zunehmend gestützt wird, und zum anderen die Theoriedimension völlig neu war, dass Gewissheitsgrade mit als relative Häufigkeiten interpretierte Wahrscheinlichkeiten assoziiert wurden, so dass ein Modell von Verursachung begründet wurde, welches als nicht tautologisch anzusprechen war (Kütting 1994a: 36f; Gigerenzer u.a. 1999: 50f).

Getragen wurde die Entwicklung dieses als „goldenes Theorem“ bezeichnete Werk von Bernoulli von praktischen und anwendungsbezogenen Intentionen, da es „das Werk der Natur oder das Urteilsvermögen des Menschen“ ausloten sollte (Gigerenzer u.a. 1999: 51). Doch obgleich dieses Theorem als „Eckpfeiler der Wahrscheinlichkeiten von den Ursachen“ angesprochen werden kann, bot es keinen Weg zu dieser praktischen Anwendung, da es mathematisch betrachtet keine Option beinhaltete, auch nur in Form von Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten von bekannte Wirkungen auf unbekannte Ursachen zu schließen (Gigerenzer u.a. 1999: 51). Das Theorem von Bernoulli zeigte für eine gegebene Wahrscheinlichkeit, wie gut es möglich war, dass sich eine beobachtete Häufigkeit beliebig nahe dieser annähert, und eben nicht die benötigte Umkehrung in Form einer beobachteten Häufigkeit und der Fragestellung, wie wahrscheinlich diese eine Annäherung an die unbekannte Wahrscheinlichkeit ist (Gigerenzer u.a. 1999: 51f).

Damit sind die sogenannten inversen Wahrscheinlichkeiten angesprochen, die als Kern der Wahrscheinlichkeiten von den Ursachen betrachtet werden müssen und die aufbauend auf das Theorem von Bernoulli unabhängig voneinander durch Bayes im Jahre 1763 und Laplace im Jahre 1774 bewiesen wurden (Gigerenzer u.a. 1999: 52). Diese bis heute in ihrer Anwendung umstrittenen Theoreme lauten

in ihrer heutigen Notation gemäß $P_{(U|V)} = \frac{P_{(U \cap V)}}{P_V}$ oder äquivalent

$P_{(U|V)} = \frac{P_{(U)}P_{(V|U)}}{P_V}$, dem gemäß die Wahrscheinlichkeit einer Ursache U für eine

gegebene Wirkung V der bedingten Wahrscheinlichkeit von U unter der Bedingung V, geteilt durch die Wahrscheinlichkeit von V, entspricht (Gigerenzer u.a. 1999: 52). Die ursprüngliche Fassung dieses Theorems berücksichtigte eine Reihe von Ursachen U_1, U_2, \dots, U_i , die unter der Zielsetzung der Anwendung von Bayes wie Laplace über die problematische Annahme eliminiert wurden, dass im Falle keiner bekannten gegenteiligen Information davon ausgegangen werden kann, alle konkurrierenden Ursachen U_i seien a priori gleich wahrscheinlich (Gigerenzer u.a. 1999: 52). Die daraus abgeleitete, nur überaus schwer begründbare Annahme der Gleichverteilung der a priori Wahrscheinlichkeiten scheint Bayes daran gehindert zu haben, diese als Bayes-Theorem bekannten Arbeiten zu seinen Lebzeiten zu veröffentlichen und führten auch bei dem dabei unbekümmerter

agierenden Laplace mit seinem Gesetz der Serie zu bedeutenden Diskussionen, wobei auch hier nicht mathematische Überlegungen, sondern Rationalitätserwägungen in Form vernünftiger Intuitionen die Argumentation und Entwicklung bestimmten (Gigerenzer u.a. 1999: 52f).

2.2.2.4 Axiomatisierung von Wahrscheinlichkeit als Rahmen

Die Axiomatisierung der Betrachtung von Wahrscheinlichkeiten insbesondere durch Kolmogorov im Jahre 1933 ist anzusprechen als ein Durchbruch in der Chronologie derer Mathematisierung, in der die unbedingte Wahrscheinlichkeit als undefinierter Grundbegriff bestehen bleibt (Freudenthal; Steiner 1966: 190; Pähler 1988: 376f). Diese hierin enthaltenen Identifikation von Wahrscheinlichkeit mit der Maßtheorie bestimmt die Unabhängigkeit von Versuchen und zufälligen Größen als diejenigen Dimensionen, welche der Wahrscheinlichkeitsrechnung ihre charakteristische Gestalt gibt und als Quelle ihrer mathematischen Problematik anzusprechen ist (Freudenthal; Steiner 1966: 190; Pähler 1989: 376f). Dieser Identifikation folgend entspricht das Kombinieren unabhängiger Größen mengentheoretisch dem kartesischen Multiplizieren von Maßen, so dass die Wahrscheinlichkeitstheorie als eine Maßtheorie zu spezifizieren ist, in der die Aufmerksamkeit auf Maße von multiplikativer Provenienz gerichtet ist (Freudenthal; Steiner 1966: 190; Pähler 1989: 376f).

Diesem Ansatz folgend erfolgt die Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeitstheorie durch die Bestimmung des mengentheoretischen Prädikats des Wahrscheinlichkeitsraumes, wobei sich der hier zur Anschauung gebrachte Fall eines endlich-additiven Wahrscheinlichkeitsraumes als geordnetes Tripel $\langle \Omega, \omega, P \rangle$ darstellen lässt (Pähler 1989: 376). Hierbei ist Ω der Möglichkeits- oder Ergebnisraum in Form einer nicht leeren Menge, ω eine Klasse von Teilmengen dieses Möglichkeitsraumes Ω , die hinsichtlich der Operationen der Komplementbildung und der Vereinigungsbildung abgeschlossen ist (Pähler 1989: 376). Die Teilmengen $A, B \dots$ von Ω und Ω selbst heißen Ereignisse, wobei das Ereignis Ω immer eintritt und somit als sicheres Ereignis benannt wird und dessen Komplement die leere Menge \emptyset darstellt sowie unmögliches Ereignis heißt (Pähler 1989: 377). Die Funktion P ordnet nun als Wahrscheinlichkeitsmaß jedem Ereignis eine reelle Zahl aus dem geschlossenen Intervall $(0,1)$ zu, wobei dem unmöglichen Ereignis das numerische Wahrscheinlichkeitsmaß $P(\emptyset) = 0$ und dem sicheren Ereignis das numerische Wahrscheinlichkeitsmaß $P(\Omega) = 1$ zugeordnet wird (Pähler 1989: 377). Dieses Wahrscheinlichkeitsmaß P ist normiert und endlich additiv, da es sich zum einen auf das Intervall $(0,1)$ beschränkt und zum anderen die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „A oder B“ gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ und $P(B)$ sind, soweit die Teilmengen der Ereignisse A und B kein gemeinsames Element haben und somit disjunkt sind (Pähler 1989: 377).

Die kolmogorowschen Axiome der klassischen mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie sind in diesem Nexus als Bedingungen zu betrachten, welche die Funktion P als Wahrscheinlichkeitsmaß, dessen Definitionsbereich der Mengenkörper ist, erfüllen muss (Pähler 1989: 377; Jungermann u.a. 1998: 137ff).³⁴

1. Axiom: Für alle $A \in \omega$ ist $P(A) \geq 0$
2. Axiom: $P(\Omega) = 1$
3. Axiom: Wenn $A \in \omega, B \in \omega, A \cap B = \emptyset$, dann ist

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Aus diesen drei Axiomen der klassischen mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie ergeben sich folgende sieben Folgerungen und Definitionen, welche in der weiteren kognitionswissenschaftlichen Betrachtung von Bedeutung sind und hier kurz dargestellt seien (Jungermann u.a. 1998: 145).³⁵

1. $P(\emptyset) = 0$, d.h. die Wahrscheinlichkeit eines unmöglichen Ereignisses und damit einer leeren Menge ist null.
2. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit des Komplementärereignisses von A als Wahrscheinlichkeit, dass A nicht eintritt, beträgt 1 minus $P(A)$.
3. $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$, d.h. Falls das Ereignis A Teilmenge von Ereignis B ist kann die Eintrittswahrscheinlichkeit von A nicht größer sein als die von B .
4. Bedingte Wahrscheinlichkeit: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ als Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses A unter der Bedingung, dass ein hiervon zu unterscheidendes Ereignis B eingetreten ist.

³⁴ Damit wird auch ersichtlich, dass es bei dieser Axiomatik nicht um die Bedeutung von wahrscheinlichkeitsbezogenen Zahlen geht, sondern um deren verbindlichen Eigenschaften (Jungermann u.a. 1998: 145).

³⁵ Jungermann u.a. (1998) nennt sechs, welche jedoch in der hier vorliegenden formalen Betrachtung durch das Theorem von Bayes ergänzt werden muss.

5. Multiplikationssatz: $P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit einer Konjunktion als Schnittmenge zweier Ereignisse ist gleich dem Produkt ihrer bedingten Wahrscheinlichkeit und der Wahrscheinlichkeit des bedingenden Ereignisses.
6. Unabhängige Ereignisse: Ereignisse A und B sind stochastisch voneinander unabhängig wenn gilt: $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
7. Der Satz von Bayes: Über den Satz der totalen Wahrscheinlichkeit $P(E) = \sum_{i=1}^n P(E|A_i)P(A_i)$ mit $\sum P(A_i) = 1$ als Anwendung des Multiplikationssatzes auf die einzelnen Wahrscheinlichkeiten $P(A_i \cap E)$, die in ihrer Summe gemäß des Ausdrucks $P(E) = \sum_{i=1}^n P(A_i \cap E)$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E bilden, und des Multiplikationssatzes in entsprechender Notation als $P(A_i|E) = \frac{P(A_i \cap E)}{P(E)}$ ergibt sich die Formel des Theorems von Bayes: $P(A_i|E) = \frac{P(E|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(E|A_i)P(A_i)}$ mit $A_i \cap A_j = \{ \}$ für $i \neq j$, $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ und $P(E) > 0$.

Trotz der axiomatischen a posteriori-Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten, welche in mathematischer Hinsicht „die Philosophie aus der Wahrscheinlichkeitstheorie verbannt“, bestehen zur Bestimmung der Bedeutung von Wahrscheinlichkeiten verschiedene konkurrierende theoretische Wahrscheinlichkeitsbegriffe zur Interpretation von Wahrscheinlichkeiten, welche im folgenden dargestellt werden sollen (Freudenthal; Steiner 1966: 191; Pähler 1989: 377ff).

2.2.3 Konkurrierende theoretische Interpretationen von Wahrscheinlichkeiten

Aus der zuvor überblicksartig dargelegten historischen Genese der theoretischen Betrachtung von zufälligen Ereignissen und deren Realisationschancen in Form von quantitativen Wahrscheinlichkeiten geht die auch heute noch Gültigkeit besitzende, unterschiedliche Definition und Interpretation von Wahrscheinlichkeiten hervor (Bea 1995: 7; Jungermann u.a. 1998: 143ff). Der Bedarf der Interpretation der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Deutung wahrscheinlichkeitsbezogener Aussagen erwächst dabei aus dem Tatbestand, dass hierzu aus der axiomatischen und mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie keine Aussagen abzulei-

ten sind, abgesehen von der Regel, dass zulässige Interpretationen von Wahrscheinlichkeit allgemein und Wahrscheinlichkeiten im besonderen die Axiome erfüllen müssen (May 1987: 14f; Pähler 1989: 378; Jungermann u.a. 1998: 143). Insoweit kann die axiomatische Wahrscheinlichkeitstheorie als gemeinsame Sprache der alternativen Positionen der Interpretation von Wahrscheinlichkeiten betrachtet werden, deren Kontroverse „eigentlich ein Streit zwischen rivalisierenden intuitiven Vorstellungen“ ist, womit sich auch deren Darstellung in diesem Kontext erklärt (Borovcnik 1992:VI).

Die historische Genese brachte dabei zunächst eine Loslösung von der ehemaligen Wortbedeutung des Begriffes Wahrscheinlichkeit als „Probabilitas“ mit sich, die eine durch eine Autorität gesicherte Meinung bezeichnete mit dem Hintergrund der jesuitischen Doktrin des Probabilismus als argumentative Option einer Heranziehung theologischer Autoritäten zur milden Beurteilung eines fraglichen Verstoßes (Gigerenzer u.a. 1999: 26f). Die Modifikation dieser Bedeutung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in Zusammenhang mit der hierin involvierten Debatte um Vernünftigkeit und Gewissheit erfolgte weg von der aus dem Mittelalter entstammenden Bedeutung im Sinne einer durch eine Autorität gestützten Meinung, hin zur Bezeichnung des Grades einer Zustimmung in Relation von verfügbaren Beweismaterial in Gestalt von Dingen und Zeugnissen (Gigerenzer u.a. 1999: 27). Das Resultat dieser philosophischen Betrachtungen bildet folgende wissenschaftstheoretische Taxonomie der Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in Anlehnung an Stegmüller (1973) (nach May 1987: 15):

Philosophische Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs					
objektivistisch		subjektivistisch			
		Subjektive Wahrscheinlichkeiten im normativen Sinn		Subjektive Wahrscheinlichkeiten im empirischen Sinn	
Wahrscheinlichkeiten als Grenzwert relativer Häufigkeiten.	Wahrscheinlichkeit als theoretische Disposition physikalischer Systeme.	Glücksspiele/ Indifferenzprinzip	Rationale Entscheidungstheorie.	Evidenztheorie; logische Wahrscheinlichkeit	Kognitionspsychologie. (W.-urteile)

Tab. 2: Taxonomie der Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs

Die aus diesen Ursprüngen entstandenen, alternativen und konkurrierenden Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, welche im folgenden dargestellt werden, werfen auch die in verschiedenen Positionen beantwortete Frage auf, wie viele unabhängige Deutungen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs bzw. Interpretationen von wahrscheinlichkeitsbezogenen Aussagen als legitim zu betrachten sind und inwieweit die verschiedenen inhaltlichen Interpretationsansätze als sich ausschließende Alternativen diskutiert werden müssen (Pähler 1989: 378; Gigerenzer

u.a. 1999: 26ff). Hierbei sind folgende drei Positionen zu beobachten (Pähler 1989: 378):

- Die monistische oder reduktionistische Position: Es gibt prinzipiell nur eine legitime Deutung von Wahrscheinlichkeiten. Vertreter sind beispielsweise in Bezug zur Häufigkeitsinterpretation R. von Mises und H. Reichenbach und in Bezug zur subjektiven Interpretation beispielsweise de Finetti.
- Die dualistische Position: Es sind zwei legitime Interpretationen begründbar. Vertreter dieser Position in der Perspektive induktiver Wahrscheinlichkeitstheorie und Häufigkeitsinterpretationen war beispielsweise B. Russel und R. Carnap.
- Die pluralistische Position: Es sind mehrere legitime Deutungen von Wahrscheinlichkeiten begründbar (z.B. K. R. Popper).

Ausgehend von diesen Grundüberlegungen wird im folgenden die klassische, die frequentistische und die subjektivistische Position der Interpretation des Wahrscheinlichkeitskalküls dargestellt.

2.2.3.1 Die klassische Interpretation

Im Zuge der intuitiven Betrachtung von wahrscheinlichkeitsbezogenen Situationen im 18. Jahrhundert, wobei hier die des Glücksspiels dominierten, nahm man stillschweigend Bezug auf eine bestimmte quantitative Wahrscheinlichkeitsdefinition, deren erste explizite Formulierung durch Pascal (1654) im Sinne der Division günstiger durch möglicher Fälle in die heute als klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition bekannte autoritäre Fassung von Bernoulli (1713) und Laplace (1814) mündete (Pähler 1989: 378f; Bea 1995: 7; Plach 1998: 34f; Gigerenzer u.a. 1999: 26ff).

Gemäß dieser klassischen Definition ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A als Verhältnis der Anzahl der gemäß einer Fragestellung günstigen Ergebnisse $m(A)$ zur Gesamtzahl der gleichmöglichen Ergebnisse n über

$P_{(A)} = \frac{m_{(A)}}{n}$ zu bemessen (Pähler 1989: 378; Tarassow 1998: 21). Hiernach bestimmt sich auch die Begrenzung der Wahrscheinlichkeitsbemessung gemäß $0 \leq P_{(A)} \leq 1$, da im Falle $m_{(A)} = n$ das Ereignis A als sicheres Ereignis angesprochen werden kann mit $P_{(A)} = 1$ und im Falle von $m_{(A)} = 0$ Ereignis A als unmöglich betrachtet wird, was der Wahrscheinlichkeit $P_{(A)} = 0$ entspricht (Scheid 1992: 40f; Tarassarow 1998: 21f).

Im Lichte dieser klassischen Wahrscheinlichkeitsdefinition ist „die Wahrscheinlichkeit $P_{(A)}$ eines Ereignisses A (...) gleich dem Verhältnis der Anzahl aller für A günstigen Elementarereignisse zur Anzahl aller möglichen Elementarereignisse

des zugrundegelegten Zufallsexperiments“ gemäß $P_{(A)} = \frac{|A|}{|\Omega|}$ als Anzahl der günstigen

Ereignisse durch Anzahl der möglichen Ereignisse, wobei die Anzahl der möglichen Ereignisse im Ergebnisraum im klassischen Fall immer eine endliche Menge gemäß $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ darstellen (Scheid 1992: 39ff; Bea 1995:

7). Die Funktion $P : \Omega \rightarrow [0;1]$ mit $\sum_{i=1}^n P(\omega_i) = 1$ bestimmt demnach die Wahr-

scheinlichkeit des Ergebnisses $\omega \in \Omega$, wobei aufgrund der Symmetrien im Zufallsversuch die Laplace-Annahme, dass alle Ergebnisse die gleiche Wahr-

scheinlichkeit gemäß $P(\omega_1) = P(\omega_2) = \dots = P(\omega_n) = \frac{1}{n}$ aufweisen, gerechtfertigt

erscheint und somit ein sogenannter Laplace- Versuch vorliegt (Pähler 1989: 378; Scheid 1992: 39).

Der sogenannte Laplace- Versuch charakterisiert sich somit insbesondere aus dem Prinzip der Equipossibilität³⁶ der Alternativen, welches zur Vermeidung argumentativer Zirkularität³⁷ durch das Prinzip der Indifferenz, dass auch als Prinzip vom fehlenden Grunde bezeichnet wird, ergänzt wurde (Stegmüller 1973a: 412; Pähler 1989: 378f; Plach 1998: 35). Dies dreht die Beweis- und Argumentationslast um, womit im Falle völliger Unkenntnis der zugrundeliegenden Bedingungen auch keine Begründungen für die Annahme einer nicht bestehenden Gleichmöglichkeit vorgebracht werden können mit der nunmehr begründbaren Konsequenz einer berechtigten Anwendung des Gleichmöglichkeitsmodells (Stegmüller 1973a: 412; Pähler 1989: 378f; Plach 1998: 35).

Diese Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit, welche nicht zuletzt auch aus den ideengeschichtlichen Anleihen aus dem Bereich des Glückspiels entstanden ist, bildet mit dem hierin enthaltenen theoretischen Prinzip der Indifferenz und der eingeschränkten Übertragbarkeit dieses Laplaceschen Modells der Gleichwahr-

³⁶ Für „Gleichmöglichkeit“.

³⁷ Diese argumentative Zirkularität des klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffes erwächst durch die darin enthaltene Definition von Wahrscheinlichkeiten als Quotient der Anzahlen günstiger durch möglicher Fälle, wobei hierbei die Annahme der Gleichmöglichkeit vorausgesetzt werden muss, was über eine Interpretation der Gleichmöglichkeit als Gleichwahrscheinlichkeit zu einer zirkulären Definition führt (Pähler 1989: 378f).

scheinlichkeit auf Strukturen der natürlichen Welt den zentralen Ansatzpunkt für die Kritik am klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs (Pähler 1989: 378f; Bea 1995: 7; Plach 1998: 35).

2.2.3.2 Die frequentistische Interpretation

Insbesondere ausgehend von dieser Kritik am klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff erfolgte der frequentistische Versuch einer Definition von Wahrscheinlichkeiten durch Richard von Mises im Jahre 1919, der auf das Gesetz der großen Zahlen von Jakob Bernoulli aus dem Jahre 1689 Bezug nahm (Bea 1995: 7; Tarassow 1998: 26; Basieux 2000: 115)³⁸. Diese Position ist als erster moderner Ansatz anzusprechen, eine objektive Basis für die Interpretation von Wahrscheinlichkeiten zu formulieren und basiert somit auf der mit diesem Ansatz eingeführten Unterscheidung zwischen mathematischen Wahrscheinlichkeiten und deren Anwendung (Plach 1998: 36). Im Kern dieses als frequentistisch bezeichneten Ansatzes werden Wahrscheinlichkeiten empirisch als Grenzwert einer relativen Häufigkeit einer unendlichen Beobachtungsserie von unabhängigen und hinreichend ähnlichen Versuchen desselben Zufallsexperimentes definiert, wobei die Existenz eines solchen Grenzwertes sowie die Möglichkeit einer unendlichen Anzahl typengleicher und unabhängiger Wiederholungen entsprechenden Zufallsexperimente gemäß des Gesetzes der großen Zahlen von Bernoulli aus dem Jahre 1689 implizit angenommen wird (Bea 1995: 7; Plach 1998: 36; Tarassow 1998: 26; Basieux 2000: 115). Diese Wahrscheinlichkeitsbestimmung durch den Grenzwert der relativen Häufigkeiten des im Sinne einer Fragestellung interessierenden Ereignisses A erfolgt hierbei gemäß

$$P_{(A)} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m_N(A)}{N},$$

wobei N die Versuchsanzahl und $m_N(A)$ die Anzahl der Versuche, in denen das Ereignis A eintritt, darstellen (Kütting 1994a: 39ff; Tarassow 1998: 26f).

Diese frequentistische Wahrscheinlichkeitsbestimmung als Grenzwert einer relativen Häufigkeit, auch Limesdefinition der Wahrscheinlichkeit genannt, ist von verschiedenen Seiten stark kritisiert worden, wobei als zugrundeliegendes Grundproblem der Tatbestand zu betrachten ist, dass einerseits programmatische Aussagen über objektive Wahrscheinlichkeiten generiert werden sollen, diese

³⁸ Aufgrund der frühzeitigen Formulierung des Gesetzes der großen Zahlen durch Jakob Bernoulli im Jahre 1689 im Vergleich zum klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff von Laplace im Jahre 1812 und der Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeitstheorie durch Kolmogoroff im Jahre 1933 wird dieses wiederholt hervorgehoben (Basioux 2000: 115ff).

jedoch andererseits aufgrund der Grenzwertdefinition niemals in der Anwendung eindeutig und entgültig bestimmt werden können (Stegmüller 1973a; Plach 1998: 36).

So wurde in prinzipieller Perspektive angemerkt, dass es in der Natur keine unendlichen Ereignisfolgen gebe, daher keine reale Option bestehe, Wahrscheinlichkeiten im Sinne einer Limesdefinition zu bestimmen und somit diese Definition als leer zu bezeichnen ist (Kütting 1994a: 43). Neben dieser prinzipiellen Betrachtungsweise wurde dieser Problembereich in praktischer Perspektive beispielsweise durch Keynes mit dem Kommentar versehen: „In the long run we shall all be dead“ (nach Plach 1998: 36). Damit eng verbunden ist jene insbesondere von subjektivistischer Seite vorgebrachte Kritik, dass der frequentistische Wahrscheinlichkeitsbegriff an die nicht vollständig objektivierbare Bedingungen der Unabhängigkeit und hinreichenden Ähnlichkeit gekoppelt ist, was eine beabsichtigte objektivistische Begriffsbestimmung infragestellt und darüber hinaus die Wahrscheinlichkeitsbemessung von singulären Einzelereignissen, welche in alltäglichen Bezugssystemen eine bedeutende Rolle aufweisen, ausschließt (Bea 1995: 7; Plach 1998: 36).³⁹

Trotz dieser Einschränkungen und Kritikpunkte erweitert die frequentistische Wahrscheinlichkeitsdefinition im Vergleich zur klassischen die Anwendbarkeit von Wahrscheinlichkeiten, da nicht gleichwahrscheinliche Elementarereignisse über empirische Erfahrung abgebildet werden können und so auch unendliche Grundgesamtheiten modellierbar sind (Kütting 1994a: 43; Bea 1995: 7; Tarassow 1998: 26).

³⁹ Neben diesen eher als anwendungsbezogen zu bezeichnenden Kritikpunkte der Limesdefinition der Wahrscheinlichkeit von v. Mises kommt in theoretisch-mathematischer Perspektive jener Einwand von van der Waerden aus dem Jahre 1951 hinzu, welcher besagt, dass die Limesdefinition im Widerspruch zu den Sätzen der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie selbst steht, da sich zeigen lässt, dass es unter Verwendung des Grenzwertbegriffs der Analysis unzutreffend ist, dass zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $n_0 \in \mathbb{N}$ existiert mit $|h_n(A) - P(A)| < \varepsilon$ für alle $n \geq n_0$. Dies sei am Beispiel der Wurfes eines symmetrischen Würfels veranschaulicht, bei dem die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten beliebigen Augenzahl $P(A) = 1/6$ beträgt, wobei nicht ausgeschlossen werden kann, dass im Rahmen einer Versuchsreihe die entsprechenden relativen Häufigkeiten nicht fast alle stets in der vorgegebenen ε -Umgebung von $1/6$ liegen, so dass eben nicht immer für alle $n \geq n_0$ gilt, dass $1/6 - \varepsilon < h_n(A) < 1/6 + \varepsilon$. Es ist daher möglich, dass in der Versuchsreihe wiederholt ein Index n auftritt, so dass beispielsweise $h_n(A) \geq 1/6 + \varepsilon$ oder $h_n(A) \leq 1/6 - \varepsilon$ ist (Kütting 1994a: 42ff).

Nicht zuletzt aufgrund dieser Einschränkungen wurde die klassische und frequentistische Wahrscheinlichkeitsdefinitionen, welche als objektive Wahrscheinlichkeiten zusammenfassend bezeichnet werden, durch eine subjektive Wahrscheinlichkeitsauffassung ergänzt (Bea 1995: 7).⁴⁰

2.2.2.3 Die subjektivistische Interpretation

Das Konzept der subjektiven Wahrscheinlichkeit wurde in den 1930er Jahren insbesondere durch Ramsey und de Finetti ausgehend von der Einsicht begründet, dass zukünftigen Einzelereignissen nicht über bestehende objektive Beobachtungsdaten Wahrscheinlichkeiten induktiv zugeordnet werden können und somit die einzige Möglichkeit der Generierung einer Wahrscheinlichkeitsaussage für Ereignisse solcher Art darin besteht, intuitive und somit subjektive Vorstellungen dazu heranzuziehen (Bea 1995: 7f; Plach 1998: 37).

Dieses Deutungsmuster betrachtet Wahrscheinlichkeiten somit als Maß für den Grad einer Überzeugung oder Erwartung eines Menschen in Bezug auf ein Ereignis in der Welt (Plach 1998: 37). Solcherlei Vorstellungen können dabei rein komparativ oder metrisch gefasst sein, wobei im letzteren Fall subjektive Wahrscheinlichkeiten als $P(x)$ zu definieren sind als das Ausmaß, in dem es einer Person wahrscheinlich erscheint, dass das Ereignis X eingetreten wird (Bea 1995: 8). Die metrische Zuordnung einer beliebigen reellen Zahl zwischen 0 und 1 im Sinne $0 \leq P(x) \leq 1$ gemäß der 1933 formulierten Kolmogorow-Axiome bilden dabei wesentliche und zentrale Rationalitätsbedingungen, da es aufgrund der nicht bestehenden Intersubjektivität dieser Wahrscheinlichkeitsbemessung unmöglich ist,

⁴⁰ Zuvor jedoch ist auch die objektivistische Interpretationsperspektive von Wahrscheinlichkeiten durch jene der Wahrscheinlichkeit als Propensität zu vervollständigen, wobei Propensität als eine theoretische Disposition eines physikalischen Systems gedeutet werden muss. Die Betrachtung und Anwendung von Wahrscheinlichkeit als Propensität entstammt der Quantenphysik in Anlehnung an Boltzmann und wurde hier als singulärer Wahrscheinlichkeitsbegriff begründet aus Ermangelung unmittelbarer Klassen nicht wiederholbarer Ereignisse in der Physik zur Beschreibung der sogenannten Brownschen Bewegung. Grundannahme dieser somit nicht auf relativen Häufigkeiten oder einer klassischen Betrachtung basierenden Anwendung wahrscheinlichkeitstheoretischer und statistischer Konzepte in der Physik ist die auch von objektivistischen Naturwissenschaftlern vertretende Position der quantenphysikalisch begründeten Existenz von Zufallsprozessen in der physikalischen Welt (Münzner; Steiner 1966: 198; May 1987: 17).

subjektive Wahrscheinlichkeiten als richtig oder falsch zu bewerten (Pähler 1989: 379; Bea 1995: 8)⁴¹.

Um diesem Defizit zu mindestens Ansatzweise zu entgehen wurde versucht, eine Rationalisierung des subjektiven Wahrscheinlichkeitsbegriffes über die Betrachtung von Wetten zu begründen, welche bestimmten Regeln und Kriterien der Kohärenz und Konsistenz zu erfüllen haben (Bea 1995: 8; Plach 1998: 37). Dieses Kriterium, welches in seiner Bedeutung mit jenem der Widerspruchsfreiheit in der Logik vergleichbar ist und auch unter der Bezeichnung Dutch-Book-Theorem zu finden ist, geht auf eine Forderung von Ramsey aus dem Jahre 1926 zurück und besagt, dass ein Subjekt, welches als rational zu bezeichnen ist, kein System von Wetten akzeptieren sollte, dessen Aggregation eine Wette ergibt, welche immer zu einem Verlust führt (Pähler 1989: 379; Plach 1998: 37).⁴²

Die Weiterentwicklung solcher behavioral interpretierten Rationalitätsforderungen führten zur diesbezüglichen axiomatischen Theorie von Savage aus dem Jahre 1954, welche von der Annahme getragen wird, dass die Erfüllung dieser Forderungen über die Präferenzurteile einer Person gegenüber einfachen Wetten zu impliziten subjektiven Wahrscheinlichkeiten führt, welche den Regeln der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie genügen (Plach 1998: 38; Sorger 1999: 99ff). Folgende vier der hierbei entstandenen Forderungen sind hervorzuheben (Plach 1998: 38f; Sorger 1999: 100ff)⁴³:

⁴¹ Hierzu ist in der Laplacen Tradition anzumerken, dass eine deterministische Weltbetrachtung eine subjektivistische Interpretation der Wahrscheinlichkeit impliziert, da unter der Annahme des Determinismus Wahrscheinlichkeit einzig als Maß menschlicher Ignoranz betrachtet werden kann (Stegmüller 1973a: 65f; Pähler 1989: 378ff). Hierbei besteht jedoch die Frage nach der Quelle von Wahrscheinlichkeit, da in subjektivistischer Perspektive nicht beantwortet werden kann, ob subjektiv bestehende Ungewissheit auf mangelndes Wissen zurückzuführen ist oder als indeterministische Strukturen der Welt anzusprechen sind (Stegmüller 1973a: 65f).

⁴² Der Überlieferung entsprechend entstammt die Bezeichnung Dutch-Book-Theorem aus dem amerikanischen Slang der Glücksspieler, wonach „to dutch a bet“ soviel bedeutet wie die Forderung, im Pferderennen die einzelnen Wetten so zu plazieren, dass man unabhängig von dem Ausgang des Rennens in der Bilanz einen sicheren Gewinn realisiert (Pähler 1988: 379; Plach 1998: 37).

⁴³ Vgl. ausführlicher zur Theorie von Savage sowie weiterführend zu jener von Anscombe und Aumann die Ausführungen von Sorger 1999: 100ff.

- Die Transitivität: Bevorzugt ein Subjekt Konsequenz a gegenüber b und b gegenüber c, so sollte dieses auch a gegenüber c bevorzugen. (Zusammen mit der Bedingungen der Konnexität und Reflexivität beinhaltet dieses Axiom die Forderung einer schwachen Ordnung der Präferenzurteile).
- Die Invarianz gemeinsamer Konsequenzen: Weisen zwei Entscheidungen eine gemeinsame Konsequenz auf, so sollte diese Konsequenz keine Relevanz für die Wahl zwischen diesen beiden Alternativen zukommen.
- Die Dominanz: Wenn eine Entscheidung a unter allen Bedingungen mindestens so günstige Ergebnisse hervorbringt wie eine Entscheidung b, so sollte die Alternative a immer bevorzugt werden.
- Die Unabhängigkeit: Der subjektive Nutzen und die subjektive Wahrscheinlichkeit einer Entscheidungskonsequenz sollten voneinander unabhängig sein.

Diese Axiomatisierung lässt bereits erahnen, dass es sich hierbei in den Grundannahmen um eine Theorie handelt, die auf ein idealisiertes, rationales und kohärentes Subjekt abhebt und damit nur überaus eingeschränkt als deskriptiv-psychologische Theorie angesprochen werden kann (Plach 1998: 39).⁴⁴

2.2.4 Induktive Statistik

Daten ohne Verallgemeinerung sind nur Klatsch und Tratsch

Robert Pirsig⁴⁵

Die bereits im Bereich der deskriptiven Statistik dargestellte Verbindung zwischen statistischen Konzepten und sprachlich zu veranschaulichenden Vorstellungsbildern als ideenbezogene Quelle dieser Konzepte lässt sich auch auf den Bereich der induktiven Statistik übertragen, wobei diese kognitiven Bezüge auch von Mathematikern durchaus gesehen und akzeptiert wurden (Paulos 2000: 20f).

⁴⁴ Hieraus erwächst auch die in der Literatur vorfindbare Unterscheidung zwischen personeller Wahrscheinlichkeit als Bemessung rationalen Glaubens und subjektiver Wahrscheinlichkeit als Maß tatsächlichen Glaubens, welche eine differenziertere Betrachtung der psychologischen Dimension von personengebundenen Wahrscheinlichkeiten zu mindestens ansatzweise eröffnet und dessen Weiterentwicklung zur subjektivistischen und personalistischen Schule der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik führte, welche mit dem Namen L. Savage verbunden ist (Pähler 1989: 379; Plach 1998: 39).

⁴⁵ Zitiert nach Barrow 1999: 53.

2.2.4.1 Repräsentativität von Stichproben als intuitive Idee

Der in der induktiven Statistik zentrale Begriff der „Repräsentativität“ ist sprachlich betrachtet zunächst nur ein wohlklingendes anderes Wort für Ähnlichkeit, wobei die Idee von Repräsentativität tief in unseren kognitiven Vorstellungen verwurzelt ist (Borovcnik 1992: 117; Tiede 1996; Tiede; Voß 2000: 84ff). Entsprechend hoch ist die dem Attribut „Repräsentativität“ zugewiesene Relevanz, die trotz der schillernden Diffusität der Begriffsbedeutung mit dem „Eindruck der Verlässlichkeit, Glaubwürdigkeit und Verallgemeinerungsfähigkeit“ verbunden ist (Tiede; Voß 2000: 84). Die hierbei zu isolierenden zwei Grundvorstellungen über Repräsentativität in Form einer überaus anschaulichen und einer mit der Wahrscheinlichkeitstheorie verbundenen, die in der Geschichte der Stichprobenverwendung in der angewandten Statistik ihre historische Entsprechung finden (Borovcnik 1992: 117ff; Tiede 1996; Tiede; Voß 2000: 84ff).⁴⁶

In der Geschichte der Statistik wurde der Gedanke, endliche Grundgesamtheiten stichprobenartig zu untersuchen, nur überaus zögerlich akzeptiert, so dass der Norweger Kiaer im Jahre 1895 auf dem Weltkongress der Statistiker in Bern auf seinen hier vorgetragenen Vorschlag, anstatt der üblichen Vollerhebung nur kleinere Teilmengen zu erheben, noch auf glatte Ablehnung stieß (Borovcnik 1992: 116). Die bis zu dieser Zeit bestehende Polarisierung empirischer Forschung in Form von qualitativen Fallstudien einerseits und quantitativen Totalerhebungen andererseits konnte er noch nicht durch seine bis dato vage formulierten Idee einer repräsentativen Stichprobe entschärfen, die noch keine wahrscheinlichkeitstheoretische Verknüpfung aufwies und die bestehende Idee der Totalerhebung nur abschwächte, indem eine Stichprobe als verkleinertes Abbild der interessierenden Gesamtheit Verallgemeinerungen der in ihr ermittelten Befunde gewährleisten sollte (Borovcnik 1992: 116). Die so umgesetzte Idee vor Repräsentativität als Ähnlichkeit bezieht sich somit auf die Vorstellung, dass die Zufallsstichprobe im Vergleich zur Grundgesamtheit in Analogie zum Repräsentantenhaus einer Demokratie im Vergleich zur Landesbevölkerung steht, welches „genau so zusammengesetzt sein soll wie das Volk , in all seinen Schichten, allen geografischen Regionen usw.“ (Borovcnik 1992: 118). Die ideale repräsentative Stichprobe bildet somit ein verkleinertes wie strukturtreues Abbild der Grundgesamtheit und kann in deren Betrachtung an ihre Stelle treten, da sie die interessierenden Strukturen „verkürzt und unverfälscht zum Ausdruck“ bringt (Tiede; Voß 2000: 84). Diese erste und anschaulichere Vorstellung führt zur Formalisierung von Repräsentativität über eine Quotenauswahl als die Entsprechung bestimmter bekannter Verhältnisse in der Grundgesamtheit mit denen der Stich-

⁴⁶ Dies verweist bereits als Vorgriff auf die kognitionswissenschaftliche Betrachtung statistischen Denkens, welche den Kern der vorliegenden Arbeit bildet, auf die kognitive Heuristik der Repräsentativität. Siehe hierzu Kap. 9.1.1.

probe, welche diese als eine Art Mikrokosmos erscheinen und insbesondere das Problem der Quotenauswahl in den Blickpunkt der Betrachtung geraten lassen (Borovcnik 1992: 120ff; Tiede 1996; Tiede; Voß 2000: 84ff).⁴⁷

Noch im gleichen Jahrzehnt verband Kiaer seine Gedanken einer repräsentativen Stichprobe mit einer wahrscheinlichkeitsbezogenen Perspektive als Analogie einer Ziehung im Glücksspiel, wobei dieser Vorstellung folgend Repräsentativität bestimmt wurde als die Abwesenheit selektiver Kräfte bei der Stichprobenentstehung (Borovcnik 1992: 117). Der hierbei überaus weitreichende Gedanke war, dass der Begriff der Ähnlichkeit der Stichprobe im Vergleich zur Grundgesamtheit insofern obsolet geworden ist, da es sich bei fortgesetztem Würfeln bzw. wiederholten Messungen um teilweise Informationen einer prinzipiell unendlichen Grundgesamtheit handelt und sich somit diese Situation einer Wiederholung des Versuchs bei angenommener Unabhängigkeit mit der Multiplikationsregel beschreiben lässt (Borovcnik 1992: 117). Dies führt über eine so herzuleitende Binomialverteilung zum Befund, dass sich „für wiederholte normalverteilte Messungen (...) zunächst eine mehrdimensionale Normalverteilung“ ergibt, „die man aber wegen der Unabhängigkeit auf die Verteilung des Mittelwerts vereinfachen kann“ (Borovcnik 1992: 117).⁴⁸

⁴⁷ Siehe zu Auswahlverfahren in methodischer Perspektive allgemein u.a. Friedrichs 1990: 123ff und Schnell; Hill; Esser 1993: 279ff sowie zur Quotenauswahl im besonderen Diekmann 1998: 338ff und Stier 1999: 121ff. Neben dieser methodischen Perspektive der Stichprobenkonstruktion bei bewusster Auswahl ist auf die grundlegende Widersprüchlichkeit dieser Vorstellung von Repräsentativität als einer verkleinerten und präzisen Abbildung der Grundgesamtheit in der Stichprobe hinzuweisen (Tiede; Voß 2000: 85): „Wenn dies so wäre, müsste sich aus der Miniatur noch eine kleinere Miniatur gewinnen lassen, die ebenfalls repräsentativ wäre. Da aber die kleinste vorstellbare Miniatur, eine einzelne Einheit der Grundgesamtheit, gewöhnlich nicht die Charakteristiken sämtlicher Merkmale der Grundgesamtheit trägt, kann gefolgert werden, dass die verwendete Definition der Repräsentativität in sich widersprüchlich und deshalb unzweckmäßig ist.“ Diese Widersprüchlichkeit wird in der Praxis verdeckt durch die Bestimmung der Größe der Stichprobe als mit dem Erkennen dieser Widersprüchlichkeit und einer darauf vollzogenen Umkehrung begründeten Einsicht: „Je kleiner die Stichprobe ist, desto grobkörniger wird sozusagen das Bild, das die Gesamtheit zeigt, und desto weniger repräsentativ ist die Stichprobe“ (Tiede; Voß 2000: 85). Nunmehr ist die repräsentationsbezogene Güte einer Stichprobe erstmals vorstellungsbezogen an den quantitativen Umfang einer solchen gebunden und relativiert zugleich die Perspektive der Repräsentativität in der Gestalt, dass es eine in Relation zur Grundgesamtheit absolut repräsentative Stichprobe nicht gibt (Tiede; Voß 2000: 85).

⁴⁸ Dies führt zur Perspektive der Stichprobenverteilung. Siehe dazu Tiede; Voß 2000: 90ff.

Dieses Modell für wiederholte Zufallsversuche mündet damit in die diesbezüglichen Ergebnisse von Laplace und Gauß und begründeten so unter Umgehung des Problems endlicher Grundgesamtheiten „ein Modell für eine endliche Zahl von Beobachtungen, aus denen man die Information für den zugrundeliegenden Prozess verallgemeinern kann: Man verwendete Anteile bzw. Mittelwerte als Schätzwerte für den Prozess und studierte die Genauigkeit dieser Schätzung“ (Borovcnik 1992: 117). Diese Perspektive bildet somit die Mathematisierung einer Idee von Repräsentativität, die als Vorstellung auf das Verfahren der Bildung einer der Grundgesamtheit ähnlichen Stichprobe abhebt und die methodische Maxime begründet, dass die Auswahl der Stichprobenelemente aus der Grundgesamtheit durch Zufälligkeit als Abwesenheit selektiver Kräfte, welche bestimmte Untergruppen bevorzugen oder diskriminieren, bestimmt ist (Borovcnik 1992: 118ff). Eine einfache Stichprobe ist demnach als eine Zufallsstichprobe zu bezeichnen, „wenn jedes Element der Grundgesamtheit die gleiche Chance hat, in die Stichprobe zu gelangen“ (Tiede; Voß 2000: 87). Die wahrscheinlichkeitstheoretische Verknüpfung basiert dabei auf der Vorstellung, dass es bei allen denkbaren zufälligen Stichproben viele gibt, die im Vergleich zur Grundgesamtheit aus der sie stammen als repräsentativ anzusehen sind, und nur wenige, die als extrem bezeichnet werden müssen (Borovcnik 1992: 125f). Ein mehr an Chance hat in dieser Vorstellung mehr Gewicht und unter der Annahme einer zufälligen Stichprobenziehung auch mehr Wahrscheinlichkeit, so dass die Methode der Zufallsauswahl indirekt greift: „Man kann damit die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass die Stichprobe so und so extrem von der (angenommenen und so zur Bedingung erhobenen, R.S.) Grundgesamtheit abweicht“ (Borovcnik 1992: 125).⁴⁹

2.2.4.2 Wahrscheinlichkeitskonzeptionen, Stichproben und Verteilungen

Von überragender Bedeutung für die Begründung der induktiven Schätz- und Teststatistik war wie in der deskriptivstatistischen Entwicklung von Regressions- und Korrelationsbetrachtungen Carl Friedrich Gauß (1777–1855), der den grenzwertbezogenen Übergang von der die Bernoulli-Versuchsanordnung beschreibenden, diskreten Binomialverteilung zur Normalverteilung wahrscheinlichkeitstheoretisch vollendete und damit zusammen mit Laplace die bis dahin mehr oder weniger auf Intuition beruhende Quantifizierung der jeweiligen Unsicherheit beendete (Menges 1982: 11; Rott 1995: 307; Rahlf 1998: 44f; Gigerenzer u.a. 1999: 104). Hierbei ging es insbesondere um die Synthese aus bestehender Wahrscheinlichkeitstheorie und der bereits vorgestellten Methode der kleinsten Quadrate, wobei Gauß in seiner Arbeit aus dem Jahre 1809 die Fehlerrechnung erstmalig wahrscheinlichkeitstheoretisch einbettete und so die aus intuitiven

⁴⁹ Siehe zu Auswahlverfahren in methodischer Perspektive allgemein u.a. Friedrichs 1990: 123ff und Schnell; Hill; Esser 1993: 279ff sowie zur zufallsgesteuerten Auswahl im besonderen Diekmann 1998: 347ff und Stier 1999: 125ff.

Überlegungen heraus entstandene Methode der kleinsten Quadrate als die aus wahrscheinlichkeitstheoretischen Gründen beste untermauerte (Rahlf 1998: 44). Das hierbei zu bearbeitende Problem war, wie bei der Methode der kleinsten Quadrate, die Bestimmung der Koeffizienten p, q, r, s, \dots eines Gleichungssystems in Gestalt

$$y_1 = px_{1,1} + qx_{2,1} + rx_{3,1} + sx_{4,1} + \dots;$$

$$y_2 = px_{1,2} + qx_{2,2} + rx_{3,2} + sx_{4,2} + \dots \text{ usw.}$$

für den Fall, dass die Anzahl der Gleichungen jene der Unbekannten überstieg wobei die Koeffizienten durch Beobachtungen z_1, z_2, z_3, \dots bestimmt werden konnten (Rahlf 1998: 44). Zur Lösung dieser Aufgabe verwandte Gauß die zuvor durch Laplace und dabei insbesondere dessen Form des Bayes-Theorems und ging davon aus, dass allen Werten für die Unbekannten a-priori die gleiche Wahrscheinlichkeit zukam (Rahlf 1998: 44). So waren die gesuchten Koeffizienten die Werte, die nach der Beobachtung die größte a-posteriori- Wahrscheinlichkeit zukam und zugleich jene, welche das Produkt der Fehlerverteilung maximierten und durch partielle Ableitungen bestimmt werden könnten (Rahlf 1998: 44f). „Die Größen der möglichen Fehler $\Delta_1 = y_1 - z_1, \Delta_2 = y_2 - z_2, \Delta_3 = y_3 - z_3, \dots$ waren durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\varphi(\Delta_1), \varphi(\Delta_2), \varphi(\Delta_3), \dots$ bestimmt, deren Form sich aus Plausibilitätsbetrachtungen ergab“ (Rahlf 1998: 45). Die Annahme einer Normalverteilung ergab sich somit in mathematischem Sinne „also keineswegs zwingend, etwa als Grenzverteilung von Summen von Elementarfehlern, sondern aus rein pragmatischen Gründen“ wie rechnerischer Handhabbarkeit, was sich auch darin zeigt, dass Gauß die enthaltene Annahme, dass der wahrscheinlichste Wert mehrerer Beobachtungen unter identischen Bedingungen das arithmetische Mittel darstellt, als „Axiom“ einführte (Rahlf 1998: 45f). Erst unter dieser Annahme konnte er nachweisen, dass das Produkt der Fehlerverteilung nur maximiert werde, wenn diese der Gestalt der Normalverteilung gemäß

$$\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2}$$

folgt, wobei h als Maß für die Genauigkeit der Beobachtungen angesprochen werden kann (Rahlf 1998: 46).

Überaus bedeutend war hierbei der Tatbestand, dass Gauß aufgrund der Fehlschlüssigkeit und Zirkularität dieser Argumentationskette später eine zweite Rechtfertigungen seiner Methode der kleinsten Quadrate mit der Normalverteilung vorlegte, womit unabhängig von einer mathematischen Bewertung dieser Bemühungen die damit einhergehenden konzeptionellen Konsequenzen von herausragender Bedeutung waren, da so über zwei Jahrhunderte parallel verlaufende

Entwicklungen eine Synthese gefunden hatten (Rahlf 1998: 44f; Gigerenzer u.a. 1999: 104).

Diese sich auf den binomialen Fall beschränkenden Ergebnisse wurden später insbesondere von Laplace ausgebaut, indem er einen Wahrscheinlichkeitsapparat schuf, „der für die Binomialverteilung voll und hinsichtlich der Fehlertheorie ansatzweise entwickelt war“ (Rahlf 1998: 33ff).⁵⁰

2.2.4.3 Induktivstatistisches Schätzen

Die Bedeutung kognitiver Vorstellungen in der Entwicklung induktivstatistischer Konzeptionen der Schätzung ist historisch betrachtet eng mit der jeweiligen Problemstellung und mit der allgemeinen Konstituierung eines naturwissenschaftlichen Weltbildes einhergehenden Anwendung und Entwicklung wahrscheinlichkeitstheoretischer Betrachtungen verbunden (Rahlf 1998: 32). In der hierbei bedeutenden, auf das Ende des 17. Jahrhunderts zu datierende Ausgangssituation der Anwendung bestehender Wahrscheinlichkeitskonzeptionen erschöpften sich diese „auf kombinatorische Ableitungen von a-priori vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten“ (Rahlf 1998: 32). Für die Initiierung der weiteren Entwicklung ist es dabei von elementarer Bedeutung, dass „die Wahrscheinlichkeitstheorie (...) ein Gedankenspiel ohne große Folgen geblieben (wäre), hätte man nicht erkannt, dass sich die bisherigen Überlegungen auch umkehren ließen“ (Rahlf 1998: 32). So kann als Ausgangspunkt der Inferenzstatistik der Rückschluss aus dem statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff betrachtet werden, nach dem nicht nur nach einer Wahrscheinlichkeit gefragt werden konnte für die Realisation eines Ereignisses oder einer Ereigniskombination bei bekannten a priori Wahrscheinlichkeiten, sondern auch umgekehrt (Rahlf 1998: 32). Der erste, der auf Basis dieser Umkehrung die bereits zuvor bestehende intuitive Vermutung, dass bei steigenden Beobachtungsumfang eine unbekannte Proportion mit zunehmender Genauigkeit bestimmt werden könne, formal behandelte, war Jakob Bernoulli (1655–1705), indem er eine Approximationsformel formulierte welche die numerischen Grenzen zu bestimmen vermochte, innerhalb derer sich eine relative Häufigkeit mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit befinden wird (Rahlf 1998: 32). Damit war der Grundstein einer statistischen Schätztheorie gelegt, wobei sich Bernoulli insbe-

⁵⁰ Laplace war es vor diesem Hintergrund anwendungsbezogen dann auch, der die Ansätze und Konzepte der deskriptiven politischen Arithmetik mit der bereits auf eine lange Geschichte zurückblickende Wahrscheinlichkeitsrechnung verknüpfte und in Anwendung dieser Bestrebungen im Jahre 1801 in Frankreich die erste Volkszählung auf der Basis von Stichproben durchführte sowie ihren wahrscheinlichen Fehler berechnete und einen standardisierten und auf den Satz von Bayes basierenden Test der „Wahrscheinlichkeit der Ursachen“ (Rott 1995: 306; Gigerenzer u.a. 1999: 102).

sondere für die Anzahl des benötigten Beobachtungsumfanges N bei gegebener Wahrscheinlichkeit und Sicherheit interessierte (Rahlf 1998: 33).

Diese Arbeiten von Jakob Bernoulli wurde von Abraham de Moivre (1667–1754) aufgenommen, wobei dieser im Gegensatz zu Bernoulli an der Bestimmung der Wahrscheinlichkeit bei vorgegebenem N interessiert war und als Ergebnis seiner Bemühungen eine auf der Exponentialverteilung basierende Approximationsformel begründete, die zeigte, dass ein Großteil der Wahrscheinlichkeit in ein Intervall $[p - \varepsilon, p + \varepsilon]$ fällt in dem Fall, wenn für ε ein Wert proportional zu \sqrt{n} bei sehr großem n gewählt wird mit dem damit einhergehenden Befund, dass die Genauigkeit mit der Quadratwurzel des Beobachtungsumfanges wächst (Rahlf 1998: 33). Dies führte stark verkürzt und unter bewusster Vernachlässigung der mathematischen Dimension dieser Thematik über das Konzept der n Stichprobenvariablen zum Konzept der Stichprobenfunktion und der Stichprobenverteilung, welche hier gemäß Tiede; Voß (2000) nur überblicksartig in Form folgender Tabelle dargestellt werden soll (Tiede; Voß 2000: 101):

Stichprobenfunktion	Grundgesamtheit	Stichprobenumfang	Stichprobenverteilung
\bar{X}	beliebige Verteilung	$n > 30$	$\approx N(\mu; \sigma/\sqrt{n})$
\bar{X}	$N(\mu; \sigma)$	Beliebig	$N(\mu; \sigma/\sqrt{n})$
P	0-1-kodierte Realisationen	$n \geq 9/\pi(1-\pi)$	$\approx N(\pi; \sqrt{\pi(1-\pi)/n})$
P	0-1-kodierte Realisationen	Beliebig	$B(n; \pi) \cdot 1/n$
S^2	$N(\mu; \sigma)$	Beliebig	$\chi^2 \cdot \sigma^2/\nu, \nu = n - 1$
$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$	beliebige Verteilung	$n_1 > 30, n_2 > 30$	$\approx N(\mu_1 - \mu_2; \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2})$
$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$	$N(\mu_1; \sigma_1),$ $N(\mu_2; \sigma_2)$	Beliebig	$N(\mu_1 - \mu_2; \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2})$
$P_1 - P_2$	0-1-kodierte Realisationen	$n_1 \geq 9/\pi_1(1-\pi_1),$ $n_2 \geq 9/\pi_2(1-\pi_2)$	$\approx N(\pi_1 - \pi_2; \sqrt{\pi_1(1-\pi_1)/n_1 + \pi_2(1-\pi_2)/n_2})$
$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$	$N(\mu; \sigma)$	Beliebig	t -Verteilung, $\nu = n - 1$
$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}$	$N(\mu_1; \sigma_1),$ $N(\mu_2; \sigma_2)$	Beliebig	F -Verteilung, $\nu_1 = n_1 - 1, \nu_2 = n_2 - 1$

Tab. 3: Stichprobenfunktionen und Stichprobenverteilungen

Diese grundlegenden Konzepte führen beispielsweise zur Stichprobenverteilung

des arithmetischen Mittels $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, die gemäß des zentralen Grenz-

werttheorems für $n \rightarrow \infty$ Gauß-normalverteilt ist mit dem Erwartungswert $E(\bar{X}) = \mu$ und $\sqrt{\text{Var}(\bar{X})} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ und der damit eingeleiteten approximativen Be-

trachtung dieser Stichprobenverteilung auch bei kleineren n über $N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, zum

bekanntem Konzept der Intervallschätzung (Tiede; Voß 2000: 92ff). Dem Beispiel der arithmetischen Mittels folgend wäre die Intervallschätzung des unbekanntem arithmetischen Mittels in der Grundgesamtheit μ zu bestimmen über

$(\hat{\mu}_u \leq \mu \leq \hat{\mu}_o) = 1 - \alpha$ mit dem unteren Grenzpunkt $\hat{\mu}_u = \bar{x} + k_1 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ und dem

oberen Grenzpunkt $\hat{\mu}_o = \bar{x} + k_2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ des Vertrauensbereiches sowie dem Ver-

trauensniveau $(1 - \alpha)$ (Tiede; Voß 2000: 213).⁵¹

2.2.4.4 Die Anfänge statistischer Inferenz als Hypothesentest

Bereits vor der zuvor beschriebenen, systematischen und zu mindestens ansatzweise mathematisch zu bezeichnenden Verbindung von quantitativer Deskription und Wahrscheinlichkeitsrechnung bestanden lediglich im Diffusen verbleibende Versuche einer Systematisierung der quantitativen und wahrscheinlichkeitsbezogenen Überprüfung von Hypothesen (Freudenthal: Steiner 1966: 180; Rahlf 1998: 30ff).

Diese statistische Aufgabenstellung der Bewertung von Aussagen im Lichte statistischer Daten ist ideengeschichtlich verbunden mit John Arbuthnot, dessen Betrachtungen aus dem Jahre 1710 neben diesem Ziel bereits Begriffe wie Nullhypothese, Stichprobe und Entscheidung enthielt, jedoch der Umfang der Ablehnungszone der Nullhypothese systematisch unterschätzt wurde (Freudenthal: Steiner 1966: 180f; Rahlf 1998: 30ff Gigerenzer u.a. 1999: 102ff). Eine Fortentwicklung dieser induktivstatistischen Verfahren wurde durch den Mediziner J. Gavarett im Jahre 1840 initiiert, als er unter Bezugnahme auf Poissons drei Jahre zuvor veröffentlichte und für die hier gefragte Signifikanzbetrachtung benötigte Formel eine Rezeptur für Signifikanzbetrachtungen publizierte (Freudenthal: Steiner 1966: 181; Rahlf 1998: 30ff). Gegenstand dieser Abhandlung war insbesondere die allgemeinverständliche Anwendung der durch Poisson herausgestellten

Bedeutung des Präzisionsmaßes $\sqrt{\frac{pq}{n}}$ einer binomialen Verteilung bei der Be-

⁵¹ Siehe zu dem Themenbereich der Stichprobenverteilung und der Intervallschätzung Tiede; Voß 2000: 83ff sowie 131ff.

rechnung induktivstatistischer Urteile, womit entgültig die zuvor dominierende Perspektive des Generierens von Sicherheit bei statistischen Schlüssen der Einsicht wich, sich hierbei mit einem vernünftigen Grad an Wahrscheinlichkeit zufriedengeben zu müssen (Freudenthal: Steiner 1966: 181f; Gigerenzer u.a. 1999: 93ff).

2.2.4.5 Schulen, Entwicklungslinien und Kontroversen zu induktivstatistischen Konzeptionen

*„Es ist mir noch heute rätselhaft, dass man herausbringt,
was sechzig Millionen Menschen denken,
wenn man zweitausend Menschen befragt.
Erklären kann ich das nicht.
Es ist eben so.“*

Elisabeth Noelle – Neumann, Meinungsforscherin⁵²

Als weitere zentrale Begründer inferenzstatistischer Schulen innerhalb der induktivstatistischen Entwicklung des vergangenen Jahrhunderts seien an dieser Stelle R. A. Fisher (1890–1962) sowie Jerzy Neyman und Egon S. Pearson herausgestellt, wobei Fisher die Grundlagen und die Versuchsplanung des statistischen Hypothesentestes begründete und Neyman und Pearson einen hiervon abweichenden Ansatz und Zugang zum induktivstatistischen Testens entwickelten, bei denen sie die Konzepte der „Power“ eines Test und des „Fehlers erster Art“ erstellten (Freudenthal: Steiner 1966: 184ff; Menges 1982: 12ff; Rott 1995: 307; Rahlf 1998: 55ff; Gigerenzer u.a. 1999: 102ff).⁵³

Der Gedankengang von J. Neyman vor dem Hintergrund der Kritik am Gebrauch des Bayes-Theorems war dabei resümierend dargelegt folgender (Freudenthal: Steiner 1966: 185f; Gigerenzer u.a. 1999: 120f): Der Ausdruck t sei ein unbekannter Parameter einer Verteilungsfunktion und t' ein Schätzwert von t in Gestalt einer von der Realisation einer Stichprobe abhängigen wahrscheinlichkeitsbezogenen Größe. In dieser Sichtweise besitzt t' eine von t abhängige Verteilung, was die Option eröffnet, über die Ungleichung $|t' - t| < \lambda$ die Wahrscheinlichkeit anzusprechen, mit der der Schätzwert in einer festen λ -Umgebung des zu schätzenden Parameters liegt. Der Tatsache, dass aufgrund der nicht existenten stochastischen Charakteristik von t keine Aussage hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit von t in der Gestalt, dass es in einem λ -Intervall um t' liegt, generiert werden kann, begegnete Neyman mit dem Gedanken, ein Vertrauensniveau von z.B. 95% vorzugeben und so dann λ in der Gestalt von der Stichpro-

⁵² Zitiert nach Krämer, W. 1992: 78.

⁵³ Vgl. ausführlicher zur historischen Entwicklung induktivstatistischer Verfahren einfürend Rahlf 1998: 28ff; Gigerenzer u.a. 1999: 102ff.

benrealisation abhängen zu lassen, dass die Wahrscheinlichkeit von $|t' - t| < \lambda$ diese gegebene 95% Grenze überschreitet und so diese Aussage in maximal 5% aller Fälle unzutreffend ist (Freudenthal: Steiner 1966: 185).

Eng mit dieser Theorie der Konfidenzintervalle verbunden ist die bereits ange-deuteten Bearbeitung des in arbuthtnotscher Tradition stehenden statistischen Hypothesentest durch J. Neyman und E. S. Pearson, wobei ihre Leistung insbe-sondere darin zu sehen ist, dass sie die prüftheoretische Betrachtung auf zwei komplementären und sich einander ausschließenden Hypothesen in Form einer Nullhypothese H_0 und einer Alternativhypothese H_a systematisch ausdehnten (Freudenthal: Steiner 1966: 186; Rahlf 1998: 70). Hierauf aufbauend begründeten sie entsprechend das folgende Schema (Freudenthal: Steiner 1966: 186; Rahlf 1998: 70; Tiede; Voß 2000: 113):

Entscheidung/ Wahrheit	Wahrheit in der unbekanntem Grundgesamtheit:		
	Hypo- thesen	H_0	H_a
Test- entscheidung:	H_0	$P(A_0 H_0) = 1 - \alpha$	$P(A_0 H_a) = \beta$
	H_a	$P(R_0 H_0) = \alpha$	$P(R_0 H_a) = 1 - \beta$

Tab. 4: Fehlerhafte Testentscheidungen und Power eines Tests

In dieser Perspektive sind somit zwei fehlerhafte Testentscheidungen zu unter-scheiden in Form des Fehlers erster Art oder α - Fehlers als jene Wahrschein-lichkeit, die Nullhypothese H_0 zugunsten der Alternativhypothese H_a zu verwerfen, obwohl diese in Wahrheit zutrifft, und den Fehler zweiter Art oder β - Fehler als die Wahrscheinlichkeit der Akzeptanz der Nullhypothese H_0 in der Testentscheidung in dem Fall, in dem die Alternativhypothese H_a die Verhältnisse in der Grundgesamtheit korrekt beschreibt (Freudenthal: Steiner 1966: 186; Rahlf 1998: 70ff; Tiede; Voß 2000: 111ff). Darüber hinaus begründeten sie damit auch die wahr-scheinlichkeitsbezogene Betrachtung der Stärke oder „Power“ eines Testes in Form von $(1 - \beta)$ als die Wahrscheinlichkeit, dass eine unzutreffende Nullhy-pothese auch als solche erkannt und somit verworfen wird (Freudenthal: Steiner 1966: 184ff; Rott 1995: 307; Tiede; Voß 2000: 114ff). Diese Theorie der Konfiden-zintervalle von Neyman und Pearson bildete eine Korrektur bzw. eine Kritik an jenem Konzept des statistischen Hypothesentest, dass zuvor von R. A. Fisher konstruiert wurde (Freudenthal: Steiner 1966: 184ff; Rott 1995: 307; Rahlf 1998: 70ff; Gigerenzer u.a. 1999: 114ff). Diese so angedeuteten Differenzen zwischen den inferenzstatistischen Schulen von Neyman/Pearson auf der einen und Fisher auf der anderen Seite sind gemäß Gigerenzer u.a. (1999) wie folgt tabellarisch zusammenzufassen (Rahlf 1998: 70ff; Gigerenzer u.a. 1999: 113ff):

	<u>Neyman/ Pearson:</u>	<u>Fisher:</u>
Testanwendung:	Ansatz ist einer von vielen denkbaren.	Kunstfertigkeit, bei der Kenntnisse des Gegenstandes benötigt werden.
Hypothesen:	Rivalisierende Hypothesen, eine muss zutreffen (Induktion durch Elimination)	Eine zu prüfende Hypothese. Annahme oder keine Aussage möglich
Fehler im Test:	α und β - Fehler sowie Power eines Tests bestimmbar über wiederholte Stichproben bei konst. math. Formulierung	Bei für die Analyse angemessenen stat. Modell kann nicht wiederholt Stichproben entnommen werden, d.h.: Seltenheit einer Evidenz ungleich Stärke dieser.
Testentscheidung:	Ist induktives Verhalten. Theorie besitzt mathematischen und subjektiven Teil.	Evidenzbeziehung zwischen Stichprobe und Hypothese.
Signifikanzniveau:	Charakter eines Testes	Eigenschaft der Stichprobe und der Daten

Tab. 5: Überblick der Gegensätze zwischen Neyman/ Pearson und Fisher

Dieser ,die heutige Debatte um Inferenzkonzeptionen in der Statistik, dominierende Vergleich zwischen Neyman/Pearson und Fisher mit dem darin enthaltenen Fokus auf das Testen von Hypothesen bildet jedoch nur einen Ausschnitt eines Gesamtkomplexes, der durch folgende Themenbereiche angedeutet werden kann (Rahlf 1998: 28f):

- Die „von K. Pearson ausgebaute Signifikanztestkonzeption,
- die von R. A. Fisher geforderten Kriterien „guter“ Schätzungen,
- eine quantitative Bewertung der Güte dieser Schätzungen durch das ebenfalls von Fisher entwickelte Fiduzialprinzip,
- das – wiederum von Fisher entwickelte und von G. Barnard und A. Birnbaum ausgebaute – Likelihood-Prinzip
- das Konzept der strukturellen Inferenz von D. A. S. Fraser,
- subjektivistische Bayes- Ansätze wie etwa von F. P. Ramsey, B. de Finetti, H. Jeffreys oder I. J. Savage und
- objektivistische Bayes- Ansätze, wie etwa von H. Robbins.“

Diese verschiedenen Inferenzkonzeptionen führten unter ihren Begründern und Vertretern zu überaus energiegeladenen Kontroversen, die durch einige zeitge-

nössische Zitate und Positionen aus der statistischen Literatur in Anlehnung an die Darstellung von Rahlf (1998) veranschaulicht seien (Rahlf 1998: 29ff). So bemerkte Fisher im Jahre 1956, das „die Theorie der inversen Wahrscheinlichkeiten auf einem Irrtum beruhe und vollständig abgelehnt werden muß“, wobei von Mises bereits 1951 den Fisherschen Likelihood-Ansatz mit den Worten kommentiert hatte: „Die vielen schönen Worte, die Fisher und seine Anhänger zur Begründung der Likelihood- Theorie beibringen, sind mir nicht verständlich. Das Hauptargument (...) sagt mit nichts“ (zit. nach Rahlf 1998: 29). Und nach Stegmüller (1973) bemerkte Neyman zu den von Fisher entwickelten Testmethoden, dass diese „in einem mathematisch präzisierbaren Sinn „schlechter als nutzlos“ seinen“ (Stegmüller 1973b: 2).⁵⁴

Diese konkurrierenden, leidenschaftlich diskutierten und zu mindestens teilweise widersprüchlichen inferenzstatistischen Konzepte wurden, der diesbezüglichen Kritik um Gigerenzer folgend, zwischen den vierziger und sechziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts kochbuchartig zu einem „Theorieeintopf“ vermengt, indem die historisch Priorität besitzende Theorie der Signifikanztests von Fisher mit Begriffen und Elementen der Neyman-Pearson-Theorie verbunden wurde, um als „Regeln der Statistik“ Verbreitung zu finden (Gigerenzer u.a 1999: 128).⁵⁵

Zu dieser Situation bemerkt G. Menges (1982), dass diese Entwicklung in der Inferenzstatistik „durch viele Kontroversen und Mißverständnisse“ gekennzeichnet ist und bezeichnet diese Auseinandersetzungen und Debatten als „unnötig“, „denn die Frage kann nicht lauten: „Entweder – oder“, vielmehr sind beide Grundmodelle berechtigt“ (Menges 1982: 13). Die Fragestellung sei somit in Lichte der momentanen Situation im Sinne eines „Wie weit reicht das Inferenzmodell“ zu ersetzen und gemäß eines „ab welchen Punkt ist es durch ein Entscheidungskalküle zu ergänzen“ und zu modifizieren, wobei eine Integration inferenzstatistischer Me-

⁵⁴ Von besonders charakterisierender Prägnanz ist dabei die Genese der inferenzstatistischen Position von A. Birnbaum in dieser Debatte, „der das Likelihood-Konzept 1962 in einem vielbeachteten Beitrag zu einem Likelihood-Prinzip als fundamentale Grundlage der Inferenzstatistik erhob, lehnte das von J. Neyman entwickelte Konfidenzprinzip ab, weil es gegen das Likelihood-Prinzip verstoße“ (Rahlf 1998: 29). Einige Jahre später jedoch kam es zu einer Umkehrung seiner Position, so dass er begann, das „Likelihood-Prinzip abzulehnen, weil es gegen das Konfidenzprinzip verstoße“ (Rahlf 1998: 24ff).

⁵⁵ Siehe zu dieser Kritik mit der damit verbundenen Aufruf zur Ausbildung statistischen Denkens ausführlicher Kap. 2.3.2.

thoden in wissenschafts- und erkenntnistheoretischen Konzepten nach Menges zukünftig neue Impulse erzeugen könnte (Menges 1982: 13f).⁵⁶

2.3 Die Relevanz der kognitiven Verarbeitung statistischer Daten

*„Natürlich besteht die gesamte Anstrengung darin,
Aus dem gewöhnlichen Bereich herauszukommen,
Den man Statistik nennt“*

Stepher Spender⁵⁷

Ausgehend von der, die enthaltenen Vorstellungsbilder fokussierenden, Darstellung der historischen Genese deskriptiv- und induktivstatistischer Methoden einschließlich der dabei zuletzt bereits erwähnten Grenzen induktivstatistischer Testverfahren soll in folgenden die Relevanz der kognitiven Verarbeitung statistischer Daten dargelegt werden, wobei zwischen wissenschaftsinterner und wissenschaftsexterner Verwertung unterschieden werden soll.

Die hierbei in den Blickpunkt der Betrachtung geratenden, wissenschafts- und erkenntnistheoretischen bzw. soziologischen Dimensionen werden dabei, da diese nicht den eigentlichen Gegenstand dieser Arbeit bilden, lediglich angerissen, um so eine Einordnung in einen größeren Diskussionszusammenhang zu erreichen.

2.3.1 Bei wissenschaftsinterner Verwertung

*„Kein Test, der auf einer Wahrscheinlichkeitstheorie beruht,
kann von sich aus nützliche Belege für die Richtigkeit oder Unrichtigkeit
einer Hypothese liefern.“*

Jerzy Neyman und Egon Pearson (1933)⁵⁸

Unter der Prämisse einer wissenschaftstheoretischen Grundorientierung am Paradigma des kritischen Rationalismus ergeben sich aus diesem drei erkenntnistheoretische Charakteristika in Form eines konsequenter Fallibilismus, eines methodischen Rationalismus und eines kritischer Realismus (Kromka 1984; Wenturis u.a. 1992; Gadenne; Wendel 1996: 1; Prim; Tilmann 2000).

⁵⁶ Diese Hoffnung für die Entwicklung und Anwendung induktivstatistischer Methoden und Verfahren hat sich im Verlauf der vergangenen 20 Jahre jedoch nicht erfüllt. Siehe Kap.2.3.1. sowie 2.4.2.

⁵⁷ Zitiert nach Paulos 200: 153.

⁵⁸ Zitiert nach Beck- Bornholdt; Dubben 2001: 1.

Diese wissenschaftstheoretischen Grundzüge des dominierenden Paradigmas des kritischen Rationalismus beinhalten dabei zunächst, dass wissenschaftliche Theorien als Systeme widerspruchsfreier Aussagen bzw. nomologischer Gesetze empirisch und logisch falsifizierbar sein müssen, was zugleich das Abgrenzungskriterium zwischen wissenschaftlichen und metaphysischen Aussagensystemen bildet (Kromka 1984; Wenturis u.a. 1992; Prim; Tilmann 2000). Diese Falsifizierbarkeit von wissenschaftlichen Theorien bildet die Bedingung für die Möglichkeit, diese Aussagen mit empirischen Beobachtungssätzen zu vergleichen, so dass in der wissenschaftlichen Arbeit theoretische Aussagen an der Realität zu überprüfen und gegebenenfalls zu falsifizieren sind, um auf diesem Wege zu an der Realität bewährten, nicht verworfenen wissenschaftlichen Theorien gelangen zu können (Kromka 1984; Wenturis u.a. 1992 Prim; Tilmann 2000).⁵⁹ Von Bedeutung ist hierbei in empirischer und methodologischer Perspektive der Tatbestand, dass jene empirischen Beobachtungssätze, welche theoretische Aussagen überprüfen, ihrerseits falsch sein können, was als sogenanntes Basisatzproblem in die Literatur eingegangen ist und welches aus der Perspektive des Kritischen Rationalismus mit der Forderung verbunden wurde, dass auch Beobachtungsaussagen einer intersubjektiven Überprüfung standhalten müssen (Kromka 1984; Wenturis u.a. 1992; Prim; Tilmann 2000). Aus diesem wissenschaftstheoretischen Paradigma, in dem die regelgeleitete Bildung und kritische Prüfung theoretischer Aussagen als zentral zu betrachten ist, ergeben sich für die insbesondere wissenschaftliche Erkenntnispraxis Grundzüge einer Rationalitätskonzeption wissenschaftlicher Arbeit, welche als normative Orientierung dienen soll und das durch Kuhn (1962) in seiner Kritik unter Andeutung psychologischer und sozialer Motive argumentativ ersetzt wurde durch die Grundannahme einer Struktur realen wissenschaftlichen Handelns (Kuhn 1976; Kromka 1984; Wenturis u.a. 1992; Prim; Tilmann 2000).⁶⁰

⁵⁹ Dies sei in diesem Rahmen nur eine kurze Zusammenfassung der Position des Kritischen Rationalismus, wobei bewusst die hierbei relevanten Wahrheitsbegriffe sowie die wissenschaftstheoretische Metatheorie der Bewährung, der Wahrheitsnähe und des Gehaltes unberücksichtigt bleiben. Siehe dazu Kromka 1984; Wenturis u.a. 1992; Chalmers 1994; Prim; Tilmann 2000).

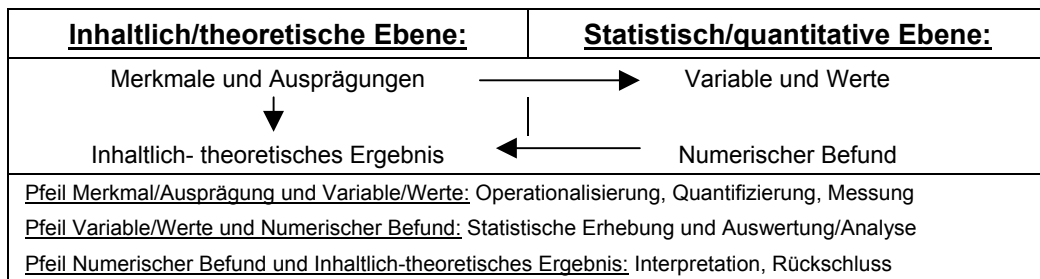
⁶⁰ Die als Kritik und Ergänzung der hier enthaltenen Vorstellung einer kumulativen und rational rekonstruierbaren wissenschaftlichen Theoriebildung entstandenen wissenschaftstheoretischen Analyse um den Begriff des Forschungsparadigmas bei Kuhn und der Forschungsprogramme bei Lakatos, welche psychologische Dimensionen leider nur andeuten, sei daher nicht weiter betrachtet (Kuhn 1976; Kromka 1984; Wenturis u.a. 1992; Chalmers 1994; Prim; Tilmann 2000).

Die bei dieser wie auch immer gearteten Vorgehensweise der wissenschaftlichen Theoriebildung angewendeten Methoden sind in Anlehnung an Albert (1987) technologisch zu interpretieren, da die Methodologie die Überprüfung der Eignung methodischer Regeln und Verfahren zum Gegenstand hat und wissenschaftliche Theorien als Systeme widerspruchsfreier Aussagen mit empirischen und logischem Gehalt in der Perspektive des Kritischen Rationalismus als erkenntnistheoretisch unabhängig von der zu Ihrer Überprüfung angewendeten Methoden anzusprechen sind (Albert 1987: 70ff). In dieser Perspektive sind methodische Regeln als rationale heuristische Prinzipien anzusprechen, die Orientierung bei der Lösung von Erkenntnisproblemen spenden (Albert 1987: 70ff).

Vor diesem Hintergrund kann zum heutigen Status der Statistik in den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften von einer Etablierung statistischer Modelle und Methoden gesprochen werden, so dass, anders als noch vor ca. 50 Jahren, „die Statistik heute auch in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften als unentbehrliches Werkzeug (...) anerkannt“ ist (Krämer, W. 2001: 187f).⁶¹ Jedoch weist W. Krämer in diesem Kontext darauf hin, dass sich eine wissenschaftsinterne Tendenz abzeichnet, in der die Statistik als Datenlieferant und deskriptiver Datenkomprimierer weiterhin ein hohes Ansehen und eine große Bedeutung genießt, jedoch ihre induktive Funktion als Dateninterpretierer systematisch abnimmt (Krämer, W. 2001: 187ff). Dies begründet sich auch insbesondere in der Erfahrung alltäglicher Forschungspraxis, dass die bestehenden induktivstatistischen Verfahren mit ihren Möglichkeiten der Dateninterpretation sich eben nicht einfügen in wissenschafts- und erkenntnistheoretische Konzepte wissenschaftlicher Theoriebildung und -überprüfung und damit in der Praxis eben nur überaus eingeschränkt eine direkte und evidente Brücke zwischen Theorie und Empirie bilden (Erzberger 1998; Krämer 2001: 195).⁶² Diese zum Zwecke der Bestimmung der aus empirischen Befunden ableitbaren, theoretisch-inhaltlichen Implikationen bilden somit eine über die induktivstatistische Bewertung hinausgehende Interpretation statistischer Befunde, die in Anlehnung an Graff (1992) wie folgt darzulegen ist (Graff 1992: 13):

⁶¹ Im Hinblick auf seine Datierung verweist Krämer auf Erinnerungen des Hamburger Sozialpsychologen Peter Hofstätter, nach denen an deutschen Universitäten in der Vor- und unmittelbaren Nachkriegszeit statistisch-empirisch angelegte wissenschaftliche Arbeiten um ihre Anerkennung ringen mussten. So weiß Hofstätter von einer Habilitation zu berichten, in deren Verlauf gerügt wurde, der Kandidat würde „-so wörtlich- „die dem deutschen Geiste völlig fremden statistischen Methoden“ in seiner Arbeit verwenden“ (Krämer, W. 2001: 187).

⁶² Dieses Defizit induktivstatistischer Verfahren wurde bereits durch Menges (1982) als Ausblick einer Statistikentwicklung erwähnt. Siehe hierzu Kap. 2.2.1.2.



Tab. 6: Dateninterpretation als Verbindung zwischen Theorie und Empirie

Diese anwendungsbezogene Erfahrung deckt sich dabei mit einer entsprechenden theoretischen Einsicht, die Stegmüller (1973) wie folgt zusammenfasst: „Es besteht bis zum heutigen Zeitpunkt eine ungeheure Kluft zwischen logischen und wissenschaftstheoretischen Analysen von Begriffen der Prüfung, der Bestätigung und der Bewährung von Hypothesen auf der einen Seite und von Fachleuten im Gebiet der mathematischen Statistik angestellten Untersuchungen über diese Themenkreise auf der anderen Seite“ (Stegmüller 1973b: 1). In der Perspektive von Menges (1982) bilden in diesem Zusammenhang inferenzstatistische Verfahren und deren Ergänzung durch entscheidungstheoretische Bezüge ein komplexes Konglomerat zur Verbindung wissenschaftstheoretischer Konzepte und induktivstatistischer Verfahren, wobei aus der Verwendung deskriptivstatistischer Modelle und der üblichen Ermangelung dieser entscheidungstheoretischen Ergänzung in der realen Forschungspraxis die Ebene der kognitiven Verarbeitung statistischer Befunde durch den Forschenden Bedeutung erlangten (Menges 1982). Andere Ansätze versuchen, diese Diskrepanz zwischen der Dateninterpretation, die über induktivstatistische Verfahren möglich ist bzw. die deskriptivstatistische Daten nicht aufweisen, und jener, welche zur sozialwissenschaftlichen Theorieentwicklung benötigt wird, durch eine Synthese der als komplementär betrachteten qualitativen und quantitativen Forschungsparadigmen zu realisieren (Erzberger 1998: 72ff).⁶³ Auch ist aufgrund der Defizite in der Dateninterpretation eine Tendenz in der sozialwissenschaftlichen Theoriebildung zu beobachten, in ihrer Begriffsbildung auf statistische und hier insbesondere probabilistische Konzepte und Modelle Bezug zu nehmen, womit „der Bereich der statistischen Methodenlehre verlassen“ wird (Rohwer; Pötter 2001: 5).

Wie und ob diese Lücke zur Dateninterpretation in der Perspektive von Menges (1982) methodologisch geschlossen werden kann und welche deskriptiv- und induktivstatistischen Verfahren dabei von Bedeutung sein werden, ist bis zum heutigen Zeitpunkt so offen und unentschieden wie vor 20 Jahren. Das dabei jedoch

⁶³ Siehe zur paradigmbezogenen Statistikkritik und der angedeuteten Synthese auch Kap. 2.3.2.

der Förderung der kognitiven Verarbeitung statistischer Befunde eine Bedeutung zumindest temporär zukommen muss, soll folgende Darstellung eines kognitions-wissenschaftlichen Experimentes von Oakes aus dem Jahre 1986 zum statistischen Denken von Geisteswissenschaftlern illustrieren (nach Gigerenzer 1999: S. 612f). In diesem Experiment wurde 70 Psychologen, Universitätsdozenten und Forschern mit mindestens zwei Jahren Forschungserfahrung die Frage gestellt: „Stellen Sie sich vor, Sie haben die Mittelwerte einer Experimentalgruppe und einer Kontrollgruppe mittels eines t- Tests verglichen (je 20 Vpn) und erhalten $t = 2,7$, $p = 0,01$. Welche der folgenden Schlüsse sind richtig, welche falsch?“⁶⁴

1. „Sie haben die Nullhypothese (kein Unterschied zwischen den Populations- Mittelwerten, kurz H_0) absolut widerlegt.“ (1,4%)
2. „Sie haben die Wahrscheinlichkeit, dass H_0 richtig ist, gefunden.“ (35,7%)
3. „Sie haben die experimentelle Hypothese (ein Unterschied zwischen den Populations- Mittelwerten, kurz H_1) absolut bewiesen.“ (5,7%)
4. „Sie können die Wahrscheinlichkeit, dass H_1 richtig ist, bestimmen.“ (65,7%)
5. „Wenn Sie die H_0 zurückweisen, wissen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit diese Entscheidung falsch ist.“ (85,7%)
6. „Sie haben einen reliablen experimentellen Befund in dem Sinne, dass, wenn das Experiment oftmals wiederholt würde, würde man in 99% der Wiederholungen ein signifikantes Ergebnis erhalten.“ (60,0%)

Da das Signifikanzniveau $\alpha\%$ die Wahrscheinlichkeit des Erfahrungsdatums D unter der Bedingung der Nullhypothese H_0 als $P(D|H_0)$ angibt, sind alle angebotenen Antwortvorgaben, die z.B. mit bedeutenden Anteilen von den Wissenschaftlern als zutreffend erachtet wurden, unbegründet und falsch (Gigerenzer 1999: 612f).⁶⁵

⁶⁴ In Klammern die prozentualen Anteile der $n = 70$ Personen, die diese Aussage für richtig hielten.

⁶⁵ Im einzelnen nach Gigerenzer 1999: 613: Die Aussagen (1) und (3) sind in ihrer Absolutheit bezüglich der Gültigkeit von Hypothesen unbegründet, die Aussagen (2) und (4) über die Wahrscheinlichkeit von H_0 und H_1 vertauscht als klassischer Fehler statistischen Denkens das Signifikanzniveau als $P(D|H_0)$ mit der Wahrscheinlichkeit $P(H_0|D)$ bzw. $P(H_1|D)$, die Aussage (5) beinhaltet ebenfalls eine unbegründete Schlussfolgerung auf die Wahrscheinlichkeit von H_0 und die Aussage (6) ist unzutref-

Dieser Experimentalbefund bestätigt die Einschätzung zur Anwendung statistischer Verfahren in den Sozialwissenschaften, dass „der mathematisch- statistische Ausbildungsstand der Forscher oft nicht den eingesetzten Methoden entspricht“, was durch die zunehmend überaus leichten Verfügbarkeit und Anwendbarkeit von elektronischer Datenverarbeitung zur statistischen Analyse an Brisanz gewinnt und die Forderung entstehen lässt, auch in diesem Bereich statistisches Denken zu verbessern (Gigerenzer 1999; Atteslander 2000: 259).

2.3.2 Bei wissenschaftsexterner Verwertung

*Die Welt wird offenbar älter;
sie kleidet sich jetzt so unauffällig.*

Jerome K. Bruner⁶⁶

Zur Betrachtung der Bedeutung der kognitiven Verarbeitung numerisch dargestellter statistischer Daten bei wissenschaftsexterner Verwertung ist zunächst mit Lau und Beck (1989) die alltägliche Erfahrung festzuhalten, dass „in vielen gesellschaftlichen Handlungs- und Entscheidungsfeldern sozialwissenschaftliche Daten, Methoden und Diagnosen heute nicht mehr wegzudenken“ sind (Lau; Beck 1989: 2). Die „wachsende Komplexität moderner Gesellschaften erhöht den Bedarf an Informationen über ihre Funktionen und Strukturen“, wobei die für den Einzelnen bedeutsamen Informationen zunehmend nicht über unmittelbare Erfahrung aus seiner primären Umwelt entstammt, sondern theoriegeleitet vorstrukturiert und abstrahiert verstärkt über Medien vermittelt werden (Atteslander 2000: 6ff).

Die auf dieser Beobachtung abgeleitete Annahme, dass mündige Bürger in der heutigen nachindustriellen Wissens- und Informationsgesellschaft statistisches Denken benötigen, kann als nahezu unstrittig betrachtet werden einschließlich der damit verbundenen Erkenntnis, dass moderne Gesellschaften „ohne Statistik kaum vorstellbar“ sind (Gigerenzer 1993: 99; Sedelmeyer 1993: 134; Rott 1995: 307).⁶⁷ Der Inferenzstatistiker R. A. Fisher nannte im Jahre 1954 in diesem Zusammenhang einmal die Statistik als „den eigentümlichsten Aspekt menschlichen Fortschritts“, der „dem zwanzigsten Jahrhundert seinen besonderen Charakter“ verliehen hätte (Gigerenzer u.a. 1999: 257).

fend, weil nicht von $P(D|H_0)$ auf $P(D)$ gefolgert werden kann (Gigerenzer 1999: 613).

⁶⁶ Nach Barrow 1999: 57.

⁶⁷ Vgl. zur nachindustriellen Gesellschaft mit den darin auszumachenden Dimensionen des Bedeutungswandels von Information und Wissen einleitend Bell 1985

Die Allgegenwart von beschreibenden statistischen Daten und Wahrscheinlichkeitsangaben in den Medien und der Öffentlichkeit zeugen dabei nicht zuletzt von ihrem hohen Ansehen, welches häufig interessenbezogen von „Experten“ dazu missbraucht wird, um etwas zu beweisen bzw. mit Gewissheit zu belegen (Ketteler 1997; Gigerenzer u.a. 1999: 257f; 2002: 27f).⁶⁸ Dies kann erfolgen aufgrund des weit verbreiteten hohen Ansehen und der ausgeprägten Anziehungskraft der Statistik in pluralistischen Demokratien und resultieren aus dem Irrglauben, dass im Widerstreit der Werte und im Ringen um Konsens quantitative Betrachtungen mit einer Beherrschung statistischer Verfahren Neutralität und Objektivität erzeugen (Ketteler 1997: 7ff; Gigerenzer u.a. 1999: 258). „Die Statistik scheint aus heiß umstrittenen Themen lösbar Probleme machen zu können“ (Gigerenzer u.a. 1999: 258).⁶⁹ Darüber hinaus besteht eine ausgeprägte Assoziation von in der Statistik enthaltenen Algebra, Geometrie und Infinitesimalrechnung mit dem Generieren von Gewissheit, was in einer Welt der Ungewissheiten und Risiken als eine irrtümliche Illusion bezeichnet werden muss und zu einer falschen kognitiven Interpretation statistischer Daten und Befunde führt (Gigerenzer 2002: 21ff).⁷⁰

Der hierzu sozialwissenschaftlich ausgemachte gesellschaftliche Hintergrund bildet die in der diesbezüglichen soziologischen Theoriebildung ausgemachte „Entdinglichung“ als „Ablösung der Strukturen des Wissens von ihrem sozialen Fundament“, in dessen Verlauf die „Welt der symbolischen Codes und des Wissens einerseits und die Welt des Handelns, der erzählten Geschichte andererseits (...) in durchmodernisierten Gesellschaften immer weiter auseinander(treten) und (...) sich allen Versuchen zur Versöhnung“ widersetzen (Giesen 1991: 10). Eng hiermit verwoben ist die insbesondere mit den Namen Th. W. Adorno und A. Gehlen verbundene soziologische These vom Erfahrungsverlust als, nach Adorno, „die verdorrte Erfahrung, das Vakuum zwischen den Menschen und ihrem Verhängnis, in dem das Verhängnis recht eigentlich besteht“ (zit. nach Thies 1997: 60).

⁶⁸ Die dabei bestehende allgemeine Neigung, Ansichten und Positionen von als Autorität angesehenen „Experten“ unkritisch zu akzeptieren, ist nicht unbegründet, wenn sie die Nahrung, die Gesundheit oder andere Aspekte betreffen, die direkt mit dem Überleben zu tun haben. Hier scheint die trügerische Gewissheit in der Tat eine angepasste Reaktion zu sein, welche Menschen, besonders Kinder, davon abhält, potenzielle Gefahren selbst zu ergründen“ (Gigerenzer 2002: 27).

⁶⁹ In diesem Zusammenhang sprechen Lau und Beck (1989) in Bezug zum politisch-administrativen System von einer zunehmenden Entwicklung sozialwissenschaftlicher Forschungsbefunde zu einer gesellschaftlichen „Legitimationsressource politisch-administrativer Programme“ (Lau; Beck 1989: 3).

⁷⁰ Das Bestreben des menschlichen Geistes nach Gewissheit wird dabei von Gigerenzer (2002) als ein „offenbar (...) grundlegendes“ angesprochen (Gigerenzer 2002: 21).

Auch A. Gehlen sieht im Erfahrungsverlust das Zentrum der Probleme moderner Gesellschaften, in denen direkte und sinnliche Lebenserfahrung an Bedeutung verliert und sich Handeln somit zunehmend nicht mehr auf diese beziehen und stützen kann. (Gehlen 1957; Thies 1997: 60). Pointiert beschreibt er dies als die Tendenz eines Lebens mit Erfahrungen aus zweiter Hand (Gehlen 1957: 44ff; Thies 1997: 62). Er diagnostiziert in diesem Zusammenhang eine „Umkehrung des Seelenvermögens“ im 20. Jahrhundert in der Gestalt, dass es heute einfacher sei, sich auf einer begrifflichen Ebene zu bewegen als auf der seiner eigenen Sinne, was sich beispielsweise darin manifestiere, dass es heute nichts unzeitgemäßeres gebe als einen Sinn für das Tragische und Negative in der Welt wie Krankheit, Not, Enttäuschung, Alter und Tod (Gehlen 1957; Thies 1997: 60f). Eines der zentralen Symptome der Krise des Individuums in postmodernen Wohlstandsgesellschaften bildet daher in der Perspektive Gehlens, dass niemand mehr fähig sei mit dem Negativen in der Welt und in seinem Leben umzugehen (Thies 1997: 61). Als ursächliche Triebkraft dieser Entwicklungen macht Gehlen auf der gesellschaftlich/technologischen Ebene den Tatbestand aus, dass „der Mensch (...) danach streben (muss), seine Macht über die Natur zu erweitern, denn dies ist sein Lebensgesetz, und notfalls genügt es ihm – und hat ihm über Jahrzehntausende genügt – eine imaginäre Macht, die Magie, solange er den Weg zur realen nicht fand“ (Gehlen 1957: 23). Mit der gleichen, so Gehlen, „blinden, seinen Geist vorwärtstreibenden Energie sucht der Mensch sich selbst zu objektivieren: er findet in der Außenwelt die Modelle und Bilder seines eigenen, rätselhaften Wesens, und mit derselben Fähigkeit der „Selbstverfremdung“ schlägt er sein eigenes Handeln der Außenwelt zu, lässt es von ihr übernehmen und weitertragen“ (Gehlen 1957: 23).

Die Realisation dieser Bestrebungen bildet eine bei Gehlen als „Intellektualisierung“ bezeichneten Tendenz der zunehmenden „Verwissenschaftlichung des europäischen Denkens“, welches sich in der Möglichkeit der sprachlichen Beschreibung abstrakter Prozessverläufe manifestiert, einhergehend mit der zunehmenden Bereitschaft und Neigung zur Verwendung sich „grundsätzlich der anschaulichen Vorstellbarkeit entziehenden“ mathematischen Methoden und Konzeptionen in den erkenntnisgenerierenden Bereichen mit dem Effekt, dass deren Ergebnisse „immer abstrakter und unsinnlicher“ werden (Gehlen 1957: 24; Hendrichs 1988: 213ff; Spinner 1988: 65ff)⁷¹

Bezugnehmend auf diese bereits früh beobachteten und durch philosophische Betrachtungen vorweggenommenen Entwicklung wurde im Rahmen der Betrachtung einer sich ausbildenden Informationsgesellschaft eine Verschiebung des

⁷¹ Gehlen verweist dabei auf die Neigung und Bereitschaft der Verwendung quantitativer und mathematischer Methoden in der Psychologie anstelle intuitiver Vorgehensweisen der Erkenntnisgenerierung wie der Psychoanalyse (Gehlen 1957: 24f).

kognitiven Schwerpunktes der Gesellschaft vom innerwissenschaftlichen Theoriepool zu einem außerwissenschaftlichen Datenpool ausgemacht (Gehlen 1957; Hendrichs 1988: 213ff; Spinner 1988: 65ff; Thies 1997: 61ff).⁷² Dieser Befund besagt, dass es in der „Wissensverfassung“ der sich entwickelnden Informationsgesellschaft zu der „Ausbildung und/oder Ausbreitung eines spezifischen, durch Detaillierungs-, Aufzählungs-, Vollständigkeits- und Wiederholungstendenzen gekennzeichneten, auf parataktische Denk- und Darstellungsformen ausgerichteten datenerzeugenden Erkenntnisstils für die niedrigste Aggregatform menschlichen Wissens, nämlich von Einfachstaussagen über Einzelheiten, dafür in größter Menge und beliebiger Verknüpfung– im Gegensatz zum theorienerzeugenden klassischen („griechisch-abendländischen“) Erkenntnisstil der Wissenschaft“ kommt (Spinner 1988: 66).⁷³ Dies führt, neben der „Ausbildung und/oder Ausbreitung einer spezifischen Rationalitätsnorm für das daten- statt theoriezentrierte Problemlösen“, zur erwähnten „Verlagerung des kognitiven Schwerpunktes der Gesellschaft zum Datenpool im Sinne einer Verschiebung der Größen- und Gewichtsverhältnisse der Wissenslage zum Datenwissen (Spinner 1988: 66f).⁷⁴

Diese so zu umschreibenden Entwicklungstendenzen manifestieren sich in Bezug auf die statistische Daten in einer auf einer „publizistischen Verkürzung“ beruhenden verstärkten Verbreitung von sozialen Daten, welche die ihnen zugrundeliegenden theoretischen Annahmen sowie die sonstigen im empirischen Forschungsprozess getroffenen Entscheidungen auch bezüglich der angewendeten statistischen Methoden systematisch vernachlässigt bis unterschlägt (Atteslander 2000: 16f). So müssten in theoretischer Perspektive im Falle einer wissenschaftsexternen Verwertung numerisch dargestellter statistischer Daten Ergebnisse, welche im Idealfall aus einem wissenschaftlich begründeten Entstehungskontext stammen, in „Systeme des Alltagshandeln transportiert werden“ (Lau; Beck 1989).⁷⁵

⁷² Siehe hierzu in kulturkritischer Perspektive nach Gehlen und Adorno zur Rolle der Medien und zum Begriff der Halbbildung einfürend Thies 1997: 62ff.

⁷³ Vgl. zum Begriff der Informationsgesellschaft und ihrer Charakteristik Bell 1985.

⁷⁴ In dieser Perspektive wäre somit eingeschränkt von einer „Versozialwissenschaftlichung“ der Gesellschaft“ nach Lau und Beck (1989) zu sprechen, da eine solche neben den Bereichen der Methoden und Daten auch sozialwissenschaftliche Theorie und Begriffsbildungen einschließt (Lau; Beck 1989)

⁷⁵ Die hierfür benötigten „Übersetzungsschritte“ von auf wissenschaftlicher Sprache auf der Grundlage wissenschaftlicher Theorie zur Alltagssprache auf der Basis von Alltagswissen, die im Extrem die Identität des enthaltenen sozialwissenschaftlichen Wissens auflösen und die darauf begründeten Entscheidungen auf Alltagstheorien

Neben dieser vermittelnden Berücksichtigung der den publizierten statistischen Daten zugrundeliegenden wissenschaftlichen Theorien umfasst dies die durch publizistische Verkürzung in methodischer und statistischer Perspektive ausbleibende Offenlegung der angewendeten statistischen Methoden (Dewdney 1994: 11). Das hierbei offensichtlich werdende Missverhältnis zwischen alltäglicher Relevanz der kognitiven Verarbeitung statistischer Daten und der ihr auch in der statistischen Fachliteratur bisher zuteil werdenden Aufmerksamkeit und Unterstützung bildet dabei einen zu mindestens erstaunlichen Sachverhalt (Dewdney 1994: 11). Dieser Eindruck verstärkt sich unter der Erfahrung, dass gerade in der Öffentlichkeit als wissenschaftsexterner Verwertungskontext von Statistik ein „blinder Autoritätsglaube in Hinblick auf statistische Behauptungen“ besteht bei parallel dazu beobachtbarer, nahezu vollständiger Ignoranz der methodischen Dimension dieser Statistik (Schneeweiss 2001: 151f). Dies geht bei der Darstellung statistischer Befunde einher mit einer Fokussierung auf statistisches Zahlenwerk bei einer weitgehenden Vernachlässigung und minimalistischen Erläuterung der diesen numerischen Befunden zugrundeliegenden deskriptiv- und induktivstatistischen Methoden und der daraus resultierenden geringen Präsenz und Bekanntheit statistischer Methoden in der Öffentlichkeit (Schneeweiss 2001: 151ff). Doch trotz dieser so charakterisierten Verhältnisse enthält die „augenblickliche Gefahr für die Soziologie, zu einer reinen Datenlieferungs- und Dienstleistungswissenschaft zu werden“ zugleich die Chance, „durch die Ermittlung rein deskriptiver Daten (...) impliziten, problemgestaltenden Einfluss zu entwickeln“, so dass das „problemdefinitorische Potenzial, dass in den sozialwissenschaftlichen Methoden steckt, (...) gar nicht hoch genug eingeschätzt werden“ kann (Lau; Beck 1989: 164f).

In Anbetracht dieser gesellschaftlichen Entwicklungslinien ist, unter Extrahierung der in der Betrachtung enthaltenen Gesellschaftskritik, vor dem Hintergrund eines alltäglichen Zwangs von Entscheidungen und Handlungen zur Daseinsbewältigung als eine bedeutendes Essenz der Betrachtung die Verbesserung statistischen Denkens als kognitiver Verarbeitung wissenschaftlichen Datenwissens auszumachen (Holzkamp 1968).

projizieren muss, sind bis dato nur Ansatzweise angedacht und ausformuliert (Lau; Beck 1989).

2.4 Zur Kritik statistischer Verfahren und ihrer Anwendungen

In erster Annäherung an die Kritik statistischer Verfahren ist zunächst festzuhalten, dass die Wahrnehmung von Statistik in der Öffentlichkeit ambivalente Züge trägt, da auf der einen Seite „größtes Misstrauen gegenüber der Statistik bis hin zu ihrer Verächtlichmachung“ beobachtbar ist, auf der anderen Seite jedoch auch ein „blinder Autoritätsglaube in Hinblick auf statistische Behauptungen“ vorherrscht (Schneeweiss 2001: 151).

Die hier nun folgende, in fundamentale bzw. paradigmbezogene und konstruktive Statistikkritik unterschiedene, Erörterung diesbezüglich bestehender Positionen beruht auf der hier näher zu beleuchtenden, grundlegenden Annahme: „Nicht die Statistik ist schlecht, sondern die Kenntnis ihrer Methoden ist oft mangelhaft und ihre Anwendung und Interpretation durch Gruppeninteressen beeinflusst“ (Hochstädter 1991: 2).⁷⁶

2.4.1 Fundamentale und paradigmbezogene Statistikkritik

In erster Annäherung betrachtet ist die Mathematik und damit auch die Statistik zu mindestens bis zu einem gewissen Grad anzusprechen als „die Wissenschaft der Abstraktion“, in der „die Realität in all ihrer verwirrenden Vielfalt“ abgebildet wird „durch ein einfaches System, das bestenfalls einen blassen Abglanz eines oder zwei Aspekte dieser Realität enthält“ (Körner 1998: 17). Insofern kalkuliert Mathematik und Statistik in ihrer extensionalen Logik persönliche Distanz mit ein und fordert sie heraus, so das sie „befreit und entwirrt“ (Rogge 1995: 286ff; Paulos 2000: 119).

Diese Charakteristik statistischer Quantifizierung wird durch deren Kritiker als der Versuch der Begründung einer „Berechenbarkeit des Menschen“ gedeutet, einhergehend mit Vorstellungen, Quantifizierungen gingen mit einer „Erstarrung der Phänomene zu Zahl“ sowie einer ausgemachten „Wesensfremdheit“ der Zahl gegenüber den Phänomenen“ einher (Rogge 1995: 286). Die Grundannahmen dieser Position der gänzlichen Unmöglichkeit einer statistisch-quantitativen Betrachtung des Menschen auf individueller und aggregierter Ebene mit der damit einhergehenden Irrelevanz diesbezüglicher statistischer Daten werden dabei mit

⁷⁶ Die durch Interessen beeinflusste Anwendung statistischer Methoden und Interpretation statistischer Befunde soll hier im engeren Sinne nicht weiter verfolgt werden. Siehe dazu einleitend das einflussreiche und verbreitete Werk von W. Krämer (1992) „So lügt man mit Statistik“.

dem sozialwissenschaftlichen Gegenstand verbunden (Müller-Benedict 2001: 22).⁷⁷

Vor dem Hintergrund der Betrachtung der Darstellung statistischer Daten in numerischer Form und dem Erkennen des dabei angewendeten numerischen und damit ausgeprägt organisierten Systems als Medium gerät der Gegenstand der Messung in den Blickpunkt der Betrachtung (Gigerenzer 1981: 20). Unter der Bezeichnung von Messung als Modellbildung mit numerischen Systemen wird die Theorieabhängigkeit solch wissenschaftlicher Bemühungen evident, was den Blick auf den Tatbestand eröffnet, dass nicht das Medium Zahl das Wesentliche dieser Betrachtung bilden, sondern vielmehr die diese abbildenden Strukturen (Gigerenzer 1981: 20). Aufgrund des theoriegeleiteten Modellcharakters „erweitert sich (...) dessen strukturelle und nicht dessen materiale Angleichung an den zu modellierenden Gegenstand als entscheidend“ (Gigerenzer 1981: 20). Insofern ist diese Perspektive in der Lage, material-orientierte Argumente wie das „Wesen (die Seele) des Menschen könne nicht in Zahlen gefasst werden“, was „die emotionale Wertstruktur einer Protestkultur“ widerspiegelt, „welche durch einen in seiner Entstehung einem Kulturschock vergleichbaren „Mathematiksschock“ geprägt ist und dem Syllogismus huldigt: Zahlen entmenschlichen, Entmenschlichung ist schlecht, also sind Zahlen (und damit Statistik R.S.) schlecht“ (Gigerenzer 1981: 21).

Jedoch ist hierzu anzumerken, dass in Bezug zum Erkenntnisziel sozialwissenschaftlicher Forschungstätigkeit eine enge Beziehung und Analogie besteht zwischen dem von den Kritikern einer quantifizierenden Methodik verfolgten Perspektive des „Verstehens“ sozialer Tatbestände und eines quantitativen, analytisch-deskriptiven Modells auf der Basis von Mathematik (Rapoport 1980: 26f; Esser 1991; Erzberger 1998: 9f).

⁷⁷ Dies sei mit einem Zitat eines französischen Sozialforschers aus dem Jahre 1855 illustriert: „Noch weniger glücklich sind die Statistiker bei solchen Untersuchungen gewesen, die sich auf die innere Natur des Menschen beziehen, ... auf den Vergleich der moralischen und intellektuellen Eigenschaften und allgemeiner, auf die Elemente die man beachten muss, wenn man die Lage der arbeitenden Bevölkerung ermitteln will. Die Ursache dieser Unfähigkeit ist klar: Die offiziellen Resultate, die sich auf die Gesamtheit des Landes erstrecken, beziehen sich auf gewisse Punkte, welche die Staatsgewalt interessieren, abstrahieren aber von allen Punkten, die diese Frage nur berühren; sie rechnen weder mit der besonderen Natur des Individuums, noch mit dem Milieu, in dem es lebt; ... Zusammengefasst, die Methode der Statistiker ist nicht die der Beobachtung direkter Tatsachen; ...“ (zit. nach Müller-Benedict 2001: 22). Zum so in paradigmatischer Perspektive angesprochenen und im gegebenen Rahmen nicht weiter zu verfolgenden Positivismusstreit in der Sozialwissenschaft siehe einführend Wenturius; Van hove; Dreier 1992 sowie Adorno u.a. 1993 (erstmalig 1969); Esser; Klenovits; Zehnpfennig 1977.

Diese Analogie im Erkenntnisziel ergibt sich wiederum aus dem sozialwissenschaftlichen Gegenstand, der eine deterministisch-positivistische Deutung des Erkenntnisziels „Verstehen“ im Sinne einer exakten „Erklärung“ und „Voraussage“ verbietet und so die Formulierung des Ziels sozialwissenschaftlicher Forschungstätigkeit, um es mit den Worten Rapoport zu sagen, in den „Bereich des Ideellen“ verweist (Rapoport 1980: 26f; Esser 1991; Erzberger 1998: 9f). Zudem wird in methodologischer Hinsicht zunehmend erkannt, dass die lange Zeit als konkurrierende Paradigmen der Sozialforschung betrachteten qualitativen-interpretativen Verfahren mit der Messrationalität quantitativer Methodik kein Gegensatzpaar bilden, sondern sich vielmehr in der Forschungspraxis ergänzen (Erzberger 1998: 79).⁷⁸

2.4.2 Konstruktive Statistikkritik

Die im hier diskutierten Zusammenhang zu betrachtende Statistikkritik akzeptiert im Gegensatz zur vorrangegangenen eine quantitative Methode in der Sozialwissenschaft und somit in Abgrenzung als konstruktiv zu bezeichnen. Unter dieser Kritik an der Anwendung statistischer Verfahren ist hier jene herauszustellen die anmerkt, dass es in der sozialwissenschaftlichen Forschungspraxis auf der Grundlage eines inkonsistenten inferenzstatistischen „Theorieeintopfes“ zu einer mechanischen Anwendung inferenzstatistischer Verfahren kommt (Gigerenzer u.a. 1999: 128ff).⁷⁹ Diese inkonsistente Vereinheitlichung der gegensätzlichen inferenzstatistischen Ansätze um Neyman/Pearson auf der einen und Fisher auf der anderen Seite ging, der diesbezüglichen Kritik um Gigerenzer weiter folgend, einher mit der zunehmenden Anwendung inferenzstatistischer Verfahren in der erfahrungswissenschaftlichen Methodologie, getragen von der Vorstellung, dass

⁷⁸ Diese Charakteristik einer qualitativen und quantitativen Forschungslogik in Anbetracht des Forschungsziels einer verstehenden Erklärung sozialen Handelns auf kollektiver Ebene sieht beispielsweise auch A. Giddens (1997), wenn er resümierend im oben angedeuteten Sinne festhält: „Qualitative und quantitative Methoden sollte man eher als komplementäre denn als gegensätzliche Aspekte der Sozialforschung betrachten. Jede ist für die andere notwendig, wenn die eigentliche Natur der Dualität der Struktur mit Bezug auf Formen institutioneller Vernetzung „skizziert“ werden soll, durch die Interaktionskontexte innerhalb umfassender sozialer Systeme koordiniert werden“ (Giddens 1997: 390). Aufbauend auf die so erkannte Parallele im Ziel qualitativer wie quantitativer Forschung sowie ihres komplementären Charakters besteht eine Forderung in der sinnvollen Kopplung dieser unterschiedlichen Formen sozialwissenschaftlichen Forschungshandeln. Siehe zur Diskussion der hierbei abzusehenden Möglichkeiten und Grenzen in konstruktiver Perspektive Erzberger 1998: 10ff sowie konträr dazu die Position der wissenschaftstheoretischen Inkompatibilität dieser Forschungsparadigmen einfürend Lamnek 2000: 25ff.

⁷⁹ Siehe zur Darstellung der hier betrachteten Ansätze Kap. 2.2.1.2.

Statistik „mit einer einzigen Stimme spricht“ (Gigerenzer; Murray 1987; Gigerenzer 1998b; Gigerenzer u.a. 1999: 113ff; 249).

Diese Entwicklung führte zu dem, was Gigerenzer und Murray (1987) als die „Inferenzrevolution“ bezeichnen und in dessen Verlauf zwischen 1940 und 1955 induktivstatistische Verfahren als eine „unabdingbare Voraussetzung wissenschaftlicher Methodik institutionalisiert“ wurde, was zu deren zunehmend mechanischen Anwendung führte (Gigerenzer; Murray 1987; Gigerenzer 1998b; Gigerenzer u.a. 1999: 128). Diese Kritik der mechanischen Anwendung statistischer Verfahren kristallisiert sich um die inoffizielle Konventionen bezüglich des Signifikanzniveaus in Form eines universell anzuwendenden Wertes wie beispielsweise $\alpha = 5\%$, was nicht nur eine differenzierte Betrachtung dieses Begriffs, sondern auch die Anpassung des statistischen Verfahren an die gegebenen Daten sowie der Fragestellung behindert (Rott 1995: 310; Gigerenzer 1999: 611; Beck- Bornholdt; Dubben 1997: 204; 2001: 132).⁸⁰

Zu der Kritik an den induktivstatistischen Verfahren generell ist zunächst anzumerken, dass die Entwicklung von Statistik geprägt war durch die Vielzahl ihrer bestehenden Anwendungsgebiete, in deren Bereiche eine große Menge verschiedener statistischer Methoden, Konzepte und Verfahren entwickelt wurden, so dass der russische Statistiker A. Tschuprow aus dem Jahre 1931 zitiert wird mit der Einschätzung, „in der Statistik treffe man anstatt eines einheitlichen Systems von Lehrsätzen nur ein buntes Durcheinander von Aussagen verschiedenartigsten Inhalts an, die jeder höheren Zusammenfassung entbehrt“ (Münzner; Steiner 1966: 198).

⁸⁰ In diesem Zusammenhang verweist Friedrichs (1990) auf eine diesbezügliche Fachdebatte um die adäquate Größe des Signifikanzniveaus in der Sozialwissenschaft mit dem in Anbetracht der bestehenden Datenqualität und der akzeptablen „Irrtumswahrscheinlichkeit“ begründeten Ergebnis von $\alpha = .05$, wobei er diesen Vorgang auf die Bildung und Begründung von Regeln und Konventionen im erkenntnistheoretischen System Wissenschaft bezieht und inhaltlich nicht kritisiert (Friedrichs 1990: 16). Selbst ohne grundlegende Kritik der induktivstatistischen Testverfahren ist gemäß des üblichen induktivstatistischen Lehrgebäudes die Gleichsetzung des Signifikanzniveaus $\alpha\%$ mit der Größe der „Irrtumswahrscheinlichkeit“ nicht begründbar, da hierbei der β - Fehler sowie die „Power eines Tests“ als $1 - \beta$ unterschlagen wird. Siehe dazu Kap. 2.2.4.3.

Dies führte zu Bestrebungen der Vereinheitlichung in der induktiven Statistik, wobei die dabei entstandene Synthese explizit zur Überwindung dieser als unbefriedigend empfundenen Situation genannt wird und somit auch in einem solchen Kontext betrachtet werden sollte (Münzner; Steiner 1966: 198).⁸¹

Ungeachtet dieser motivationalen Erklärung der Synthese inkonsistenter inferenzstatistischer Konzepte wurde mit dieser Statistikkritik um Gigerenzer die Forderung verbunden, anstelle einer mechanischen Anwendung statistischer Verfahren als „statistische Rituale“ verstärkt jenes zu vermitteln und zu fördern, was als „statistisches Denken“ beschrieben werden kann (Gigerenzer 1998b; 2002: 308).⁸²

Denn unabhängig von dem Verlauf der weiteren Entwicklung inferenzstatistischer Verfahren um den Begriff der Dateninterpretation aus methodologischer und wissenschaftstheoretischer Sicht und dem Ausgang der Neyman/Pearson versus Fisher Debatte kann eines mit Gigerenzer (1999) festgehalten werden: Alle der erwähnten Personen schrieben darüber, dass „das Aufstellen von Hypothesen und deren Test nicht mechanisch erfolgen dürfte“ (Gigerenzer 1999: 618).

⁸¹ Dieses Bestreben der Vereinheitlichung wird von Menges (1982) als Irrtum betrachtet und eine Orientierung der Entwicklung inferenzstatistischer Verfahren an wissenschafts- und erkenntnistheoretische Konzepte vorgeschlagen (Menges 1982: 13f).

⁸² Hierzu erscheinen bereits beispielbezogene und populärwissenschaftliche Publikationen wie beispielsweise Dewdney 1994, Ketteler 1997 oder Beck-Bornholdt; Dubben 1997 sowie 2001, wobei letztere eine praxisbezogenen Kritik der Anwendung statistischen Verfahren, der Darstellung der daraus entstandener Befunde und den hierauf begründeten Schlüssen und Entscheidungen in der Medizinstatistik anhand einer konkreten und beispielbezogenen Herangehensweise ableiten (Beck- Bornholdt; Dubben 1997; 2001) Ausgehend von dieser Kritik empfehlen Beck- Bornholdt; Dubben (2001) als Alternative zu den konventionellen randomisierten klinischen Studien mit ihrer Anwendung induktivstatistischer Testverfahren die zunehmende quantitative Betrachtung des Informationsertrages oder likelihood ratio „als Quotient aus der Chance nachher geteilt durch die Chance vorher“ als Maß der Bedeutung von Forschungsergebnissen sowie ein Verfahren mit der programmatischen Benennung als „Never-change-a-winning-team-Strategie mit Lernalgorithmus“ (Beck- Bornholdt; Dubben 2001: 183; 193). Zu der hier neben kognitiven Bezügen auch involvierten Kritik am mechanischen Umgang mit insbesondere inferenzstatistischer Verfahren siehe das zu mindestens ansatzweise vorliegende Konzept einer „Adaptiven Statistik“ in Kap. 2.1.2.2.

So betonte Fisher im Jahre 1933, dass die Bestimmung der zu testenden Hypothesen und die Auswahl der Teststatistik nicht mechanisch getroffen werden könne und dazu Vorstellungskraft sowie ein informiertes Urteil benötigt würde (Gigerenzer 1999: 618). Und auch für Neyman und Pearson setzte sich das Testen von Hypothesen zusammen „aus mathematischer Strenge und informiertem Urteil“ (Gigerenzer 1999: 618).

Im Lichte dieser Argumentation wird somit als Soll der sich daraus ergebenden Konsequenzen die Forderung vertreten, dass die sozialwissenschaftliche Datenanalyse anstelle ihrer Betrachtung „als Satz statistischer Rituale“ verstärkt als „Satz von Methoden statistischen Denkens“ gedeutet und vermittelt wird (Gigerenzer 2002: 308).

Zusammenfassung

Zusammenfassend ist zur Relevanz der kognitiven Verarbeitung statistischer Daten festzuhalten, dass, aufgrund der im deskriptivstatistischen Bereich nicht bestehenden und im induktivstatistischen Bereich in Bezug auf wissenschaftstheoretische und methodologische Hinsichten unzureichenden als auch als bis dato inkonsistent zu bezeichnenden Verfahren der Dateninterpretation, diese als nicht mathematisch mechanisiert betrachtet werden muss. Die Dateninterpretation erfolgt somit bei wissenschaftsinterner wie wissenschaftsexterner Verwertung statistischer Daten über kognitive Prozesse ihrer Verarbeitung als Forschungs- bzw. Alltagshandeln, wobei in beiderlei Verwertungs- und Interpretationskontexten diese Charakteristik durch entsprechende sozialwissenschaftlichen bzw. wissenschaftstheoretische Befunde und Ansätze belegt werden können und so zu mindestens hier ihre Würdigung gefunden haben.

Diese so als gegeben zu betrachtende kognitive Komponente in der Verarbeitung und Interpretation statistischer Daten ist dabei keineswegs als Relativierung der ihnen zugrundeliegenden, vermeintlich allein aus abstrakten, mathematischen Ableitungen entstandenen, statistischen Verfahren anzusprechen. Vielmehr bilden entgegen dieser Vorstellung bei näherer Betrachtung der Entwicklung Vorstellungsbilder eine bedeutende Komponente in der historischen Genese deskriptiv- wie induktivstatistischer Methoden. Dies manifestiert sich nicht zuletzt auch in der Debatte um induktivstatistische Testverfahren, unter deren Eindruck in Bezug auf die Anwendung statistischer Verfahren allgemein und induktivstatistischer Verfahren im besonderen die Kritik an einer hier ausgemachten Ritualisierung erhoben wurde, verbunden mit der Forderung der Verbesserung statistischen Denkens.

Unabhängig von einer Bewertung der Stichhaltigkeit und der Begründung dieser Kritik der Anwendung statistischer Verfahren soll im folgenden aus kognitionswissenschaftlicher Perspektive betrachtet werden, welche Strukturen und Charakteristika im Lichte bestehender kognitionswissenschaftlicher Ansätze und Befunde zum statistischen Denken auszumachen sind.

3 Die kognitionswissenschaftliche Betrachtung statistischen Denkens

Im Hinblick auf die interdisziplinäre Ausrichtung der vorliegenden Arbeit als Integration kognitionswissenschaftlicher Ansätze und Befunde in die Anwendung und Vermittlung sozialwissenschaftlicher Statistik sowie der Präsentation statistischer Daten erscheint es als unabdingbare Voraussetzung dieser Zielsetzung, die wissenschaftliche Genese der Kognitionswissenschaft sowie die Abgrenzung und Definition ihres Forschungsgegenstandes unter besonderer Berücksichtigung der Thematisierung statistischen Denkens einführend zu betrachten.

3.1 Zum Begriff der Kognition auf der Grundlage von Wahrnehmung

Das Wort „Kognition“ als Gegenstand der Kognitionswissenschaft leitet sich zunächst vom lateinischen „cognito“, die Bekanntschaft, ab und bedeutet Erkenntnis (Keil-Slawik, 1990: 79; Strohner 1995: 6). Die dazugehörige Bestimmung des Kognitionsbegriffs in der Kognitionswissenschaft geht dabei auf Neisser zurück, der erstmals 1967 festhielt: „In der hier benutzten Bedeutung meint der Begriff der Kognition alle jene Prozesse, durch die der sensorische Input umgesetzt, reduziert, weiter verarbeitet, gespeichert, wieder hervorgeholt und schließlich benutzt wird. Er meint diese Prozesse auch dann, wenn sie ohne das Vorhandensein entsprechender Stimulation verlaufen wie bei Vorstellungen und Halluzinationen. Begriffe wie Empfinden, Wahrnehmung, Vorstellung, Behalten, Erinnern, Problemlösen und Denken nebst vielen anderen beziehen sich auf hypothetische Stadien oder Aspekte der Kognition“ (Neisser 1974: 19).⁸³

In Anbetracht der hier bereits ersichtlichen Bedeutungsvarianz und Umfangs des Begriffs Kognition erweist sich noch heute die in ihren Ursprüngen aus der Vermögenspsychologie des 18. und 19. Jahrhunderts stammende Bestimmung dieses Gegenstandes als überaus trag- und fruchtbar, welche Kognition als „Phänomene des „Erkenntnisvermögens“, worunter Vorgänge wie Wahrnehmen, Denken, Verstehen und Urteilen fallen“ bestimmt und „die Orientierung des Organismus in seiner Umgebung“ hervorhebt mit der Konsequenz einer Betonung der funktionalen Dimension kognitiver Prozesse „im Rahmen der Lebens- und Überlebenssicherung“ (Roth 1996: 26).

⁸³ Auf diese Definition des Begriffs der Kognition durch Neisser wird in kognitionswissenschaftlichen Arbeiten wiederholt Bezug genommen und markiert zugleich die wissenschaftliche Etablierung dieses Begriffs (Michels 1991: 1).

Zur Verdeutlichung der Vielschichtigkeit menschlicher Kognition sind hierzu drei beteiligte Ebenen zu unterscheiden (Strohner 1995: 7):

- „Die neuronale Ebene der Kognition entsteht durch die Interaktion der Komponenten des Nervensystems miteinander und mit den übrigen Organen des Lebewesens.
- Die psychische Ebene der Kognition entsteht durch die Interaktion des Lebewesens mit den Objekten seiner Umwelt mittels sensorischer und motorischer Verhaltensweisen.
- Die soziale Ebene der Kognition entsteht durch die Interaktion mehrerer Lebewesen im Rahmen einer gemeinsamen Umwelt.“

Die Einstiegseinsicht in den der Kognition als Informationsverarbeitung systematisch vorgelagerten Prozess der Wahrnehmung als geistige Informationsaufnahme beinhaltet die Aufgabe der in der Philosophie als naiven Realismus bezeichneten Vorstellung, Sinneswahrnehmungen seien unmittelbare Wiedergabe der Realität in Form eines bloßen Abbildes (Rock 1998: 3). Das Ziel, Wahrnehmung und Kognition zu verstehen, ist nur erfolgreich zu verfolgen und zu realisieren, wenn akzeptiert wird, dass menschlicher Geist ein eigenständiges Bild der Welt als Konstruktion erschafft mit seinen naturgemäßen Beschränkungen und Restriktionen, so dass unsere Erfahrungswelt keineswegs mit der physikalischen Welt übereinstimmt (Rock 1998: 3). Diese Konstruktionen des Geistes sind jedoch auch nicht als willkürlich oder zufällig zu betrachten, sondern sie entsprechen den Voraussetzungen des Überlebens (Rock 1998: 3). Aufgrund der Immunität und Stabilität von derart strukturierten Wahrnehmungsprozessen gegenüber geistigen Interventionsversuchen wird davon ausgegangen, dass „die Sinnesinformationen im Gehirn unabhängig von anderen geistigen Prozessen verarbeitet werden“ (Rock 1998: 4). Mit dieser Einsicht entsteht eine Parallele zwischen alltäglicher und wissenschaftlicher Orientierung zu Ausschnitten unserer Umwelt in der Gestalt, dass diese einer interaktiven Gestaltung von Realität mit Hilfe von Modellen entspricht und eben keiner bloßen Abbildung der Welt gleichkommt (Gigerenzer 1981: 14).

Diese Dimension der modellierenden Betrachtung von Gegenständen manifestiert sich auch und insbesondere in der wissenschaftlichen Betrachtung von Kognition, mit der Konsequenz, dass eine erschöpfende Definition von Kognition ohne eine Betrachtung der Genese der diesbezüglichen wissenschaftlichen Entwicklungen nicht möglich erscheinen und ineinander verschwimmen (Strohner 1995: 6ff). Nur in dieser Perspektive wird ersichtlich, wie es zu einer ersten wissenschaftlichen Definition von Kognition als „jede Art von Informationsverarbeitung durch das Zentralnervensystem von Lebewesen oder eine entsprechende Informationsverarbeitung in künstlichen Systemen“ kommen kann (Strohner 1995: 7).

3.2 Die Genese der Kognitionswissenschaft

In Bezug zur wissenschaftlichen Thematisierung dieses Gegenstandes besagt der Begriff der Kognitionswissenschaft zunächst nur, „daß die Erforschung des Geistes an sich ein lohnendes wissenschaftliches Unterfangen darstellt“ (Varela u.a. 1992: 21). Daraus resultiert, dass sich kognitionswissenschaftliche Untersuchungen mit „Denkvorgänge, Wahrnehmungsvorgänge und dem daraus resultierenden Handeln und Verhalten“ befassen (Beckenkamp 1995: 11).

Diese Abgrenzung des Forschungsgegenstandes lässt bereits den Interdisziplinären Charakter der Kognitionswissenschaft erahnen und bestimmt ein bedeutendes Forschungsziel kognitionswissenschaftlicher Bemühungen in Form einer angestrebten methodischen wie theoretischen Synthese der verschiedenen Beiträge jener wissenschaftlichen Disziplinen, welche menschliches Denken thematisieren unter der Vorstellung, dass ein komplementäres Verhältnis dieser Beiträge im Rahmen einer neuen wissenschaftlichen Einheit entsteht (Strohner 1995: 8f). Somit ist zur allgemeinen Verortung der Kognitionswissenschaft zu ihrer Methodologie, ihrem Gegenstand und Ihren Teildisziplinen folgendes festzuhalten (Strohner 1995: 9):

- „Den Gegenstand der Kognitionswissenschaft bilden die kognitive Systeme des Menschen und anderer Lebewesen sowie ähnliche maschinelle Systeme.
- Die Methodologie der Kognitionswissenschaft verbinden dementsprechend Methoden der Untersuchung von Lebewesen und maschinellen Systemen zu einer spezifischen kognitiven Methodologie.
- Die Teildisziplinen der Kognitionswissenschaft bestehen aus kognitiv orientierten Beiträgen verschiedener Einzelwissenschaften.“

Dabei bildet die Kognitionswissenschaft heute „eher eine lockere Verbindung mehrerer Disziplinen als eine eigenständige Disziplin“ (Varela u.a. 1992: 21) und ist in Anlehnung daran als Schnittmenge der Fachbereiche der Psychologie, Informatik, Linguistik, Anthropologie und Philosophie anzusprechen, die wie folgt dargestellt werden kann (Gardner 1989: 49; Eschenbach 1995: 13; Strohner 1995: 10ff):

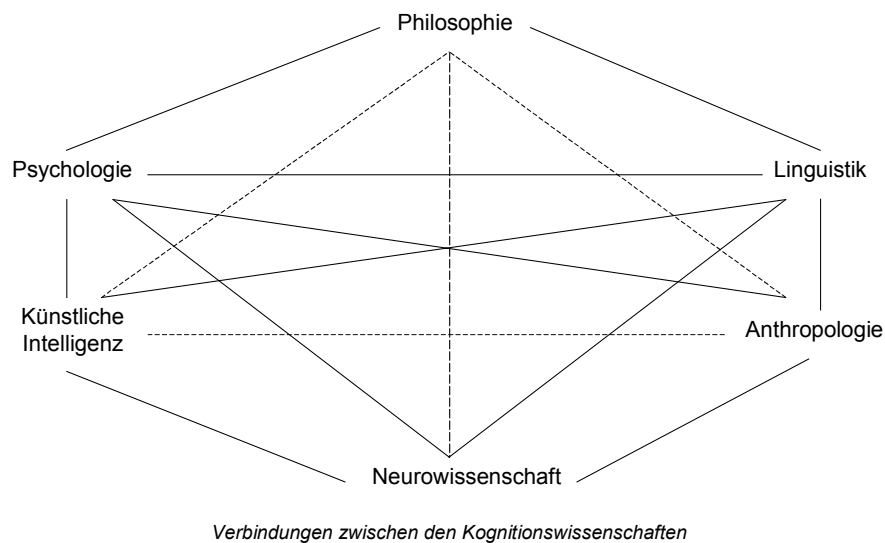


Abb. 3: Verbindungen zwischen den Kognitionswissenschaften

Bei dieser starken Interdisziplinarität der Erforschung kognitiver Prozesse und Strukturen zeichnet sich jede der beteiligten Disziplinen über die für sie spezifischen Zielsetzungen und Methoden aus. Jedoch bestehen mittlerweile derart stark ausgeprägte Anknüpfungspunkte, dass die Benennung von Forschungsbereichen als Synthese von Disziplinbezeichnungen wie z.B. Neuropsychologie erfolgt (Strohner 1995: 10ff; Schmid; Kindsmüller 1996: 17). Einen zentralen Bereich dieser interdisziplinären Gemengelage repräsentiert dabei die kognitive Psychologie als „die Wissenschaft, die sich mit der menschlichen Informationsverarbeitung befasst“, verbunden mit der Zielsetzung, das „Wesen der menschlichen Intelligenz und ihre Funktionsweise zu erfassen und so die grundlegenden Mechanismen menschlichen Denkens zu begreifen“ (Wessels 1994: 14; Strohner 1995: 10ff; Anderson 1996: 1ff).

Der Gegenstand kognitiver Psychologie ist somit die Kognition als jenen Arten von Informationen, die Inhalt menschlichen Gedächtnisses sind, und die Vorgänge oder kognitive Prozesse, welche auf die Aufnahme, das Behalten und Verwenden dieser Informationen Bezug nehmen (Wessels 1994: 14). Die bereits erwähnte interdisziplinäre Relevanz kognitionswissenschaftlicher Fragestellungen und Ansätze setzt sich dabei auch innerhalb der Differenzierungen und Abgrenzungen der Psychologie fort, so dass fächerübergreifend verschiedene psychologische Teildisziplinen unterschiedliche Betrachtungsweisen einbringen (Lüer 1973, 2; Strohner 1995: 10ff). Dies führt zu einer Situation, in der, obwohl kognitionswissenschaftliche Forschungstätigkeiten häufig der Allgemeinen Psychologie zugeordnet werden bzw. explizit die Benennung „Kognitionspsychologie“ erfolgt, auch andere Teildisziplinen der Psychologie beteiligt sind. Bedeutende und damit zu

benennende diesbezügliche Teildisziplinen der Psychologie sind dabei insbesondere die Entwicklungspsychologie als Thematisierung ontogenetischer Veränderungen kognitiver Prozesse und die klinische Psychologie, welche auch normverletzende Formen kognitiver Prozesse in pathologische Krankheitsbilder integriert (Lüer 1973: 1f). Diese Teildisziplinen der Psychologie als auch ihre fachübergreifende Interdisziplinarität werden bei der Behandlung der hier zu bearbeitenden Fragestellung eine angemessene Würdigung erfahren.

In Zusammenfassung des zuvor erläuterten lässt sich Kognitionswissenschaft näherungsweise ansprechen als „interdisziplinäre Kooperation derjenigen Wissenschaften, die sich mit natürlichen und künstlichen, konkreten oder abstrakten kognitiven Prozessen auseinandersetzen“ (Schmid; Kindsmüller 1996: 13). Dabei bleiben bisher noch einige Bereiche ungeklärt. Diese sollen in Anbetracht des interdisziplinären Zuschnitts dieser Arbeit nun folgend über eine wissenschaftshistorisch strukturierte Betrachtung der historischen Genese der Kognitionswissenschaft geklärt werden mit dem Ziel, so ihre Paradigmen, ihre Theoriebildung und ihre methodologischen wie theoriebezogenen Diskussionskontexte herzuleiten unter der Zielsetzung der Darstellung des Hintergrundes, warum statistisches Denken zu einem Gegenstand in der Kognitionswissenschaft wurde.

3.2.1 Die Emanzipation von der Philosophie über erfahrungswissenschaftliche Methoden

Auf keinem anderen Wissensgebiet hat es so wenige Fortschritte gegeben wie in der Philosophie des Geistes. Der menschliche Geist wurde erforscht, als sei er vom Körper unabhängig, und von im großen und ganzen von Philosophen, die über ein recht geringes medizinisches Wissen verfügen.

Man hat keinerlei Versuche unternommen, seine Phänomene im Licht des Experiments und der Beobachtung zu überprüfen oder in abnormen Phasen zu analysieren. ... Ohne Daten, ohne Axiome, ohne Definitionen wirft (die Wissenschaft vom Geist) Fragen auf, die sie nicht lösen kann.

David Brewster (1854)⁸⁴

Eingangs ist festzuhalten, dass die Thematisierung des menschlichen Geistes und Denkens nicht durch die Kognitionswissenschaft begründet wurde, sondern vielmehr eine überaus lange Tradition im spontanen menschlichen Verständnis seiner Erfahrung sowie aus dem Bereich der Philosophie aufweist (Lüer 1973: 1; Varela u.a. 1992: 23; Graumann 1971: 15). Unter expliziter Bezugnahme auf diese in Bezug zum Forschungsgegenstand diagnostizierbare Gemeinsamkeit zwischen Philosophie und Kognitionswissenschaft definiert Gardner (1989) diese denn auch „als einen zeitgenössischen Versuch, sehr alte erkenntnistheoretische Fragestellungen auf empirischem Wege zu beantworten – vor allem die Frage, welche sich mit der Natur des Wissens, dessen Komponenten, dessen Ursprün-

⁸⁴ Zitiert nach Gardner 1989: 61.

gen, dessen Entfaltung und dessen Anwendungen befassen“ (Gardner 1989: 17f).⁸⁵ Hierbei fokussiert er das Forschungsinteresse der Kognitionswissenschaft unter bewusster Negation eines auch die unbelebte Natur einschließenden Gegenstand der Kognitionswissenschaft auf „den Versuch, menschliches Wissen zu erklären“, wobei zu eruieren sei, „ob Fragen, die unsere philosophischen Ahnen fesselten, entgültig beantwortet, sinnvoll neu gestellt oder für immer begraben werden können“ (Gardner 1989: 18).⁸⁶

Das Ziel der Entdeckung und Begründung kognitionswissenschaftlicher Gesetzmäßigkeiten ist dabei nur unter der Prämisse zu verfolgen, „daß das Denken ein empirisch erforschbarer psychischer Gegenstand ist, dessen Bedingungen und Regelmäßigkeiten erkannt und beschrieben werden können“ (Lüer 1973: 1). Die historischen Ursprünge der Kognitionspsychologie als Ablösung der Psychologie von der Philosophie über eine Eigenständigkeit der Methodologie weg von der Logik und Argumentation der Philosophie hin zu empirischen Methoden einer Erfahrungswissenschaft sind dabei zeitpunktbezogen eine Frage des Standpunktes (Gardner 1989; Wessels 1994: 23).⁸⁷ Diese Entwicklung vollzog sich in Gestalt einer Jahrhunderte andauernden philosophischen Auseinandersetzung zwischen Empirismus und Nativismus und lies in dessen Verlauf gegen Ende des 19. Jahrhunderts menschliches Denken zum Gegenstand einer naturwissenschaftlichen Betrachtung werden (Gardner 1989; Andersen 1996: 6). Häufig wird die Begründung der Psychologie als empirische und insbesondere experimentelle Wissenschaft insbesondere in Deutschland jedoch mit dem wissenschaftlichen Philosophen Wilhelm Wundt in Verbindung gebracht, der im Jahre 1879 in Leipzig erste experimentelle Labors einrichtete und auch einige kognitionswissenschaftliche Experimente vorwegnahm (Gardner 1989; Wessels 1994: 23; Anderson 1996: 7).

⁸⁵ Zur gegenstandsbezogenen Verbindung zwischen Philosophie und Kognitionswissenschaft als Konkurrenzverhältnis mit historischem Überblick siehe vertiefend Gardner 1989: 61ff.

⁸⁶ Das Gardner (1989) nach diesen grundlegenden Positionsbestimmung in weiten Teilen seiner Abhandlung zeitgenössisch im Paradigma der Computertheorie des Geistes zur Überwindung des Behaviorismus verhaftet bleibt, sei hier vernachlässigt. Damit birgt seine Darstellung jedoch einen weiterführenden wie authentischen Einblick in die Geschichte der Kognitionswissenschaft.

⁸⁷ Vgl. zur Geschichte der Betrachtung des psychologischen Gegenstandes mit kulturellen Bezugnahmen als Verneinung der Möglichkeit einer solchen Datierung Salber 1993.

Im Zuge dieses Einbruchs empirischer Forschungsmethoden in eine über 25 Jahrhunderte währende Domäne der abendländischen Philosophie ist noch heute teilweise ein gewisses Unbehagen spürbar, welches daraus resultiert, dass für viele „Kognition“ oder allgemeiner und historisch wie begrifflich belasteter „Denken“ als „nicht wissenschaftsfähiger Begriff“ betrachtet wird und so motivational begründet durch Begriffe wie „Begriffsbildung und Problemlösungsverhalten“ substituiert wird (Graumann 1971: 15).⁸⁸

3.2.2 Die Psychologismusdebatte

Eine für den hier behandelten Gegenstand des Verhältnisses zwischen formaler, philosophisch-mathematischer Theorie und psychologischer Modell- und Theoriebildung überaus bedeutende Epoche der historischen Entwicklung der Psychologie bildet die sogenannte Psychologismusdebatte, die darüber hinaus ein exemplarisches Beispiel zur Emanzipation der Psychologie von der Philosophie bei Beteiligung weiterer Fachdisziplinen darstellt (Gardner 1989).

Der Ursprung dieser wissenschaftlichen und insbesondere philosophischen Diskussion kann betrachtet werden als eine in der anfänglichen Begründungsphase der Logik defizitäre Differenzierung von Philosophie, Psychologie und Logik (Oestermeier 1998: 79ff.). So definieren Antonie Arnauld und Pierre Nicole 1685 die Logik als „Kunst des Denkens“ mit der Begründung, dass „die Logik das Ziel hat, Regeln für alle Vollzüge des Geistes zu geben, ebenso wohl für die einfachen Ideen wie für die Urteile und Schlüsse...“ (zit. nach Oestermeier 1998: 77). Arnauld stand damit in der Tradition von Aristoteles (384–322), der mit seiner „Lehre von Formen des Denkens“ allgemein als Begründer der formalen Logik besprochen wird und einen Zusammenhang zwischen seinen formalen Deduktionssystemen als aristotelische Syllogistik und kognitiven Verarbeitungsmechanismen als Denkgesetze implizit formulierte (Oestermeier 1998: 77).

⁸⁸ Dazu ist zu bemerken, dass dieser Trend der Übernahme von Gegenstandsbereiche der Philosophie durch positive Wissenschaften (Acham 1988: 12, Piepmeier 1988: 105) lediglich ansatzweise die Fragen nach dem Gegenstand der Philosophie virulent werden lässt, da insbesondere in der gegenwärtigen Unübersichtlichkeit der Deutungsperspektiven des Menschen ein Bedarf an eben nicht empirischem, sondern philosophischem Orientierungswissen besteht (Oelmüller 1988: 85; Gardner 1989: 18). Inwieweit dieses „philosophische Orientierungswissen“ im Bereich der Kognitionswissenschaft verfügbar ist, wird von verschiedenen Fachvertretern überaus unterschiedlich beantwortet (siehe Schwemmer 1994: 3ff). Jedoch wurde gerade die Aufgabe der Philosophie als Grundlagenkritik in Bezug zur Diskussion und Kritik der Computertheorie des Geistes überaus fruchtbar bearbeitet (vgl. z.B. Gardner 1989; Oestermeier 1998).

Damit wurde die Grundlage gelegt für eine nicht an sprachliche, sondern auch auf den Einfluss Descartes zurückgehende, an psychologistischen Interpretationsperspektiven orientierte Logik, welche sich über zwei Jahrhunderte im systematischen Aufbau von Logikbüchern manifestierten (Oestermeier 1998: 77). Dieser systematische Aufbau in den für die traditionelle Logik charakteristischen Bereiche der Begriffs-, Urteils- und Schlusslehre wirkt bis in das 19. Jahrhundert hinein und steht in der Tradition einer betont sprach- und erkenntnistheoretischen Betrachtung um den Begriff der logischen Form und der sogenannten Lügner-Antinomie (Lichtenberg 1989: 189; Kannezky 2000: 13ff). Diese Stagnation zeigt sich an exponierter Stelle beispielsweise in der Einleitung der „Kritik der reinen Vernunft“ von Immanuel Kant (1724–1804), in der er die Position vertritt, Aristoteles habe die Logik in derart vollkommen Weise geschaffen, dass bis dato keine Weiterentwicklungen vollzogen werden konnten und somit illustrierte, dass bis zum damaligen Zeitpunkt die Logik als eine Wissenschaft verstanden wurde, wie sie in ihrer Konstruktion und Grenzziehung durch Aristoteles begründet wurde (Menne 1973: 7).⁸⁹

Die so begründete Stagnation der Theoriebildung, einhergehend mit einer ungeklärten Abgrenzung zwischen Logik und Psychologie, erwies sich als überaus langwierig und robust. Erst eine Reformulierung des Charakters der Geltung logischer Gesetze insbesondere durch Frege und Husserl sowie die Versuche ihrer algebraischen Formulierung durch Boole, Peirce und Schröder vermochten es, der Logikentwicklung neue Impulse zu geben und etablieren die moderne Logik mit ihrer zunehmenden Verwendung von Symbolen und der Behandlung logischer Fragen mit Hilfe sogenannter formaler Sprachen als Teildisziplin der Mathematik mit Anwendungen in der Philosophie und Wissenschaftstheorie (Lichtenberg 1989: 189). Im Verlauf dieser Initiierung neuer Impulse blieben diese jedoch häufig in der Äquivalenz zwischen logisch-normativen Schlussfolgerungsregeln und deduktiven menschlichen Denkens verhaftet.

⁸⁹ Inwieweit Kant jedoch als Psychologist, also als jemand, „der logische Gesetzmäßigkeiten auf psychologische Denkgesetze zurückführt und damit Geltungsaspekte mit den empirischen Aspekten der Genese und Entwicklung von Gedanken verwechselt“, angesprochen werden kann, wird überaus differierend beantwortet und kontrovers diskutiert (Oestermeier 1998: 78). Dabei wendet sich Oestermeier (1998) gegen die Position, wonach Kant als Vorläufer des Psychologismus angesprochen wird und belegt, dass Kant, trotzdem er in der Tradition der psychologischen Orientierung der neuzeitlichen Logik stand, eine strikte Trennung logischer von empirisch/psychologischen Fragen anstrebte und somit die Logik als eine normative und nicht als deskriptive Wissenschaft betrachtete (Oestermeier 1998: 78).

So positionierte beispielsweise Boole seine Arbeiten zur logischen Algebra als Untersuchung der grundlegenden Gesetze geistiger Operationen, die schlussfolgerndes Denken ausmachen (Bürgy 1995: 238). Ungeachtet dieses überkommenen Verständnisses führte die einsetzende Mathematisierung der Logik zu einer damit einhergehende Abgrenzung der Logik von der Psychologie, welche insbesondere auf Husserl und Frege zurückgeht, der Anfang des 20. Jahrhunderts ausgehend von der Dogmatik Husserls unbestreitbar bestimmte: „Um jedes Missverständnis auszuschließen und die Grenze zwischen Psychologie und Logik nicht verwischen zu lassen, weise ich der Logik die Aufgabe zu, die Grenze des Wahrseins zu finden, nicht die des Führwahrhaltens oder Denkens“ (zit. nach Oestermeier 1998: 79).⁹⁰

In der neueren kognitionswissenschaftlichen Forschung ist die im Psychologismus behauptete Äquivalenz zwischen den formalen Deduktionssystemen der Logik und den kognitiven Informationsverarbeitungsmechanismen des Menschen paradigmatisch betrachtet weitgehend aufgegeben worden, jedoch wird die formale Logik in zahlreichen Ansätzen und Forschungsarbeiten als Modellgrundlage zur Modellierung deduktiven Schließens in der menschlichen Informationsverarbeitung verwendet, obgleich empirische Befunde die Begrenztheit diesbezüglicher Annahmen belegen (Bürgy 1995: 238; Bühler 1996: 99f).⁹¹ Es sind dabei zwei Richtungen der wissenschaftlichen Betrachtung der Interdependenzen zwischen Logik und Psychologie in Form der Betrachtung der Relevanz der Psychologie für die Logik und der Relevanz der Logik für die Psychologie benennbar, wobei erstere im Zuge der Aufgabe der Doktrin des Psychologismus obsolet geworden ist, ohne das jedoch letztere mit diesem Schritt an kognitionswissenschaftlicher Bedeutung eingebüßt hätte (Bühler 1996: 99).

⁹⁰ Die damit in den Blickpunkt der Betrachtung geratene, als allgemeine Phänomenologie bezeichnete Philosophie Husserls (1859–1938) formulierte er als Gegenposition zum positivistischen Ansätzen rationaler oder empirischer Erkenntnis wie der sogenannten Wiener Schule (Treibel 1993: 116f). Husserls Widerlegung des Psychologismus basiert in diesem Zusammenhang auf der Grundannahme und Voraussetzung der Phänomenologie, „daß nämlich so etwas wie formale und wesentliche Regelstrukturen als solche unabhängig von faktischen Verflechtungen und Kontingenzen heraushebbar sind, die dann verbindlichen Orientierungen dienen. Der Sinn der Husserlschen Widerlegung des Psychologismus liegt in der Bewährung dieser Idee und in dem Nachweis der Unabhängigkeit solcher wesenhaften Größen von faktischen Umständen im Sinne der genetischen Psychologie“ (Orth 1989: 246). In Konsequenz zu diesen Prämissen erweitert Husserl später diese Psychologismuskritik auch auf die deskriptive Psychologie (Orth 1989: 246).

⁹¹ Siehe zu den diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Befunden Kap. 7.

3.2.3 Der Behaviorismus: Introspektion und Reduktionismus in der methodologischen Diskussion

In diesem kurzen Aufriss der historischen Genese der wissenschaftlichen Thematisierung von menschlichem Denken und Kognition erscheint es als zunächst wenig angebracht, den Behaviorismus in diesem Zusammenhang mit aufzunehmen, obgleich dieser eine bedeutende und lange Zeit dominierende Ära psychologischer Forschung darstellt (Bruder 1982; Gardner 1989: 22ff; Roth 1996: 27). Die Theoriebildung im behavioristischen Paradigma versuchte und versucht dabei näherungsweise betrachtet, Verhaltensweisen prinzipiell auf Reiz–Reaktionsbeziehungen zurückzuführen, welche durch Prozesse der operanten Konditionierung wie Versuch–und–Irrtum–Lernen oder Verstärkungslernen gebildet werden (Bruder 1982; Gardner 1989: 22ff; Roth 1996: 27). Dem Behaviorismus sind damit zwei miteinander verwobene Forderungen an psychologischer Forschung und Theoriebildung zuzuordnen (Gardner 1989: 23):

1. Methodologisch sollte sich die Forschung ausschließlich auf intersubjektive empirische Untersuchungsmethoden beschränken unter Ausschluß subjektiver Mutmaßungen und individueller Introspektion.
2. Thematisch und in ihrer Theoriebildung sollte die Psychologie eine Wissenschaft vom Verhalten darstellen, in der Themen wie Geist, Denken oder Vorstellungen und Begriffe wie Plan, Wunsch oder Absicht sowie modellbezogene mentale Konstrukte wie Symbole, Ideen, Schemata und andere geistiger Repräsentationen als unwissenschaftlich ausgeschlossen werden.

Jedoch sind an dieser Stelle nicht die Inhalte der Theoriebildung des Behaviorismus Gegenstand der Betrachtung, sondern seine methodologischen Annahmen und Positionen zur erfahrungswissenschaftlichen Betrachtung psychischer Phänomene. Zentrales Moment dieser methodologischen Prämissen bildet dabei die Ablehnung der Introspektion als Selbstbeobachtung oder allgemeiner als Betrachtung bzw. Untersuchung innerer geistiger Vorgänge (Bruder 1982). Diese „Leugnung des Geistes“ erfolgte mit dem Ziel der Begründung einer objektiven Methodologie der Psychologie in Anlehnung an naturwissenschaftliche und materialistische Vorstellungen (Johnson–Laird 1996: 21). Es wurde somit im Kontext eines „positivistischen Zeitgeistes des frühen 20. Jahrhunderts, der einen entkörpernten wissenschaftlichen Objektivismus propagierte“ (Varela u.a. 1992: 72) behauptet, Wahrnehmungen, Bewusstseinsinhalte oder Allgemeiner geistige Vorgänge entzögen sich einer unmittelbaren Beobachtung und seien daher ungeeignet für eine wissenschaftliche Thematisierung und Analyse von Verhalten,

da es sich um rein subjektive Befunde handele, welche nicht exakt zu messen seien (Bruder 1982; Gardner 1989: 22ff; Rock 1998: 4; Roth 1996: 27).⁹²

Flankiert wurden diese methodologischen Prämissen der Ablehnung der Introspektion mit einer Argumentationskette zum Ziel psychologischer Forschung und Theoriebildung, welches unter dem Begriff „Das Dilemma des Theoretikers“ Einzug in die geisteswissenschaftliche Methodologie und Wissenschaftstheorie gefunden hat. Diese Argumentation besagt: „Angenommen, es gibt wirklich mentale Zustände, die zwischen einem Reiz in der Außenwelt und einer nachfolgenden Reaktion wirksam sind. Dann gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder wirken die mentalen Zustände auf gesetzmäßiger Weise, oder sie tun es nicht. Wirken sie gesetzmäßig, dann kann der Theoretiker sie ignorieren und ein Gesetz formulieren, dass den Reiz direkt mit dem Verhalten verknüpft. Wirken sie nicht auf gesetzmäßiger Weise, dann darf der Theoretiker sich selbstverständlich nicht auf sie beziehen. So oder so ist es bei der Formulierung psychologischer Gesetze unnötig, auf mentale Zustände Bezug zu nehmen. Sie sind entweder überflüssig oder nicht benennbar“ (Johnson-Laird 1996: 22). Die zunächst bestechende Plausibilität dieser Argumentation beruht jedoch insbesondere auf zwei falschen Annahmen (Johnson-Laird 1996: 22). Zunächst ist es das Ziel von wissenschaftlichen Gesetzen, Phänomene zu erklären, und kann es nicht sein, diese lediglich zu beschreiben. Im Falle der Existenz mentaler Zustände müssen diese dementsprechend bei dem Ziel einer vollständigen psychologischen Erklärung ihre Entsprechung in der psychologischen Theoriebildung finden. Darüber hinaus ist die Annahme falsch, dass sich der Gegenstand der Psychologie auf den Zusammenhang zwischen einem äußeren Reiz und dem darauf zurückgehenden offenen Verhalten beschränken sollte, da Verhaltensweisen und menschliche Fähigkeiten beobachtbar sind, welche nicht von Ereignissen in der Außenwelt abhängen, sondern auf innere mentale Prozesse beruhen (Johnson-Laird 1996: 22).

Damit ist der Ansatz des Behaviorismus in methodologischer wie theoriebezogener Hinsicht als reduktionistisch innerhalb der Psychologie anzusprechen. Eine reduktionistische Vorgehensweise zeichnet sich aus durch den Versuch, „komplexe Phänomene in einzelne getrennte Bereiche zu zerlegen und auf diese Weise zu Erklärungen des jeweiligen Phänomens zu gelangen“ (Beckenkamp 1995: 25).

⁹² Die Tatsache, dass sich psychische Prozesse einer direkten Beobachtung entziehen, sind bereits im Verlauf erkenntnistheoretischer Gedanken in der Philosophie der Aufklärung thematisiert worden als isolierter oder privilegierter Zugang des Individuums zu seinen psychischen Empfindungen (Gardner 1989: 22ff; Ros 1990; Beckenkamp 1995: 63).

Seit Anfang der 60er Jahren gelangten eine zunehmende Anzahl von Psychologen zu der Einsicht, dass eine rein behavioristische Betrachtung unangemessen ist, um komplexes Verhalten zu erklären, da zu diesem Ziel Annahmen über innere Zustände gemacht werden mussten, welche als intervenierende Variablen Aussagen über Bereiche wie Vorwissen, Aufmerksamkeit, Erwartungshaltungen, Weltmodelle und Handlungsstrategien machten (Gardner 1989: 22ff; Roth 1996: 27). Diese explizite Thematisierung und Berücksichtigung dieser inneren geistigen Zustände kann damit als die Geburtsstunde der Kognitionspsychologie im engeren Sinne verstanden werden mit dem damit vollzogenen Bruch mit der bis dahin dominierenden behavioristischen Orthodoxie (Gardner 1989: 22ff; Varela u.a. 1992: 73; Roth 1996: 27f). Denn jenseits der vollzogen Legitimation kognitions-wissenschaftlicher Betrachtung ist mit Neisser anzumerken: „Der Hauptgrund, kognitive Prozesse zu studieren, hat sich genauso klar herausgestellt wie der Grund für das Studium aller Dinge: weil es sie gibt. ... Kognitive Prozesse existieren mit Sicherheit, deswegen kann es kaum unwissenschaftlich sein, sie zu erforschen“ (Neisser 1974: 21).

Dabei kann jedoch die Frage nach der Wissenschaftlichkeit der Erforschung kognitiver Prozesse und damit der methodologischen Implikationen der Nichtbeobachtbarkeit geistiger Vorgänge nicht über ihre Bedeutung und Existenz beantwortet werden. In diesem Zusammenhang wurde aufgrund unterschiedlicher Argumentationen, welche auf philosophische wie erfahrungswissenschaftliche Ergebnisse rekurrieren, der Vorschlag gemacht, die kognitionswissenschaftliche Suche nach hinreichenden oder sogar hinreichend und notwendigen Kriterien, welche eine Zuordnung zwischen mentalen Zuständen und motorischem Verhalten herstellen und somit eindeutige Rückschlüsse auf diese inneren Zustände erlauben, abzuschwächen im Sinne einer Suche nach Indikatoren (Gardner 1989: 22ff; Beckenkamp 1995: 70). Diese Differenzierung zwischen Kriterien als notwendige Bedingung und Indikatoren als weder notwendig noch hinreichend für einen mentalen Zustand zu betrachtender Anzeiger, welcher aber dennoch im allgemeinen mit diesem Zustand auftritt, ermöglicht es, Ausführungen über mentale Zustände nicht aufgrund fehlender Kriterien zwingend sinnlos und beliebig werden zu lassen, „denn erstens wird die Plausibilität für das Vorliegen mentaler Zustände durch entsprechende Indikatoren erhöht, und zweitens streitet man aufgrund eigener Erfahrung die Ontologie mentaler Zustände ungerne ab“ (Beckenkamp 1995: 70f). Dies führt in methodologischer Perspektive zu einer Erweiterung der klassischen naturwissenschaftlichen Methoden durch die Methode der Interpretation, um Indikatoren und Indizien in ihren Kontexten konsensuell zu rekonstruieren (Beckenkamp 1995: 75).

3.2.4 Die kognitive Wende, der Konnektionismus und die künstliche Intelligenz

„Ich würde sogar soweit gehen zu behaupten, dass es schon in wenigen Jahren richtig sein wird, Philosophen, die nicht wenigstens mit den wichtigsten Entwicklungen der Künstlichen Intelligenz vertraut sind (...) der beruflichen Inkompetenz zu bezichtigen, und dass Seminare über die Philosophie des Geistes, über Erkenntnistheorie ... ohne die Darstellung ... von Aspekten der Künstlichen Intelligenz ebenso unverantwortlich sein werden wie ein Physikseminar ohne Quantentheorie.“

Aaron Sloman⁹³

Als Reaktion auf die zuvor bereits angedeutete Krise des behavioristischen Forschungsprogramms erfolgte die sogenannte „Kognitive Wende“ als Etablierung des Paradigmas der menschlichen Informationsverarbeitung (Michels 1991: 11ff; Wessels 1994: 33 Opwis; Plötzner 1996: 1). Dieser zwischen 1950 und 1970 auch als Wiederbelebung der Kognitiven Psychologie in mentalistischer Tradition anzusprechenden Paradigmenwechsel vollzog sich insbesondere aufgrund von drei Einflussgrößen (Anderson 1996: 9). Diese waren erstens eine vom Informationsbedarf im Kontext des zweiten Weltkrieges ausgehende Frage- und Aufgabenstellungen der Fehlerminimierung menschlicher Tätigkeit in realen Alltagssituationen an die Psychologie und einer damit einhergehenden Forschungstätigkeit zur Leistungsfähigkeit und Leistungsausführung des Menschen. Darüber hinaus zweitens der neu begründete Informationsverarbeitungsansatz mit der damit einhergehenden Forschung zur Künstlichen Intelligenz und drittens Forschungsbefunde aus der Linguistik, welche die Begrenzungen des behavioristischen Forschungsparadigmas belegten und somit als Gegenargument gegenüber dem Behaviorismus herangezogen wurden (Anderson 1996:9f.; Wessels 1994: 33f; Opwis; Plötzner 1996: 1).⁹⁴

Formal manifestierte sich dieser Paradigmenwechsel in der Psychologie über unverkennbare Veränderungen und Neuerungen in der Wissenschaftssprache der Psychologie, in der neue Begrifflichkeiten wie Information, Informationsverarbeitung, Struktur, Prozess, Input, Output, Kanal, Speicher, usw. die bis in die fünfziger Jahre in der akademischen Psychologie dominierenden behavioristischen

⁹³ Zitiert nach Gardner 1989: 153.

⁹⁴ Herauszustellen ist hier der Linguist und zugleich Wegbereiter der kognitiven Wende Chomsky, der die Linguistik als Teil der kognitiven Psychologie betrachtet und im Rahmen einer „rationalistischen Psychologie“ das Ziel einer kognitiven Psychologie in der Suche nach abstrakten Mechanismen und Strukturen bestimmt (Chomsky 1981; Michels 1991: 18f). In dieser Perspektive unterscheidet Chomsky im alltäglichen Sprachgebrauch zwischen Tiefenstrukturen, deren generative Grammatik mit einem formalisierten und mathematisierten Regelsystem beschrieben werden kann die sogenannte Oberflächenstrukturen erzeugen bzw. simulieren (Chomsky 1981; Michels 1991: 18f).

Kategorien und Begriffe Verhalten, Stimulus, Response usw. ersetzen (Gardner 1989: 28ff; Michels 1991: 17).

Doch die „Kognitive Wende“ in der Psychologie war von tiefgreifenderer Struktur, so dass diese als Paradigmenwechsel zu bezeichnende Entwicklung substantiell mit dem Niedergang des Assoziationismus gleichgesetzt wird. Diese Bewertung resultiert aus dem Tatbestand, dass es hier zu einer Wiederaufnahme mentalistischer Traditionen in der Psychologie kam und somit die philosophische Annahme negiert wurde „der zufolge das mentale Geschehen sich auf Assoziationen zwischen Ideen beschränke.“ (Wessels 1994; Johnson-Laird 1996: 24). Es wurde somit nunmehr in der gestaltpsychologischen Tradition um Wertheimer, Köhler und Koffka „die Bedeutung von strukturellen Beziehungen, die reicher sind als bloße Assoziationen“ paradigmatisch betont und die Prämisse gesetzt, dass „die Einsicht in ein Problem von der Erfassung der ihm zugrunde liegenden Struktur abhängt“ (Johnson-Laird 1996: 24).

Zu diesen grundlegenden Annahmen mentalistischer Tradition kamen weitere bedeutende Impulse (Gardner 1989: 61ff).⁹⁵ So aus dem bereits erwähnten Bereich der Linguistik durch den Begründer des Strukturalismus Ferdinand de Saussure, der Konträr zur Philologie der 19. Jahrhunderts prononcierte, dass Sprache unabhängig von ihrer historischen Genese zu studieren sei und behauptete, „die Bedeutung eines Symbols sei nicht das von diesem bezeichnete Objekt, sondern eine mentale Entität“ (nach Johnson-Laird 1996: 25). Nach Saussure besteht ein Zeichen oder Symbol aus eines Signifikanten als seine Form oder Gestalt, dem mental ein Signikat als einem Begriff zugeordnet ist, so dass keine zwingend-natürliche Verknüpfung zwischen Wort und Begriff angenommen werden kann und Sprache so zu einem sozialen Gegenstand wird (Johnson-Laird 1996: 25f). Des weiteren sind in diesem Zusammenhang die Ansätze des Anthropologen Claude Lévi-Strauss zu nennen, der annahm, „dass die Mythen, Konventionen und Artefakte einer Kultur die manifesten Folgen von mentalen Strukturen seien“ sowie jene des Pädagogen Jean Piaget hervorzuheben (zit. nach Johnson-Laird 1996: 26). Letzterer untersuchte die Grundlagen menschlicher Erkenntnis an Kindern und hielt als Ergebnis fest, dass sich das Denken aus der „Internalisierung der eigenen Handlungen“ entwickle und dabei verschiedene, qualitativ spezifische und benennbare Stadien durchlaufe, welche die Vorläufer der entsprechenden Zweige der Mathematik von der Topologie als Erfahrung des Raumes über

⁹⁵ Siehe zu den an der Entstehung der Kognitionswissenschaft als Aufnahme mentalistischer Traditionen verschiedener Fachbereiche ausführlich in historischer Perspektive Gardner 1989: 61ff.

die Algebra als Erfahrung der Relationen bis hin zur formalen Logik darstellten (Johnson-Laird 1996: 27).⁹⁶

All diese Momente der paradigmatischen Entwicklung der Kognitionswissenschaft führten dazu, dass wieder verstärkt „Innerlichkeitsaspekte“ in der psychologischen Betrachtung und Begriffsbildung Berücksichtigung fanden und betrachtet werden konnten, was sich im Paradigma des Behaviorismus als Gegenstand der wissenschaftlichen Betrachtung verbot (Gardner 1989: 22ff; Michels 1991: 17).

Jedoch rekrutierten sich die für die kognitive Wende notwendigen, paradigmenschaffenden Impulse aus nahen wie entfernteren Nachbardisziplinen der Psychologie, welche mit ihren neuen Einsichten und Ansätzen weit stärkere Beachtung fanden als die neobehavioristische Psychologie, die trotz ihrer kognitiv motivierten Forschungstätigkeit einen alltags- wie praxisrelevanten neuen Zugang zum Gegenstand nicht gefunden hatte (Gardner 1989; Michels 1991: 17; Klix 1994: 133). Diese neuen Einsichten und Ansätze der psychologischen Nachbardisziplinen sind in stark komprimierter Zusammenfassung wie folgt zu beschreiben (Gardner 1989; Klix 1994: 134):

Zunächst waren diese das Erkennen der Bedeutung des aus der Mathematik und Technik stammenden Informationsbegriff für das Verständnis neuraler Prozesse, einhergehend mit der Bestimmung des Regelungsprinzips als ein Basisprinzip der Funktionsweise neuronaler Systeme und der Integration dieser beiden Einsichten in Prozesse der Informationsverarbeitung mit der Konsequenz, dass nunmehr einfache Lernprozesse technisch zu simulieren waren (Gardner 1989: 153ff).⁹⁷ Ergänzt wurde diese Entwicklung durch die Erweiterung der aus der Mathematik stammenden Theorie der rekursiven Funktionen, welche die Formeltransformation zu einer allgemeinen Zeichen- und Symbolmanipulation generalisierte und so neue Perspektiven für Zeichen- und zugehörige Regelsysteme eröffnete. Hierzu kamen theoretische Impulse durch die Formulierung und Begründung der Spieltheorie im Kontext ökonomischer Forschung und Theorieentwicklung, wodurch die Untersuchung rationalen oder rationellen Entscheidungsverhaltens auf eine neue analytische Basis gestellt werden konnte.

⁹⁶ Siehe hierzu auch Kap. 5.4.3.1.

⁹⁷ Siehe zum Verhältnis der formalen und mathematisierenden „Querwissenschaften“ wie Informatik, Künstliche Intelligenzforschung oder Kybernetik zur paradigmatischen Entwicklung der Kognitionswissenschaft ausführlicher Gardner 1989; Michels 1991: 20ff.

Diese Entwicklungsstränge führten zu einer starken Interdisziplinarität zwischen der neu konstituierten kognitiven Psychologie einerseits und der computerwissenschaftlichen Künstlichen Intelligenz andererseits mit ihrem gemeinsamen Forschungsbereich der Modellierung kognitiver Prozesse (Schmid; Kindsmüller 1996: 17). Das Aufgehen dieser, zunächst in ihrem Erkenntnisinteresse noch abgrenzbaren, Disziplinen in eine umfassende Kognitionswissenschaft resultierte aus dem Tatbestand, dass die Verwendung der aus der Mathematik und der Künstlichen Intelligenz stammenden Begriffssysteme und Ansätze mit ihrem ausgeprägteren Formalisierungsgrad neue Impulse für eine konsistentere kognitionspsychologische Theoriebildung versprachen. Zudem konnten diese Impulse das im Verlauf der Kognitiven Wende entstandene Defizit eines leistungsfähigen Begriffssystems der kognitiven Psychologie zumindest vorläufig ausgleichen (Schmid; Kindsmüller 1996: 18).

Es ist dabei von besonderer wissenschaftshistorischer Relevanz und stets zu berücksichtigen, dass es sich bei all diesen Entwicklungen um Themen und Probleme handelt, welche „von zumeist tief liegender psychologischer Bedeutung“ sind und das „es fachspezifische Gründe gab, diese `fachfremden` Entwicklungen zur Kenntnis zu nehmen“ und zu integrieren (Klix 1994: 134).

Vor dem Hintergrund dieser interdisziplinären Wechselwirkungen mit den dabei erkennbaren Parallelen wurde vor zwei bis drei Jahrzehnten von namhaften Fachvertretern die Hoffnung formuliert, die bis dahin theorie- wie anwendungsbezogen stark ausdifferenzierte Psychologie im Sinne einer allgemeinen Systemtheorie mentaler Prozesse zu vereinheitlichen und Theorien mit höherem Gehalt und ökologischer Validität begründen zu können (Klix 1994: 135; Wessels 1994:39)⁹⁸ Zu einer solch gearteten Vereinheitlichung ist es jedoch nicht gekommen, da die äußerlich und grob betrachtet bestehenden Zusammenhänge und Parallelen die Inkommensurabilität der Theoriebildung nicht überbrücken konnte (Klix 1994: 136; Schmid; Kindsmüller 1996: 18). Als eine Ursache der Nichterfüllung dieser Hoffnungen ist zu nennen, dass mathematische Modelle zumeist einen zu ausgeprägt statischen Charakter aufweisen, um die kognitiven Prozesse zwischen eingehender Information und daraufhin geäußerten Verhalten zu modellieren (Allman 1990: 20; Schmid; Kindsmüller 1996: 18).

Damit steht die Zielsetzung der kognitionswissenschaftliche Theoriebildung vor der diametralen Aufgabenstruktur, Aussagensysteme über kognitive Prozesse formulieren zu wollen, die einerseits als angestammter Gegenstand der erfahrungswissenschaftlichen kognitiven Psychologie einer empirischen Überprüfung zugänglich sein sollen, und andererseits diese in einer formalen Sprache formulie-

⁹⁸ Vgl. als authentischer Beleg z.B.: Newell; A.; Simon, H.A. 1972, Dörner; D. 1987 oder Lüer, G. 1973: 8.

ren zu müssen, damit die daraus hervorgehenden Befunde für eine Anwendung und Überprüfung im Bereich der künstlichen Intelligenz zugänglich sind (Schmid; Kindsmüller 1996:18f; 330ff.). Überprüfung bezieht sich dabei auf die Annahme, dass jene Mechanismen, Prozesse und Strukturen, welche Intelligenz ermöglichen, „im Prinzip unabhängig von ihrer Trägersubstanz, der neuronalen „Hardware“ einerseits oder dem Silicon-Chip andererseits untersucht werden“ könnten (Siekmann 1994: 213).⁹⁹

Die Perspektive dieser Verhältnisse wird dabei zunehmend pessimistisch betrachtet, da das „formallogisch fundierte Wahrheitsverständnis, wie es „Denk“-Maschinen zugrunde liegt“ ungeeignet ist, „die Ganzheit des Lebendigen“ zu erfassen. ... Bei dem empirisch-analytischen Versuch der Offenlegung der „Programmiertheit des Menschen“ wird erkannt, dass die von Vielfalt entleerte Substanz einer objektiven Naturbestimmung exakt das nicht leisten kann, was vorgegeben wird; nämlich natürliches Denken maschinell zu reproduzieren“ (Ulrich 1990: 132).¹⁰⁰

⁹⁹ Ausgehend davon war ein bedeutendes Motiv der Übernahme des Informationsverarbeitungsansatzes durch die Kognitionspsychologie die Nützlichkeit von Computern als Forschungsinstrument einschließlich der damit verbundenen Anregungen durch die Forschungen zur Künstlichen Intelligenz (Wessels 1994: 39). Eine Betrachtung der Entwicklung der Forschungen zur Künstlichen Intelligenz einschließlich ihrer Standortbestimmung innerhalb der Kognitionswissenschaft soll hier jedoch nicht erfolgen. Siehe hierzu die in Phasen strukturierte diesbezügliche Darstellung von Michels 1991: 60ff.

¹⁰⁰ Insofern erscheint die zukünftige Entwicklung der Kognitionswissenschaft als absolut unprognostizierbar, da das zuvor dargestellte Verhältnis zwischen formaler Theorieformulierung und ihrer erfahrungswissenschaftlicher Validität ungeklärt ist und zudem weitere intervenierende Entwicklungen berücksichtigt werden müssen. So könnte z.B. der Neurobiologie mit ihren Befunden trotz ihrer Eingebundenheit in die bisherige Theoriebildung zukünftig eine Schlüsselfunktion zukommen oder auch die gesellschaftlichen Bedeutungszuweisung kognitionswissenschaftlicher Ergebnisse, welche in der Geschichte der Kognitionswissenschaft einen nicht unbedeutenden Einfluss hatte, neue Konstellationen erzeugen (Varela; Thompson 1992: 21ff.).

3.3 Paradigma in der Kognitionswissenschaft: Die Computertheorie des Geistes und ihre Interpretationen

Wie bereits zuvor dargelegt, kam es im Verlauf der historischen Genese der Kognitionswissenschaft in Ihrer paradigmatischen Entwicklung aufgrund von fachbezogenen Krisenerscheinungen zur modellbildenden Übertragung informationstheoretischer Begriffssysteme in die Kognitionswissenschaft (Lachman u.a. 1979; Strohner 1995: 42; Gigerenzer; Goldstein 1996a; Opwis; Plötzner 1996: 1).¹⁰¹

Diese Etablierung des menschlichen Informationsverarbeitungsparadigmas, oder prägnanter ausgedrückt der „Computertheorie des Geistes“ (Oestermeier 1998) soll im folgenden näher beleuchtet werden, um die Interdependenz zwischen formaler mathematischer Theorie und der wissenschaftlichen Behandlung kognitiver Prozesse darzulegen und so die Darstellung der paradigmatischen Übertragung statistischer Methoden und Verfahren in die Kognitionswissenschaft (Strohner 1995: 42ff; Gigerenzer; Goldstein 1996a; Gigerenzer u.a.1999: 225f.) einzuleiten.

Das Paradigma der Computertheorie des Geistes als Übertragung formal-mathematischer Begriffssysteme aus der angewandten Mathematik allgemein und der Kommunikationstechnologie und Informationstheorie im besonderen in den Bereich der wissenschaftlichen Betrachtung kognitiver Prozesse des Menschen war nicht begründbar, ohne Prämissen und damit Aussagen zur Struktur menschlichen Denkens zu setzen. Diese damit zentralen Annahmen des Informationsverarbeitungsparadigmas sind: (Schmid; Kindsmüller 1996: 20).¹⁰²

1. „Unterschiedliche kognitive Prozesse basieren auf allgemeinen und grundlegenden Prinzipien.“
2. „Kognition lässt sich unabhängig von ihrer materiellen Basis betrachten.“
3. „Informationsverarbeitende Prozesse lassen sich als formale Prozesse beschreiben.“
4. „Informationsverarbeitende Prozesse operieren auf Repräsentationen.“

¹⁰¹ Siehe zur Betrachtung der Psychologie in paradigmatischer Strukturierung Sämmer 1999.

¹⁰² Ähnlichen Inhalts ist beispielsweise auch die zeitgenössische Aufzählung von „Merkmale und Aspekten, die gemeinhin mit kognitionswissenschaftlicher Forschung in Verbindung gebracht werden“ in Gardner 1989: 18.

Dieser Symbolverarbeitungsansatz beschreibt den menschlichen Geist als erste, grobe Arbeitshypothese bezüglich seiner intellektuellen und kognitiven Fähigkeiten als eine semantische Maschine und damit die Aktivitäten des Gehirns als regelgeleitete Manipulation von Symbolen (Steffler 1990: 276f; Bibel 1993: 14; Strohner 1995: 44; Gigerenzer; Goldstein 1996a). Als Symbol ist dabei eine endliche Menge diskreter physischer Zustände zu verstehen, „die nach bestimmten Regeln zur Repräsentation semantischer Unterschiede in der Welt verwendet und miteinander verknüpft werden können“ (Steffler 1990: 276). Kognitive Prozesse bestehen entsprechend aus algorithmischen Strukturen, die sich einer funktionalen Architektur bedienen, welche aus Elementaroperationen, bestimmten Prozessor-Konfigurationen und Kontrollmechanismen besteht (Steffler 1990: 276). Die zentrale Aussage des Informationsverarbeitungsansatzes ist es somit, dass er kognitive Prozesse in eine Reihung von Einzeloperationen zerlegt, in deren Verlauf eine Informationen als abstrakte Größe verarbeitet wird (Strohner 1995: 44ff; Anderson 1996: 11). Die Forschungsprogrammatische dieses Ansatzes beinhaltet dieser Grundlegung folgend die Suche nach einer abstrakten, algorithmischen Struktur, welche ein Symbolverarbeitungssystem dazu in die Lage versetzt, eine beschriebene Kategorie von Problemen zu lösen (Steffler 1990: 277; Strohner 1995: 44ff). Für die Beschreibung menschlicher kognitiver Prozesse bedeutete dies, dass sich das Forschungsinteresse darauf konzentrierte zu eruieren, welche Programmierung das informationsverarbeitende System des Gehirns in differierenden Situationen aufweist mit dem Ziel, grundlegende Mechanismen menschlicher Denktätigkeit beschreiben zu können (Strohner 1995: 44ff; Roth 1996: 28).

In ideengeschichtlicher Betrachtung sind bei der Genese dieser „Logisierung des Denkens“ folgende Aspekte herauszustellen (Oestermeier 1998: 89): Die Motivation zur Herausbildung eines derartigen Paradigmas und deren dominierende Durchsetzung innerhalb eines kurzen Zeitraumes erwuchs jenseits der bereits zuvor genannten anwendungsbezogenen Momente aus der philosophischen Position Descartes, der zufolge trotz seiner dualistischen Grundüberzeugung „die gesamte nichtgeistige Natur (...) völlig nach den Prinzipien der Mechanik erklärt werden könne“ über die Annahme, dass „die Eigenschaften und Fähigkeiten, die Lebewesen von unbelebten Dingen unterscheiden, auf keinen Fall auf die physischen Teile dieser Lebewesen und deren Anordnungen zurückgeführt werden können“, so dass als Konsequenz etwas wie eine „Seele“ vorausgesetzt werden muss (Beckermann 1994: 71). Als prinzipielle Begrenzung solcher mechanischer Erklärbarkeit gemäß naturwissenschaftlichem Duktus macht Descartes wahrscheinlich aufgrund des universalen Charakters der Vernunft jene Bereiche aus, in denen die menschlichen Fähigkeiten des Denkens und Sprechens von Bedeutung sind (Beckermann 1994: 72f). Im Anschluss an Descartes wurde diese Position als Herausforderung betrachtet, welche jedoch in Ermangelung eines geeigneten Modells zur Darstellung der Realisation des universalen Charakters der Vernunft durch ein rein mechanisches System im rein Proklamatorischen verhaftet bleiben musste (Beckermann 1994: 73).

Dieser so entstandene, virulente Bedarf nach einem rein mechanischen Modell der universellen Vernunft wurde durch die hardware- als auch softwarebezogene Erfindung des Computers aus der Perspektive des Informationsverarbeitungsansatzes gedeckt, da dieser als ein Universalinstrument aufgefasst werden kann (Beckermann 1994: 73).

In erster Annäherung wird hier also ausgehend von dem Verständnis naturwissenschaftlicher Beschreibung und Erklärung als Komplexitätsreduktion von Realität der Computer als ein Artefakt angewendet, um eine funktionale Beschreibung geistiger Aktivitäten auf diesem künstlichen System über Simulation zu erreichen. (Simon 1994: 1ff). Die Konsequenz dieser Vorgehensweise ist die damit eröffnete Option, Aussagen über geistige Prozesse überprüfen zu können, ohne dabei das Gehirn als Ort dieser berücksichtigen zu müssen (Simon 1994: 71f). Bei einer solchen Simulation von Intelligenz an künstlichen Systemen wird davon ausgegangen, dass Intelligenz als Berechnung und Verarbeitung von Symbolsystemen anzusprechen ist, welche zu mindestens im künstlichen System über physikalische Strukturen repräsentiert sind (Simon 1994: 19f). Die Struktur dieser menschlichen Informationsverarbeitung wird dabei, gestützt von verschiedenen Belegen, als relativ einfach betrachtet, da seine vermeintliche Komplexität lediglich die entsprechenden Verhältnisse in der Umgebung widerspiegeln (Simon 1994: 71; 75).

Der Blick auf die bisherigen Ergebnisse und Befunde dieser Forschungsprogrammatische zeigt, dass die Beschreibung komplexer Geistesleistungen über die Imitierung natürlicher durch künstlicher Intelligenz bisher ausgeblieben ist, wodurch sich die grundlegende Frage der Adäquatheit solcher Simulation aufdrängt und graduelle Abstufungen der Interpretation der Computertheorie des Geistes entstehen ließ (Longo 1995: 34f; Gigerenzer; Goldstein 1996a).

3.3.1 Die harte Interpretation: Computer und Geist sind typidentisch

Diese graduellen Abstufungen der Interpretation und Anwendung des Informationsverarbeitungsansatzes sind in zwei Ansätzen zu differenzieren (Oestermeier 1998: 4ff.). Diese auf Searle zurückgehende Differenzierung unterscheidet zwischen einer „starken“ und einer „schwachen“ oder „behutsamen“ Form der Anwendung des Informationsverarbeitungsparadigmas in der kognitiven Psychologie und nimmt dabei explizit Bezug auf die Anwendung der Forschungen zur Künstlichen Intelligenz (Searle 1980: 232ff).

Die harte oder starke und vielleicht auch konsequenteste Interpretation des Informationsverarbeitungsansatzes beinhaltet dabei die Behauptung, dass kognitive Prozesse äquivalent zu symbolverarbeitenden Berechnungsvorgängen seien (Searle 1980: 232). Entsprechend sei „der Computer nicht nur ein Instrument bei der Untersuchung des Geistes“, sondern „vielmehr ist der recht programmierte Computer in Wahrheit selbst ein Geist in dem Sinn, dass man Computer, die mit dem

rechten Programm ausgestattet sind, buchstäblich Verstehen und andere kognitiven Zustände zusprechen kann“ (Searle 1980: 232). Dieses Paradigma der „Kalkülisierung des Denkens“ entstand ungeachtet der Erfahrungen aus der Psychologismusdebatte ausgehend von der Entwicklung zur Automatisierung logischer Beweise durch erste symbolische Computersprachen und wird in seinen zentralen Annahmen von zahlreichen bedeutenden Vertretern der klassischen Kognitionswissenschaft offensiv vertreten (Oestermeier 1998: 2).

Mit der in diesem Paradigma vertretenen Annahme der Äquivalenz zwischen Geist und Computer meint dabei eine funktionale Äquivalenz in der Gestalt, dass zwei Funktionen genau dann äquivalent sind, „wenn sie für jeden beliebigen Eingabewert zu genau derselben Ausgabe kommen“, und lässt sich wie folgend veranschaulichen (Beckenkamp 1995: 81):

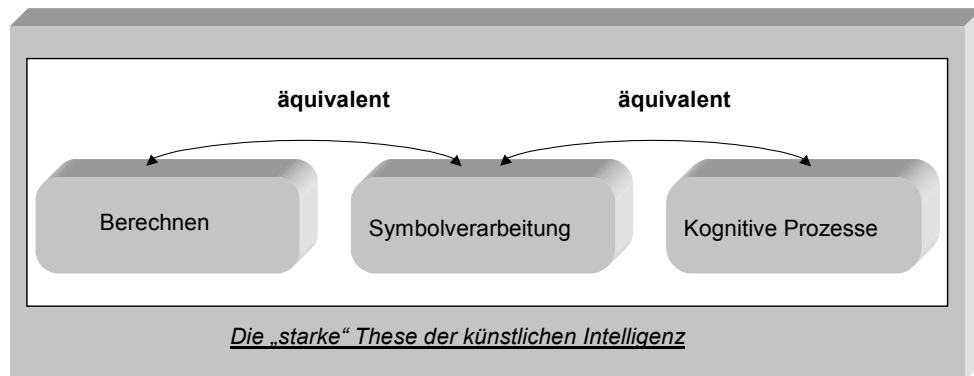


Abb. 4: Die starke These des Informationsverarbeitungsparadigmas

Mit ihrer damit verbundenen, zentralen Annahme, Kognition sei Rechnen¹⁰³, wird der Computer zu einem grundlegend anderen Simulationswerkzeug als in sonstigen experimentellen Wissenschaften, in denen die Divergenz zwischen simulierten Prozessen und Simulationsprozessen trennscharf Beachtung findet (Oestermeier 1998: 2)¹⁰⁴.

Da diese Differenzierung im Bereich mentaler Prozesse aufgrund der Annahmen der Computertheorie des Geistes nicht besteht, ist dieses Paradigma in der Regel als ein Versuch anzusprechen, „eine normative Methode, nämlich den regelgelei-

¹⁰³ Gemäß des klassischen Zitats „cognition is computation“ (Mackworth 1989: 239).

¹⁰⁴ So wäre es z.B. in der Physik undenkbar, aufgrund der computergestützten Simulation von Planetenbewegungen die Behauptung aufzustellen, der betreffende Planet würde seine Laufbahn im wörtlichen Sinne berechnen. (aus Oestermeier 1998: 2)

teten Gebrauch symbolischer Notationen in einem Kalkül, deskriptiv und explanatorisch zu deuten“ (Oestermeier 1998: 2).

3.3.2 Die schwache Interpretation: Informationsverarbeitung als Metapher

Die schwache Interpretation des Informationsverarbeitungsansatzes, in Anlehnung an Oestermeier (1998) als „Computermetapher“ bezeichnet (Oestermeier 1998: 4), versteht die Rolle, welche dem Computer für die Untersuchung des Geistes zukommt, als jene eines wirksamen Instrumentes, um „zum Beispiel eine strengere und präzisere Formulierung und Überprüfung von Hypothesen“ zu ermöglichen (Searle 1980: 232). Diese Computermetapher kognitiver Prozesse versucht, über die Anwendung des Begriffssystem aus der Kommunikationstechnologie und Informationstheorie sowie einer Anregung durch die Forschungsbefunde zur künstlichen Intelligenz die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung voran zu treiben und zu stimulieren (Wessels 1994: 36; 39). Die ist wie folgt grafisch zu veranschaulichen (Beckenkamp 1995: 80):

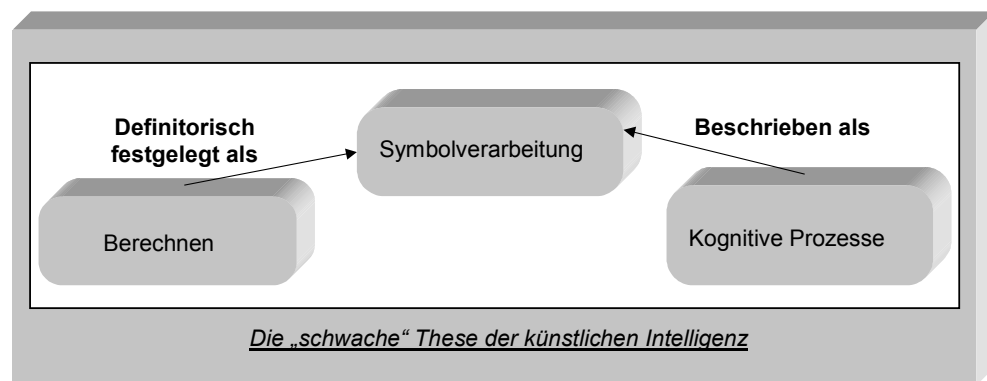


Abb. 5: Die schwache These des Informationsverarbeitungsparadigmas

Inwieweit jedoch ein heuristischer Nutzen in der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung dadurch realisiert wird, dass die Beschreibung des unanschaulichen Gegenstandes kognitiver Prozesse unter Anwendung technische Metaphern an Anschaulichkeit gewinnt und so Hinweise auf hypothetische, strukturelle und funktionelle Charakteristika menschlicher Denkprozesse zu generieren sind, ist

trotz zahlreicher anderslautender Aussagen in Frage zu stellen und so zu relativieren (Steffler 1990: 275).¹⁰⁵

Diese Relativierung begründet sich zunächst aus der Beliebigkeit der ausgewählten Inspirationsquelle und dem Tatbestand ihrer nicht intersubjektiven Qualität sowie in der wissenschaftstheoretischen Betrachtungsebene (Sternberg 1990; Oestermeier 1998: 4f.). Auf dieser Metaebene ist die metaphorische Anwendung des Informationsverarbeitungsansatzes in der Kognitionswissenschaft als ein hypothesengenerierendes Mittel anzusprechen, welches innerhalb eines Forschungsprogramms Anwendung findet (Sternberg 1990; Oestermeier 1998: 4f.).

3.4 Dimensionen der Computertheorie des Geistes

In der Mathematik prägt sich dem menschlichen Bewusstsein der Geist des Lebens selbst ein.

Claude Bragdon¹⁰⁶

Nachdem zuvor die paradigmatische Genese sowie die verschiedenen Interpretationen der Computertheorie des Geistes dargestellt wurden, sollen im folgenden ihre bedeutenden Dimensionen Gegenstand der Betrachtung sein, um über das bisher erwähnte hinaus dieses kognitionswissenschaftliche Paradigma inhaltlich näher zu betrachten.¹⁰⁷

Allgemein werden geistige Prozesse innerhalb des Informationsverarbeitungsansatzes als bewusste oder zu mindestens rekonstruierbare Verarbeitung von Informationen betrachtet, welche insbesondere durch die Wahrnehmung, Manipulation und Interpretation von Information ihre Gestalt finden (Johnson-Laird 1996). In dem erkenntnistheoretischen Selbstverständnis dieses Ansatzes können alle höheren mentalen Prozesse in ihrer konkreten Ausgestaltung „unterschiedliche Manifestationen derselben allgemeinen Prinzipien des Geistes sein“, so dass als Forschungsstrategie das Ziel formuliert wird, „eine Theorie einer solchen mentalen „Architektur“ zu entwickeln“ einschließlich ihrer Modellierung über Programmiersprachen (Johnson-Laird 1996: 179).

¹⁰⁵ So spricht Johnson-Laird z.B. von „aufregende neue Metaphern“, welche der Computer lieferte und deren „eigentliche Kraft“ kaum jemand erfasste (Johnson-Laird 1996: 29).

¹⁰⁶ Zitiert nach Barrow 1999: 44.

¹⁰⁷ Im folgenden werden die Begriffe „Informationsverarbeitungsansatz“, „Informationsverarbeitungsparadigma“, und „Computertheorie des Geistes“ synonym verwendet, da die Grundprämissen sowie die bestehenden Restriktionen der Theorieentwicklung unabhängig von den verschiedenen Interpretationen des Paradigmas bestehen (vgl. Oestermeier 1998 und Kap. 3.2).

Ausgehend von diesen Annahmen und inspiriert durch die Differenzierung zwischen Hard- und Software bei Computersystemen unterscheidet das Informationsverarbeitungsparadigma mindestens drei verschiedene Ebenen innerhalb eines kognitiven Systems (Oestermeier 1998: 92):

1. Intentionale Ebene: Wissen, Glauben, Wünsche etc.,
2. Softwareebene: Programme, bestehend aus Symbolen und Regeln,
3. Hardwareebene: (echte) neuronale Netze, Rechner.

Auf der intentionalen Ebene wird Verhalten über die Bezugnahme auf inhaltliche Wissensstrukturen und intentionale Einstellungen beleuchtet und erklärt. Die Inhalte dieser intentionalen Ebene als propositionale Einstellungen besitzen im Gegensatz zu physikalischen Systemen semantische Eigenschaften, auf die gemäß der Computertheorie des Geistes in der wissenschaftlichen Betrachtung mentaler Prozesse nicht Bezug genommen werden muss (Strohner 1995; Oestermeier 1998: 92). Dieses Paradigma bezieht sich somit auf die syntaktische Form und versteht den Geist als eine syntaktische, symbolverarbeitende Maschine (Strohner 1995; Oestermeier 1998: 92f).

Durch die paradigmatische Verbundenheit zwischen der Erforschung menschlicher und künstlicher Informationsverarbeitung in interdisziplinärer Ausrichtung mit ihrer „Schichtenkonzeption des menschlichen kognitiven Apparates, die sich an der Unterscheidung zwischen Hard- und Software bei Digitalrechnern orientiert“ soll im folgendem entgegen der These, dieser Ansatz würde die Psychologie auf die Erforschung der Software „deklarieren“, beide Dimensionen eine überblicksartige Berücksichtigung erfahren (Oestermeier 1998: 1f).

3.4.1 Die Hardware-Dimension

Der Zugang zur Hardware- Dimension der Computertheorie des Geistes eröffnet sich durch die Annahme, dass sich das künstliche Artefakt des Computers einzigartig dazu eignet, unzureichend verstandene Systeme wie jenes der menschlichen Kognition funktional und simulativ zu beleuchten, ohne über eine gültige Mikrotheorie zu diesem System verfügen zu können (Simon 1994: 14ff; Strohner 1995: 42ff). Da hierbei der Computer als „eine Organisation elementarer funktionaler Komponenten“ angesprochen wird, „an denen für das Verhalten des ganzen Systems nur ihre Funktion relevant ist“, besteht gemäß dieses Ansatzes ein möglicher Erkenntnisfortschritt darin, zur Beschreibung des kognitiven Systems seine Funktionen in Form einer mathematischen Theorie der Symbolverarbeitung darzustellen und darauf aufbauend eine Simulation dieses Systems durchzuführen (Simon 1994: 16ff).

In der Perspektive dieser Vorgehensweise sind somit theoretische Aussagensysteme zum Forschungsgegenstand entbehrlich und können „sogar schlichtweg irrelevant sein“ (Simon 1994: 17).¹⁰⁸

Dabei ist ideengeschichtlich zu erwähnen, dass die Erforschung künstlicher neuronaler Systeme durch das Forschungsinteresse und den damals bestehenden Befunden zu den neurophysiologischen Grundlagen des menschlichen Geistes motiviert worden ist (Nauck; Klawonn; Kruse 1996: 11). So war zu Beginn der 1940er Jahre bekannt, dass das Gehirn aus Nervenzellen, sogenannten Neuronen besteht, welche über synaptische Verbindungen in Form sogenannte Axonen und Dendriten elektrische Signale austauschen (Nauck; Klawonn; Kruse 1996: 11). Die auf diesen Befunden basierende, sich anschließende wissenschaftliche Modellbildung führte zu Annahmen und Modellvorstellungen, welche logische Informationsverarbeitungsprozesse darstellbar werden ließen und mit den bestehenden neurophysiologischen Befunde vereinbar waren (Nauck; Klawonn; Kruse 1996: 11f). Diese Vereinbarkeit kann in Anbetracht der heute bestehenden neurophysiologischen Forschungsergebnisse, welche ein überaus differenzierteres und detailreicheres Bild des menschlichen Gehirns zu zeichnen vermögen, nicht mehr vorausgesetzt werden, so dass in dieser Perspektive die genannte Isolation des Informationsverarbeitungsparadigmas von diesbezüglichen neurophysiologischen Befunden existenzielle Bedeutung aufweist (Fischbach 1992).

3.4.1.1 Der Informationsspeicher als Ort der Repräsentation und der Prozessor als Ort der Symbolverarbeitung von Information

In der näheren Betrachtung der Hardware-Dimension des Informationsverarbeitungsparadigmas ist diese gemäß der nahezu allgemeingültigen Computerarchitektur, ungeachtet der In- und Outputvorrichtungen, zu differenzieren in einen aktiven Verarbeitungsteil, auch Prozessor genannt, und einem Informationsspeicher (Simon 1994: 17; Johnson-Laird 1996: 162).

¹⁰⁸ Vor dem Hintergrund dieser Perspektive wird auch die bereits erwähnte, mit diesem Ansatz einhergehende Annahme der Redundanz der materialistischen Strukturen ersichtlich, welche sich in der Aussage, dass „der Computer zwar durch Hardware verkörpert wird, seine Seele aber ein Programm sei“ manifestiert und gemäß der erläuterten Annahmen paradigmatisch auf das menschliche Gehirn als gegenständlicher Ort kognitiver Prozesse übertragen wurde (Simon 1994: 66).

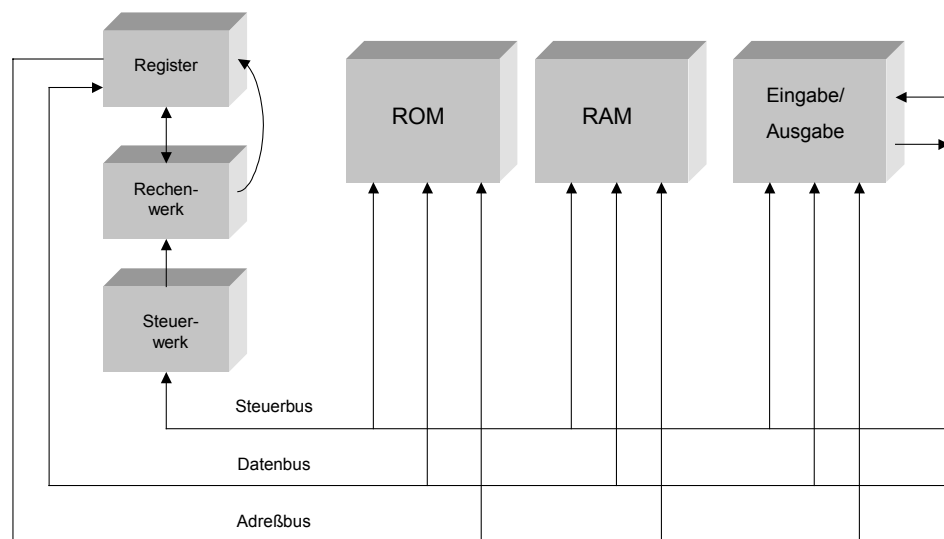


Abb. 6: Die Computerarchitektur

Dem Prozessor kommt dabei die Aufgabe zu, Informationen in Form von Symbolen, welche aus dem Informationsspeicher bzw. aus Inputvorrichtungen bereitgestellt und an ihn übertragen werden, gemäß einer Verarbeitungsvorschrift in Form eines Programms zu verarbeiten (Simon 1994: 17). Diese Symbolverarbeitung zeichnet sich durch eine geringe Kapazität für den Vollzug simultaner Arbeitsschritte aus und ist auf einfache Grundoperationen der Umcodierung und Speicherung sowie des Löschens und Vergleichens von Symbolen beschränkt (Simon 1994: 17). Diese Programmausführung durch den zentralen Prozessor rekrutiert auf die drei Komponenten dieser Zentraleinheit: „das Rechenwerk, das die Operationen ausführt, das Steuerwerk, das sie synchronisiert, und eine Reihe von Registern, die kleine, kurzzeitige Speicher sind“ (Johnson-Laird 1996: 163).

Der Informationsspeicher als dem „Gedächtnis“ des Informationsverarbeitungssystems besitzt die Aufgabe, entsprechend ihrer Relevanz Information in Form einer Repräsentation abzuspeichern, diese Information aufzubewahren, sie aufgrund einer Anforderung schnell und effizient abzurufen sowie diese im Verlauf des Denkens bereitzuhalten (Simon 1994: 17; Johnson-Laird 1996: 161f). Um diesem Aufgabenspektrum entsprechen zu können, sind in der Computerarchitektur drei verschiedene Arten von Speichern zu finden: Das sogenannte ROM (Read Only Memory) als dauerhafter Speicher ohne Veränderungsmöglichkeit, das sogenannte RAM (Random Access Memory) als Arbeitsspeicher sowie externe Speichermedien als Langzeitspeicher (Johnson-Laird 1996: 163f.). In Anlehnung daran wurde zum Ende der sechziger Jahre insbesondere von Broadbent, Atkinson und Shiffrin das Multispeichermodell des Gedächtnisses begründet, welches von der Annahme ausgeht, dass das menschliche Gedächtnissystem aus verschiedenen Gedächtnisstrukturen besteht (Atkinson; Shiffrin 1968).

Auf der Grundlage dieser Annahme differenziert das Multi-Speicher-Modell drei Gedächtnisspeicher innerhalb der menschlichen Informationsverarbeitungssysteme in Form des sensorischen Speichers, des Kurzzeitspeichers und des Langzeitspeichers, welche aufgabenteilig Informationen in spezifischer Modalität verarbeiten und speichern. Dieses Zusammenspiel der drei Gedächtnisspeicher lässt sich dabei wie folgt grafisch darstellen (Wessels 1990: 47):

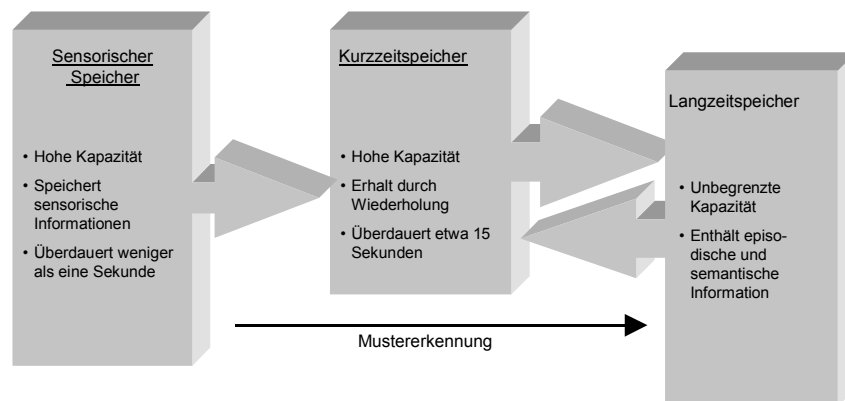


Abb. 7: Das Multispeichermmodell

Die Funktionsweise des so gegliederten Gedächtnisspeichers im menschlichen Informationsverarbeitungssystem lässt sich ausgehend von einer wahrgenommenen externen Information wie folgt in der gebotenen Kürze beschreiben (Wessels 1990: 47ff): Die externe Information wird als erstes in unverarbeiteter Form im sensorischen Gedächtnis gespeichert, welches zur Bewältigung dieser Aufgabe eine hohe Speicherkapazität bei überaus kurzer Speicherdauer aufweist und in ein ikonisches Gedächtnis für visuelle Reize und in ein auditives Gedächtnis für akustische Reize weiter ausdifferenziert werden kann. Dem sensorischen Gedächtnis kommt somit die Aufgabe zu, der weiteren Informationsverarbeitung einen möglichst erschöpfenden Informationspool bereitzustellen, aus dem selektiv geschöpft werden kann. Der Kurzzeitspeicher speichert die Informationen nicht wie der sensorische Speicher als vollständiges Abbild sensorisch wahrgenommener Vorgänge, sondern selektiv ausgehend von dem Prozess der Mustererkennung, bei dem in sensorischen Speicher auf der Basis von im Langzeitgedächtnis verfügbaren Kategorisierungen typische Informationsmuster identifiziert und mit einer Interpretation ausgestattet werden. Im Langzeitspeicher als dritter Gedächtnisspeicher im Multi-Speicher-Modell des Gedächtnisses werden Informationen in einer dauerhafteren Form kodiert und gespeichert, welche einer bedeutungsbezogenen und strukturierten Systematik nach Bedeutungskategorien folgt.

Diese bedeutungsbezogene Organisationsstruktur des Langzeitgedächtnisses integriert und ordnet einzelne Wissens-elemente tatsachenbezogener, bewertender und methodischer Form nach Bedeutungskategorien, welche durch kognitive Prozesse erworben werden und ist somit als selbstorganisierend anzusprechen.

3.4.1.2 Schemata und Modelle des menschlichen Informationsverarbeitungssystems

Ausgehend von der zuvor gegebenen, vereinfachten Darstellung und Einführung in wesentliche Bereiche der Hardwaredimension der Computertheorie des Geistes soll im folgenden eine kurze überblicksartige Zusammenfassung in Form eines Schemata des menschlichen Informationsverarbeitungssystems Berücksichtigung finden.

Als bereits klassisch zu bezeichnen ist dabei das auf Newell und Simon zurückgehende Modell des menschlichen Informationsverarbeitungssystems, welches dieses in drei Subsysteme unterteilt (Newell; Simon 1972; Reinersmann 1997: 49):

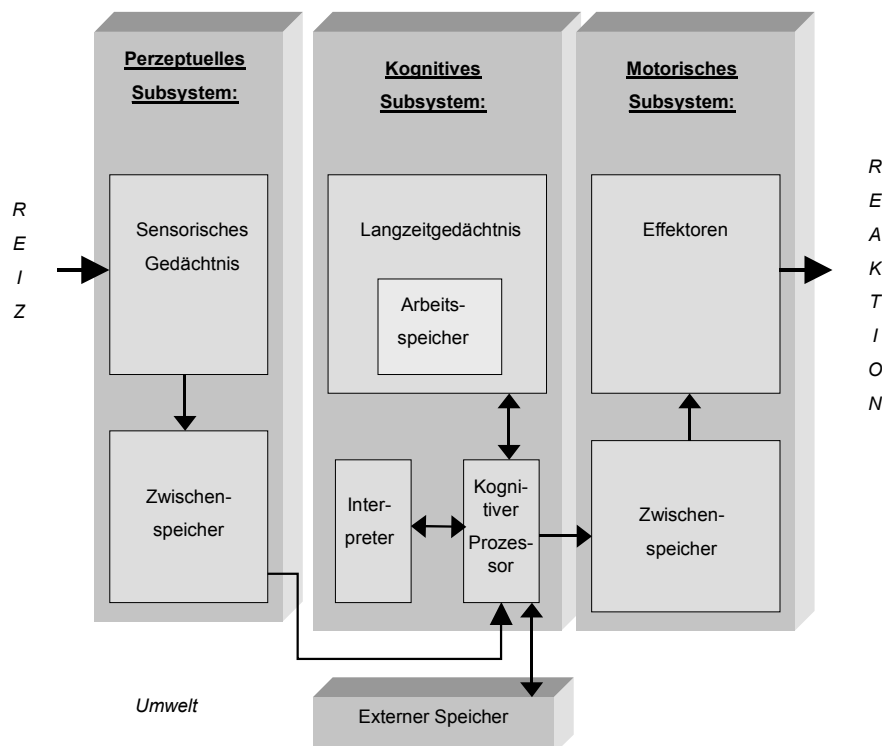


Abb. 8: Das menschliche „Informationsverarbeitungssystem“

Diese Subsysteme sind in diesem Modell definiert und beschrieben als das perzeptuelle Subsystem, das kognitive Subsystem und das motorische Subsystem (Reinersmann 1997: 47ff).

Stark vereinfacht dargestellt wird ein aus der Umwelt aufgenommener Reiz demnach zunächst innerhalb der perzeptuellen Subsystems im sensorischen Gedächtnis festgehalten und über einen Speicherpuffer in das kognitive Subsystem weitergeleitet (Reinersmann 1997: 47ff). Innerhalb dieses Subsystems werden diese Informationen durch den Prozessor selektiert, verarbeitet und strukturiert, welcher dabei im Austausch mit Lang- und Kurzzeitgedächtnis steht (Reinersmann 1997: 47ff). Die Resultate dieser Informationsverarbeitung werden daran anschließend an das motorische Subsystem übertragen, das über Effektoren äußere Reaktionen verbaler bzw. motorischer Art auslösen (Reinersmann 1997: 47ff).

3.4.1.3 Das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz als Modell probabilistischen Denkens

Ausgehend von diesem Grundkonzept der modellbezogenen Deskription des menschlichen Informationsverarbeitungssystems wurden in der Vergangenheit verschiedenen Modifikationen auch in Abhängigkeit zu speziellen Bereichen kognitiver Prozesse vorgelegt, wobei das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz (1987) das in Anbetracht des hier behandelten Gegenstandes präziseste und differenzierteste darstellt.

Das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz (1987) modelliert unter Integration unterschiedlicher diesbezüglicher kognitionswissenschaftlicher Ansätze und Befunde die Individuelle Verarbeitung unsicheren Wissens und differenziert dabei zwischen intuitiven und analytischen Denkprozessen (Scholz 1987; Scholz; Köntopp 1988; Scholz 1991; Bea 1995: 50ff; Nothbaum 1997: 36ff). Hervorgegangen aus der wissenschaftlichen Beschäftigung mit dem Phänomen der Basisratenvernachlässigung weist es eine solch allgemeingültige und tragfähige Charakteristik auf, dass seine Anwendung nicht auf diesen Bereich beschränkt ist (Scholz 1987; Nothbaum 1997: 35).¹⁰⁹

¹⁰⁹ Siehe zum experimentellen Befund der Basisratenvernachlässigung im Kontext der Revision von Wahrscheinlichkeiten in der normativen Perspektive des Theorem von Bayes Kap. 8.2.4 und insbesondere Kap. 8.2.4.4.

Dieses Modell sollte jedoch mit seinen einzelnen Elementen dabei nicht als eines der physiologisch/organischen Strukturen des menschlichen Geistes verstanden werden, sondern als Konstrukt mit zahlreichen Parallelen zu Computermodellen des Geistes einschließlich der damit impliziten Architektur und stellt sich wie folgt dar (Scholz 1987: 147):

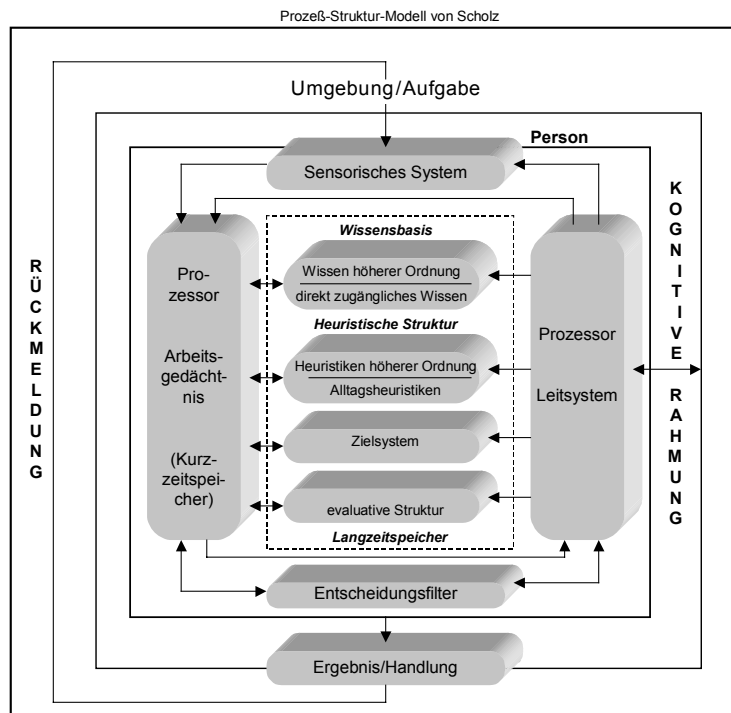


Abb. 9: Das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz zur kognitiven Verarbeitung probabilistischer Information

In erster Annäherung beschreibt das Prozeß-Struktur-Modell als „Zwei-Prozessor-Modell“ die Interaktion zwischen Arbeitsgedächtnis und Leitsystem unter Berücksichtigung der Bezugnahme dieser Verarbeitungseinheiten auf den Langzeitspeicher (Scholz 1987: 144ff; Nothbaum 1997: 36).

Das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz besteht aus neun Struktureinheiten oder Units, welche über vier verschiedene Strukturtypen langfristig verfügbaren Wissens miteinander verwoben sind und sich zu drei zentralen Arbeitseinheiten in Form von Arbeitsgedächtnis, Langzeitspeicher und Leitsystem formieren (Scholz 1987; Bea 1995: 50; Nothbaum 1997: 39).

Im Zentrum des Langzeitspeichers im Prozeß-Struktur-Modells von Scholz (1987) steht die Wissensbasis (Knowledge Base) als längerfristig gespeichertes und verfügbares, internalisiertes und permanent abrufbares Fakten- und Begriffswissen in Form von Konzepten (Wissenselementen) und kognitiven Routinen (Heuristiken) (Nothbaum 1997: 39f). Diese Wissensbasis ist nach Scholz zu differenzieren in weniger abstraktem, sich durch seine Anschaulichkeit und eidetisch leichten Verfügbarkeit auszeichnendes Wissen (Direct Accessible) einerseits und Wissensbeständen von abstrakterem und formalerem Formates (Higher Ordered) andererseits, welches nur über konstruktive Aktivierungsschritte herangezogen werden kann (Scholz 1987; Bea 1995: 50f). Darauf folgt die heuristische Struktur (Heuristic Structure), welche die für die Aktivierung der Wissensbasis notwendigen Operatoren und Entscheidungsregeln enthält sowie über einen Fundus von Applikationsregeln als Aussagensysteme zur Anwendung dieser Operatoren verfügt (Scholz 1987; Nothbaum 1997: 40). Entsprechend der Differenzierung der Wissensbasis ist auch die heuristische Struktur in zwei Bereiche unterschieden. Diese sind Erstens eine mit wenig kognitivem Aufwand verbundene, auf Alltagserfahrung basierende einfache Alltagsheuristik (Simple Everyday) und Zweitens eine Heuristik höherer Ordnung (Higher Ordered), welche erst durch die Vermittlung formaler Prinzipien erworben werden kann (Scholz 1987; Bea 1995: 50f; Nothbaum 1997: 40). Darüber hinaus besteht ein Zielsystem (Goal System), welches ein geordnetes Arsenal an Zielen, Wünschen und Orientierungspunkten beinhaltet und die Berücksichtigung intersubjektive und intersituative Differenzen innerhalb der kognitiven Prozesse gewährleistet sowie diese modelliert (Scholz 1987; Bea 1995: 50f; Nothbaum 1997: 40). Ihm zur Seite gestellt ist die informationsverarbeitungsevaluierende Struktur (Evaluative Structure), welche Operatoren, Prozederen und Heuristiken bereithält, um die kognitiven Prozesse anhand von Qualitäts- und Plausibilitätskriterien unter Berücksichtigung gegebener Ziele zu bewertet und somit mit dem Zielsystem die Lenkung der kognitiven Prozesse übernimmt (Scholz 1987; Bea 1995: 50f; Nothbaum 1997: 40). Mit dieser Konzeption entwirft Scholz (1987) somit einen Langzeitspeicher, welcher mehr beinhaltet und leistet als die passive Aufbewahrung von Informationen und Regeln (Nothbaum 1997: 39). Alle Elemente dieses Langzeitspeichers können in zwei zu differenzierenden Weisen repräsentiert sein. Zum Einen in Form eines ikonischen, also wahrnehmungsnahen, bildlichem Repräsentationsformates, und zum Anderen in Form semantischer, also konzeptioneller und abstrakter Information. Darüber hinaus weisen die vier Komponenten eine zweidimensionale, nach Anwendungs- und Inhaltsdimension unterschiedene, Struktur auf (Bea 1995: 52; Nothbaum 1997: 39).

Diese Struktur mit den entsprechenden Zuordnungen der vier Komponenten gestaltet sich wie folgt (aus: Nothbaum 1997: Tab.1):

<u>Anwendung:</u> <u>Inhalt:</u>	Direkte Problembearbeitung:	Steuerung/ Bewertung:
Konzeptwissen:	Wissensbasis	Zielsystem
Prozedurales Wissen:	Heuristische Struktur	Evaluative Struktur

Tab. 7: Komponenten der Wissensbasis im Prozeß-Struktur-Modell

Somit wird auf der Anwendungsebene zwischen der direkten Problembearbeitung durch die Wissensbasis und der heuristischen Struktur und der Steuerung und Bewertung durch das Zielsystem und die evaluative Struktur unterschieden. Auf der Inhaltsebene wird das Konzeptwissen durch die Wissensbasis und das Zielsystem repräsentiert und das prozedurale Wissen durch die heuristische und evaluative Struktur (Scholz 1987; Nothbaum 1997: 39).

Weitere zentrale Struktureinheiten des Prozeß-Struktur-Modells bilden das Arbeitsgedächtnis (Working Memory) einschließlich eines darin enthaltenen Kurzzeitspeicher (Short Term Memory) und die zentrale Steuereinheit oder Leitsystem (Guiding System/Central Processor) (Scholz 1987; Bea 1995: 50f; Nothbaum 1997: 38). Diesen Komponenten kommt die Steuerung der kognitiven Prozesse zu, wobei das Arbeitsgedächtnis Elemente des Langzeitgedächtnisses aktiviert und diese aktivierten Informationen kurzfristig speichert und die zentrale Steuerungseinheit die generelle Koordination der ablaufenden kognitiven Prozesse über die Aktivierung einzelner Wissens Elemente leitet, indem sie eine Bewertung der Relation zwischen den situativen Erfordernissen und dem Aktivitätsniveau des kognitiven Systems vollzieht. Die Implementation dieses Konzeptes des Leitsystems innerhalb des Prozeß-Struktur-Modells begründet sich in der Modellintegration, Berücksichtigung und Erklärung individueller Reflexivitätsgrade sowie differierender Bewusstseinszustände und Denkweisen, welche durch die kognitive Rahmung beeinflusst zur Auswahl zwischen einer primär analytischen oder primär intuitiven Problembearbeitung führt (Scholz 1987: 161ff; Nothbaum 1997: 38).

Flankiert wird diese Struktur durch Komponenten zur Modellierung des Kontaktes des kognitiven Systems zur Außenwelt einschließlich möglicher Feedbackrückmeldungen der Umwelt. Diese sind das sensorische System (Sensory System) am Anfang der Informationsverarbeitung, der Entscheidungsfilter (Decision Filter) an dessen Ende sowie die Komponente Ergebnis und Handlung (Output/Action).

Die Leistung des Prozeß-Struktur-Modells von Scholz (1987) ist die „Ermöglichung eines tieferen Einblicks in den Prozess und die Struktur stochastischen Denkens“ einschließlich der möglichen „Integration der verschiedenen heuristischen Ansätze zur Modellierung stochastischen Denkens“ anhand eines in sich geschlossenen, kognitionswissenschaftlichen Ansatzes (Bea 1995: 53). Diese Leistungen beziehen und rekrutieren sich insbesondere aus der zentralen Aussage dieses Modells in Form einer hier immanenten Differenzierung zwischen einem intuitiven und einem analytischen Denkmodus, welche in idealisierter Form erfolgt (Bea 1995: 52f). Die Differenzen zwischen diesen beiden Denkmodi sind dabei der Gestalt, dass im intuitiven Denkmodus, welcher den Normalzustand darstellt, ohne aufwendige und systematische Suche spezielle kognitive Elemente der Wissensbasis aktiviert werden können bei gering ausgeprägter Zielsteuerung und Bewertung dieser kognitiven Prozesse, während im analytischen Denkmodi über komplexere, systematischere, gezieltere und formalere Suchstrategien entsprechende Wissensselemente aktiviert werden und eine ausgeprägtere und wiederholte Steuerung und Kontrolle der kognitiven Prozesse erfolgt (Bea 1995: 52). Dabei ist zu betonen, dass diese beiden Denkmodi hierarchisch absolut gleichgestellt sind, miteinander konkurrieren und in Abhängigkeit der kognitiven Rahmung über gezielte Aktivitäten der zentralen Steuerungseinheit bestimmt werden (Scholz 1987: 232; Bea 1995: 52f).

Einschränkend ist anzumerken, dass die Allgemeingültigkeit des Prozeß-Struktur-Modells von Scholz mit einem relativ hohen Abstraktionsgrad einhergeht, so dass es hier lediglich als ersten Orientierungsrahmen Anwendung findet und den Stand der Modellbildung zum stochastischen Denken im Rahmen des Informationsverarbeitungsparadigmas illustriert (Bea 1995: 53).

3.4.2 Die Software-Dimension

Nachdem zuvor die Hardwaredimension der Computertheorie des Geistes einschließlich der damit verbundenen Modellbildung dargestellt wurde, gerät nunmehr die Softwaredimension in den Blickpunkt der Betrachtung.

Die Dimension der Software bildet die eigentliche Grundlage der Betrachtung kognitiver Prozesse und steht im Zentrum des Informationsverarbeitungsparadigmas der Kognitionswissenschaft, welches auf der Prämisse beruht, den menschlichen Geist und menschliches Denken als syntaktische, also symbolverarbeitende Maschine ansprechen zu können, welche zwar Bedeutungen und Inhalte zu verarbeiten scheint, substantiell betrachtet jedoch analog eines Computersystems rein syntaktisch mit Symbolen operiert was prononciert ausgedrückt in der Behauptung mündet: „Das Gehirn ist eine syntaktische Maschine und semantisch impotent“ (Oestermeier 1998: 93).

Im folgenden werden diese Annahmen der Computertheorie des Geistes genauer beleuchtet, indem zunächst die Vorstellung vom Wissen und Information als symbolische Repräsentation betrachtet und darauf aufbauend der programmatisch Ansatz des Denken als Symbolverarbeitung seine Darstellung findet.

3.4.2.1 Wissen und Information als symbolische Repräsentation

Die Frage, was im Verlauf kognitiver Prozesse verarbeitet wird, ist naheliegend: Es sind eine „Vielzahl von Wahrnehmungen, Ideen, Bildern, Ansichten, Hypothesen, Gedanken und Erinnerungen“ (Johnson-Laird 1996: 35). Ausgehend von der Annahme, dass Kognition als eine Art rechnen zu definieren sei, besagt eine Prämisse des Informationsverarbeitungsparadigmas, dass all diese Entitäten der Welt auf mentaler Ebene symbolisch repräsentiert sind und somit der menschliche Geist ein symbolisches System sei (Varela; Thompson 1992: 65; Strohner 1995: 44ff; Johnson-Laird 1996: 42). Dieses symbolische System vollzieht somit Rechenoperationen oder allgemeiner Symbolmanipulationen auf der Basis von Symbolen, welche die Welt „als auf bestimmte Weise beschaffen repräsentieren“, womit der Schlüsselbegriff der Repräsentation in den Blickpunkt der Betrachtung gelangt (Varela; Thompson 1992: 65). Diese allgemeine und grundlegende Idee der Repräsentation ist relativ unumstritten. Der Gegenstand der Diskussion ist vielmehr die Behauptung, mentale Prozesse würden auf der Basis von Repräsentationen vollzogen, welche als ein symbolischer Code umgesetzt sind (Varela; Thompson 1992: 66; Strohner 1995: 44ff).

In diesem Nexus wird häufig betont, dass es sich bei diesen Symbolsystemen um physikalische handelt, deren Elemente in Form konkreter Symbole aus physikalischen Mustern bestehen. Die Erfindung des Computers „haben die Symbolsysteme aus dem platonischen Reich der Ideen in die empirische Welt aktueller Prozesse verlagert, die in Maschinen oder Gehirnen oder in einer Verbindung beider ablaufen“, so dass diese Symbolsysteme im Gegensatz zu jenen klassischen aus der Mathematik und Logik nicht „abstrakt und körperlos“ seien (Simon 1994: 20). Trotz dieses potenziell empirischen Gehalts der Repräsentation durch die Anwendung physikalischer Symbolsysteme bleibt aufgrund der Prämisse der Redundanz einer neuronalen Entsprechung und der Betonung der physikalischen Form der Repräsentation eine empirische Beliebigkeit, da „fast jede physikalische Eigenschaft irgendwie Repräsentationsform sein kann“ (Oestermeier 1998: 93).

Diese angenommene symbolische Repräsentation impliziert, dass die syntaktische Form der mentalen Repräsentation im Vordergrund der Betrachtung steht, ohne dass die semantischen Eigenschaften und damit die Bedeutung und der Inhalt dieser Repräsentation zu berücksichtigen sind (Oestermeier 1998: 92).¹¹⁰

¹¹⁰ Die hier benutzten Begrifflichkeiten der Semantik und Syntaktik bildet aufgrund der gebotenen Systematik der Gesamtdarstellung einen Vorgriff auf die diesbezüglichen

Der Tatbestand eines funktionierenden semantischen Denkens erklärt sich gemäß dieses Ansatzes mit der Annahme, dass Unterschiede auf der inhaltlich-semantischen Ebene mit korrespondierenden syntaktischen Differenzen in der Codierung einhergehen und somit Syntax und Semantik eine „prästabilisierte Harmonie“ bilden (Dretske 1990; zit. nach Oestermeier 1998: 93). Dies ist die Vorstellung symbolischer Rechengänge, welche beinhaltet, dass Symbole etwas Physisches sind und zugleich semantische Werte aufweisen, womit jede sinnvolle Symbolmanipulation durch den semantischen Gehalt bestimmt wird (Varela; Thompson 1992: 66). Darauf aufbauend wird die Darstellung einer Informationsverarbeitung als Symbolmanipulation möglich, die aufgrund der differierenden Kodierung semantischer Unterschiede über die Syntax semantisch determiniert wird und somit die Syntax des symbolischen Kodes dessen Semantik widerspiegelt (Varela; Thompson 1992: 66ff). Diesem Verständnis folgend ist ein Symbol zusammenfassend definiert als eine endliche Menge diskreter physikalischer Zustände, welche gemäß bestimmter Regeln zur Repräsentation semantischer Unterschiede in der Welt verwendet und miteinander verknüpft werden können (Steffen 1990: 276).

3.4.2.2 Denken als symbolische Informationsverarbeitung: Die Berechenbarkeit mit Programmen

Auf der Basis des zuvor dargestellten Gedankens der Repräsentation beschreibt der Symbolverarbeitungsansatz kognitive Prozesse des Geistes als regelgeleitete Manipulation von Symbolketten, welche über algorithmische Strukturen erfolgt (Steffen 1990: 276). Die Grundlage dieser algorithmischen Strukturen bilden funktionale Architekturen, bestehend aus Elementaroperationen, bestimmten Prozessorkonfigurationen und Kontrollmechanismen (Steffen 1990: 276f).

Ein Algorithmus für eine Problemklasse K ist im allgemeinen Sinn zu definieren als „ein *allgemeines* Verfahren, das zu jedem vorgelegten Problem aus K in *endlich* vielen, *eindeutig* festgelegten Schritten eine Lösung liefert - falls eine solche existiert“ (Vollmer 1990: 147). Ein Algorithmus besitzt somit drei charakterisierende Eigenschaften: Die der Allgemeinheit, der Endlichkeit und der Eindeutigkeit (Vollmer 1990: 147). Die Eigenschaft der Allgemeinheit bedeutet dabei, dass ein Algorithmus in seiner problemlösenden Reichweite für eine definierte Klasse von Problemen Lösungen liefert, wobei der Umfang der Reichweite den Wert eines Algorithmus bestimmt und Aufgrund bewiesener Unmöglichkeitssätze in Logik und Mathematik bestimmbare Problemklassen existieren, zu denen kein Algorithmus angebar sein kann (Vollmer 1990: 147).

Begriffsbestimmungen bei der Betrachtung symbolischer Repräsentationen. Siehe dazu Kap. 4.3.

Das Charakteristikum der Endlichkeit von Algorithmen besitzt zwei Dimensionen als Endlichkeit der Anzahl der Anweisungen zu seiner Anwendung und als Endlichkeit der Rechenschritte bis zur Lösung, wobei die Minimierung der Arbeitsschritte zum Zweck anwendungsorientierter Umsetzung im Sinne eleganter Algorithmen von besonderer Bedeutung sind (Vollmer 1990: 148). Schließlich besagt die Eigenschaft der Eindeutigkeit oder Determiniertheit von Algorithmen, das im Rahmen eines algorithmischen Verfahrens die Ausführung jedes einzelnen Rechenschrittes festgelegt sein muss (Vollmer 1990: 148f).

Angeregt wurde der Symbolverarbeitungsansatz der kognitiven Psychologie vor dem bereits beschriebenen Hintergrund der interdependenten Entwicklung von Computersystemen und dem Aufstieg der kognitiven Psychologie durch die Arbeiten von J. von Neumann und A. Turing, die es ermöglichten, Programme zu entwickeln, unter denen Computersysteme „intelligent funktionieren konnten“ (Johnson-Laird 1993: 28). Die Leistung Turings war es dabei zunächst, durch die Church-Turing-These den Algorithmusbegriff gegenüber generellen Unmöglichkeitsbehauptungen zur Leistungsfähigkeit von Algorithmen zu präzisieren und zu explizieren (Vollmer 1990: 150; Wiener u.a. 1998: 116ff).¹¹¹ Eine solche Explikation des Algorithmusbegriffs lieferte die sogenannte Turingmaschine, welche sich als einfache Rechenmaschine, die algorithmische Rechenschritte in einfachste Teiloperationen zerlegt, durch Ihre Universalität und Programmierbarkeit auszeichnet (Vollmer 1990: 151; Wiener u.a. 1998: 116ff; 121ff). Mit Hilfe dieses Konzeptes konnte Turing zeigen, dass alle algorithmisch lösbaren Probleme über die Programmierung einer universellen Turingmaschine bearbeitet werden können (Vollmer 1990: 151; Wiener u.a. 1998: 10ff). Die Idee einer solch universellen Maschine, bestehend aus Speicher, ausführender Einheit und Kontrollwerk, ist gemäß den Angaben Turings alt und geht auf Charles Babbage zurück, der bereits im 19. Jahrhundert eine solche, von ihm „Analytische Maschine“ genannte Apparatur entwarf (Turing 1950; Wiener u.a. 1998: 10ff).¹¹²

¹¹¹ Einer anschaulichen Beschreibung folgend ist ein Algorithmus zu definieren als „eine Vorschrift, nach der gegebene Größen (Eingangswerte) durch ein endliches System von Regeln (Operationen) in einer eindeutig bestimmbar Reihenfolge in andere Ergebnisse umgeformt werden“ (Wiener u.a. 1998: 116). Die Church-Turing-These besagte nunmehr, dass ein jedes effektives Verfahren, welches konkrete und unterscheidbare Gegenstände über eine endliche Anzahl diskreter, unterscheidbarer und algorithmisch kodierbarer Handlungsvorschriften manipuliert, als Tabelle einer Turing-Maschine beschrieben werden kann (Wiener u.a. 1998: 116ff).

¹¹² Vgl. zur Einführung in die Theorie der Turing-Maschinen ausführlicher Wiener u.a. 1998.

Einen weiteren bedeutenden Impuls erfuhr der Informationsverarbeitungsansatz mit der zuvor beschriebenen Theorie der Berechenbarkeit Mitte der 1950er Jahre durch die Arbeiten von H. Simon und A. Newell, welche ein Programm entwickelten, dass in Anlehnung und Übertragung introspektivischer psychologischer Forschungsbefunde zum menschlichen Problemlösen und logischen Denken diese Aufgabenstellungen innerhalb des künstlichen Artefakt Computer in einer Weise bearbeiten und simulieren könnte, welche starke Ähnlichkeiten und Parallelen zur menschlichen Denkweise aufwies (Johnson-Laird 1993: 28). Diese Umsetzung der Idee, mentale Prozesse unter der Anwendung von Rechenoperationen zu erklären, wurde bereits noch vor der realen Erfindung des Computers durch Kenneth Craik formuliert, und auch der herausragende Begründer der Theorie der Berechenbarkeit, Alan Turing, formulierte ähnliche Vorstellungen (Johnson-Laird 1993: 32).¹¹³

Aufgrund ihrer Nähe zum Computertechnologie mit ihrer Differenzierung zwischen Hard- und Software in diesem Kontext im engeren Sinne bedeutende erste Ansätze bilden die bereits erwähnten Arbeiten des britischen Mathematikers Charles Babbage (1782-1871), dessen Analytische Maschine als universal verwendbarer Rechner in seiner Konzeption alle Einheiten heutiger Computer wie Speicher, Prozesseinheit und Programm enthielt, jedoch in Ermangelung mikroelektronischer Technologie feinmechanisch nicht realisiert werden konnte (Irrgang; Klawitter 1990: 11). Die Softwaredimension dieses Unterfangens wurde durch Gräfin Ada Auguste Lovelace (1815-1951) entwickelt, wobei ihre Programmierbeispiele sie den Ruf der ersten Programmiererin der Welt einbrachte (Irrgang; Klawitter 1990: 13). Eine Realisation solcher Konzepte konnte erst durch die technologische Entwicklung des Digitalrechners und der erwähnten grundlegenden Arbeiten von Turing, Newell und Simon erfolgen.

Spätestens als Reaktion auf diese beeindruckenden Umsetzungen war der Begriff der „Künstlichen Intelligenz“ auch jenseits wissenschaftlicher Grenzen in der Öffentlichkeit bekannt.

¹¹³ Der Begriff einer „Denkmaschine“ ist dabei viel älter und entstand als Bild von „sprechenden Statuen“ ca. 2500 v.Chr. im alten Ägypten und findet sich in verschiedenen Formen künstlich erschaffender und intelligenter Wesen auch im antiken Griechenland. Diese Chronologie setzt sich im Mittelalter fort durch Bemühungen des Theologen, Philosophen und Naturforschers Albert Magnus (1200-1280), einen künstlichen Diener zu erschaffen, den sein Schüler Thomas von Aquin als Teufelswerk verbannte. Auch weitere namhafte Gelehrte des Mittelalters beschäftigten sich mit dieser Thematik. Zu nennen wären an exponierter Stelle beispielsweise Paracelsus (1493-1541), der behauptete, einen Homunkulus (lat. für künstlicher Mensch) erschaffen zu haben und sogar eine Rezeptur zu seiner Herstellung hinterlies, und Leonardo da Vinci, welcher ebenfalls versuchte, einen Maschinenmenschen zu entwickeln (Irrgang; Klawitter 1990: 10).

Jedoch ist anzumerken, dass dieser Begriff auf einen auch in wissenschaftlicher Perspektive diffusen und strittigen Intelligenzbegriff Bezug nimmt und darüber hinaus ausging von einer zu mindestens ungeschickten und Irritationen verursachenden formalen Übersetzung des englischen Begriffs „Artificial Intelligence“, dessen originäre Bedeutungsbesetzung eine zu berücksichtigende, breitere und andersartige Charakteristik aufweist (Irrgang; Klawitter 1990: 7ff). Diese, auch mit Missverständnissen und Irrtümern verknüpfte, Euphorie führte zur bereits betrachteten Computertheorie des Geistes innerhalb der Kognitionswissenschaft, deren Vertreter in bis heute andauernden wissenschaftlichen Debatten die methodologische Position vertreten, den Merkmalsträger Mensch in der empirischen kognitionswissenschaftlichen Forschung durch das künstliche System Computer zu mindestens zu ergänzen (Simon 1994: 17). Verbunden werden diese Debatten mit jener zur Leistungsfähigkeit künstlicher kognitiver Systeme sowie den methodischen Vorteilen der Forschungen zur Künstlichen Intelligenz als Ergänzung zum Merkmalsträger Mensch und der Fruchtbarkeit der Computermetapher als Denkmodell mit der Hervorhebung der im ComputermodeLL benötigten Genauigkeit und Präzision in der Theoriebildung und der Geduld und Reaktivitätsimmunität von Computern als empirischer Merkmalsträger (Irrgang; Klawitter 1990: 18; Boden 1992, Johnson-Laird 1996; Vester 1997: 96).

Es zeichnet sich jedoch im Kontext dieser Positionsbestimmung der Rolle und Funktion der Forschung zur Künstlichen Intelligenz im Bereich der Kognitionswissenschaft eine deutliche Grenzziehung ab zwischen dem Ziel, Computer intelligent sein zu lassen und jenem, Computer Intelligenz simulieren zu lassen, was zu einer begrüßenswerten Endemotionalisierung der Debatten zu diesem Modell beiträgt und die Rolle und Funktion künstlicher Systeme in der weiteren kognitionswissenschaftlichen Forschung präziser formuliert (Irrgang; Klawitter 1990: 18f; Varela; Thompson 1992: 132).¹¹⁴

¹¹⁴ Ein solche entspanntere Anwendung des Computers zur Modellierung kognitiver Prozesse unter Bezugnahme auf mentale Modellbildung ist beispielsweise auszumachen bei Opwis; Plötzner 1996: 3ff.

3.5 Statistische Verfahren als Modell menschlichen Denkens

Es erscheint wissenschaftshistorisch und paradigmatisch betrachtet keineswegs zufällig, dass es im Kontext des Informationsverarbeitungsparadigmas mit ihrem Modellansatz der Berechenbarkeit kognitiver Prozesse zu einer modellbezogenen Übertragung und Anwendung statistischer Methoden, Modelle und Verfahren in der kognitiven Psychologie kam (Gigerenzer; Murray 1987; Gigerenzer 1988; 1999: 225ff; Gigerenzer 1991a).

Diese zunächst simplifizierend anmutende Anwendung statistischer Verfahren als Modell menschlichen Denkens weist dabei nicht nur einen ausgeprägten Bezug zum Informationsverarbeitungsparadigma mit seinem Bild des Geistes als symbolmanipulierende Maschine auf, sondern besitzt darüber hinaus klare Anlagen aus der geistesgeschichtlichen Betrachtung kalkülisierter Denkverfahren und wird in dieser Perspektive ideengeschichtlich erklärlich (Krämer, S. 1994: 99).

Diese ideengeschichtlichen Anlagen reichen bis in die rationalistische Philosophie des 17. Jahrhunderts zurück, in der die Kalkülisierung als eine prototypische Erkenntnis-technik zur Erlangung höchstmöglicher Gewissheit betrachtet wird (Krämer, S. 1994: 99). Die Kulturtechnik des Rechnens als operative Symbolmanipulation avanciert so unter dem alltäglichen Eindruck ihrer Effizienz in elaborierten Bereichen mathematischen Problemlösens zum Modell für den außermathematischen und damit universellen Erkenntnisserwerb, verbunden mit dem aufklärerischen Postulat einer generellen und natürlichen Gabe der Vernunft und dem damit einhergehenden Versuch, deren korrekten Gebrauch von Privilegierungen wie Inspiration und Intuition zu lösen (Krämer, S. 1994: 100). Vor diesem Hintergrund war es somit Ziel, dem Wissens- und Erkenntnisserwerb universell eine Sicherheit zu verleihen, welche die Ergebnisse algorithmischer Verfahren auszeichnet, so dass als Reaktion hieraus die Idee entstand, die „Arbeit des Gedankens in das Handwerk mechanischer Symboloperationen zu transformieren“ (Krämer, S. 1994: 100). Dem Verstand soll somit ein mechanisches Lenkungsmittel bereitgestellt werden, „Kraft dessen er entlastet ist von den Mühen der Interpretation: Beim Manipulieren der Symbole ist nicht mehr darauf zu hören, was die Symbole uns sagen, und nicht mehr darauf zu sehen, für was die Symbole tatsächlich stehen. Wahrheit währe so zurückgeführt auf mechanische Zeichenmanipulation, und d.h. auf Richtigkeit“ (Krämer, S. 1994: 101).

Über diese philosophischen Betrachtungen hinaus, die bei den wissenschaftlichen Akteuren nicht als bewusster Hintergrund vorausgesetzt werden kann, etablierte sich parallel zum Aufstieg des Informationsverarbeitungsparadigmas in der kognitiven Psychologie die Vermittlung deskriptiver und induktiver statistischer Verfahren in der Methodenausbildung des Psychologiestudiums der 1950er Jahren in den USA mit der Konsequenz, dass diese statistischen Verfahren wie der Computer eine Metamorphose von einem wissenschaftlichen Forschungswerkzeug zu

einer wissenschaftlichen Modellvorstellung bzw. zu einer Metapher für Kognition vollzogen (Gigerenzer 1988; Fiedler 1993: 7; Gigerenzer 1991a; 1999: 225f.; 233f). Im Zuge dieser Metamorphose, welche unter dem Titel „Mathematische Psychologie“ als Versuch anzusprechen ist, mathematische und insbesondere statistische Modelle und Verfahren zur Modellbildung menschlicher Informationsverarbeitung anzuwenden, entstand somit in den 1950er Jahre eine modellbezogene Metapher kognitiver Prozesse, welches sich charakterisieren lässt als „Gehirn als Computer“ und als „Gehirn als Statistiker“ (Coombs; Dawes; Tversky 1975; Gigerenzer; Murray 1987; Gigerenzer 1991a; 1999: 225). Dies hatte paradigmatisch zur Folge, dass auf der Basis dieses mit neuem und prestigeträchtigen Vokabular ausgestatteten Forschungsprogramms eine rege Forschungstätigkeit mit umfangreichem empirisch-experimentellen Befunden und einer darauf aufbauenden, lebhaften Theorieentwicklung entstand (Gigerenzer; Murray 1987; Gigerenzer 1991a; 1999: 225ff; 233ff).¹¹⁵

3.5.1 Die Entwicklung der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens

Die wissenschaftliche Thematisierung statistischer und insbesondere stochastischer geistiger Vorstellungen und Leistungen konzentrierte sich seit dem 17. Jahrhundert auf den Bereich der Mathematik und Stochastik, welche bedeutende Anstöße zur Entwicklung und Begründung diesbezüglicher Ansätze hervorbrachten (Borovcnik; Bentz; Kapadia 1991). So bestanden seit Beginn der Konzeptionalisierung von Wahrscheinlichkeiten wiederholt konkrete strittige Probleme, die divergent gelöst und kontrovers diskutiert wurden, um auf der Grundlage so hervorgebrachter Analysen einer Lösung zugeführt zu werden (Freudenthal 1973: 532). Diese charakteristische Erscheinung der Wahrscheinlichkeitstheorie, zu der in anderen Bereichen der Mathematik keine Analogie existiert, besteht bis zum heutigen Tag fort (Freudenthal 1973: 532). Als jüngster Beleg sei hierzu die Debatte um das sogenannte Ziegenproblem herangezogen (Randow 1992; Tiede 1998).

Von dieser näherungsweise der statistischen und stochastischen Fachdiskussion zuzuordnenden Betrachtung statistischen bzw. stochastischen Denkens ist jene zu unterscheiden, welche ab den 1950er Jahren zum Gegenstand einer paradigmatischen kognitionswissenschaftlichen Forschungsrichtung wurde (Gigerenzer; Murray 1987; Scholz 1991; Gigerenzer 1991a; 1999: 233ff).

¹¹⁵ Hierzu ist jedoch aus kognitionswissenschaftlicher Perspektive bereits jetzt anzumerken, dass die Anwendung und Übertragung formaler und syntaktischer Modelle in die Kognitionswissenschaft noch keine Erklärung kognitiver Prozesse beinhaltet und in Bezug zur diesbezüglichen Theoriebildung hieran sogar vorbeiführen kann (Gigerenzer 1991a; Dutke 1994: 29).

Stochastisches Denken ist dabei zunächst gemäss der synthetisierenden Begriffsbestimmung von Scholz zu definieren als der kognitive Umgang mit stochastischen Situationen unabhängig von dem kognitiven Erkennen dieser situativen Qualität sowie als die kognitive Anwendung stochastischer Modelle, Verfahren und Begriffe unabhängig von der situativen Adäquanz dieser kognitiven Anwendung (Scholz 1987: 4; Bea 1995: 5f). Der kognitionswissenschaftliche Begriff des stochastischen Denkens basiert dabei auf einen überaus breit angelegten Begriff der Stochastik als theoretische und anwendungsbezogene Synthese aus Wahrscheinlichkeitsmathematik und Statistik, der die klassische Betonung von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen im Begriff der Stochastik negiert und somit als Synonym für den Begriff des statistischen Denkens angesprochen werden kann, soweit hierbei der Begriff der Statistik in seiner begrifflichen Abgrenzung Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen mit einschließt (Scholz 1987). Insofern sei auf der Grundlage der genannten Definition stochastischen Denkens auch eine Definition statistischen Denkens gegeben.

3.5.1.1 Der Mensch als intuitiver Statistiker

Ab den 1950er Jahren wurden, getragen von den Grundannahmen der Computertheorie des Geistes und der damit verbundenen mathematischen Psychologie, deskriptive und induktive statistische Methoden und Verfahren als kognitionswissenschaftliche Modelle zur Beschreibung kognitiver Informationsverarbeitungsprozesse angewendet (Coombs; Dawes; Tversky 1975; Gigerenzer; Murray 1987; May 1987: 22; Gigerenzer 1991a; Fiedler 1993: 7).

Jedoch zeigte sich im Rahmen dieser Forschungstätigkeit eine im Hinblick auf die Metapher „Gehirn als Computer“ als auch „Gehirn als Statistiker“ starke Tendenz, dass „Werkzeuge des Forschers, welche analytischen Charakter besitzen und als unverzichtbar angesehen werden, (...), zu Theorien über die kognitiven Funktionen der untersuchten Personen (...) werden“ (Gigerenzer 1988: 93; 1991a; 1999: 233f).

Diese Anwendung von Statistik in der post-behavioristischen Kognitionswissenschaft war dabei zunächst von rein deskriptiver und erklärender Zielsetzung geprägt und getragen von der Grundannahme, dass die menschlichen Informationsverarbeitungsmechanismen aufgrund des beobachtbaren Tatbestandes einer überlebensbezogenen erfolgreichen kognitiven Adaption der Umwelt keine bedeutenden Defizite aufweist, was zu so programmatischen Titeln und Begriffen wie „man as intuitive statistician“ und „statistical behaviorist“ führte (Peterson; Beach 1967; Brunswik 1955; Plach 1998: 55ff). Der Geist dieses damals unter diesen Titeln und Begriffen firmierende Forschungsprogramm lässt sich anhand folgender zwei Zitate verdeutlichen (nach Reason 1994: 61):

- Peterson; Beach 1967: „Im allgemeinen weisen (unsere) Ergebnisse darauf hin, dass sich die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik als Grundlage für psychologische Modelle heranziehen lassen, die die Leistungen des Menschen bei einer ganzen Palette schlussfolgernder Aufgaben integrieren und erklären.“
- Edwards 1968: „Menschen folgen im großen und ganzen den Regeln des Bayes-Theorems (bei der Bestimmung subjektiver Wahrscheinlichkeiten), aber es gelingt ihnen nicht, sich des Einflusses aller Indizien völlig bewusst zu werden, weshalb sie letztlich zu konservativen Einschätzungen gelangen.“

Zielsetzung dieses Forschungsansatzes war es somit nicht, die Güte oder Rationalität menschlicher Informationsverarbeitung zu untersuchen oder infragezustellen, sondern die Formulierung und Begründung deskriptiver Modelle und Theorieansätze kognitiver Prozesse auf der Grundlage des Informationsverarbeitungsansatzes, wobei die statistischen Modelle als Ausgangspunkt dieser Theorieentwicklung dienen sollten (Peterson; Beach 1967: 29; Reason 1994: 61; Plach 1998: 55f). Diese Bestrebungen gingen in den 1960er Jahren soweit, dass ein stochastisches Modell des Gehirns über die mathematische Konstruktion eines „Perzepton“ durch Rosenblatt dargestellt wurde (Tasassow 1998: 104ff). Anvisiert wurde bei dieser programmatischen Forschungsperspektive einer Verknüpfung von normativen und deskriptiven Theorien stochastischen Denkens als Analogie zur bestehenden Verbindung zwischen der physikalischen Theorie der Optik und der psychologischen Theorie der visuellen Wahrnehmung (Plach 1998: 56; Rock 1998). Begründet wurde diese Vorgehensweise mit der Vorstellung, dass die durch normative Theorien beschriebenen Eigenschaften und Strukturen der Welt zu mindestens ansatzweise eine Entsprechung in den kognitiven Informationsverarbeitungsmechanismen aufweisen werden (Plach 1998: 56).

Als Beispiel aus dieser Phase der Anwendung statistischer Modelle und Verfahren in der Psychologie sei die sogenannte Signalentdeckungstheorie, nach der das Gehirn als „Neyman-Pearson-Detektor“ oder „Neyman-Pearson-Beobachter“ zwei Stichprobenverteilungen für „Rauschen plus Objekt“ und „Rauschen“ berechnet und anschließend unter Berücksichtigung der Kosten möglicher Irrtümer eine Entscheidung generiert, genannt (Gigerenzer u.a. 1999: 234ff). Zudem sei der Ansatz zum Kausaldenken von Kelley 1967 angeführt, wonach die Wahrnehmung von Kausalbeziehungen und die kognitive Zuordnung von Ursache- Wirkungsbeziehungen über kognitive Prozesse erfolgen, die denen einer Varianzanalyse und eines Hypothesentestes entsprechen (Gigerenzer u.a. 1999: 234ff).

Bei diesen Ansätzen ist hervorzuheben, dass die bereits in dieser Phase der kognitionswissenschaftlichen Anwendung statistischer Modelle und Verfahren insbesondere im induktivstatistischen Bereich experimentell beobachteten Abweichungen zwischen menschlichen Inferenzmechanismen nicht zu einem Wechsel

von der deskriptiven und erklärenden zu einer normativen Betrachtungsebene führten (Scholz 1991; Reason 1994: 61; Anderson 1996: 309).¹¹⁶

3.5.1.2 Der Mensch als fehlerbehafteter Statistiker

Dieser Wechsel der Betrachtungsebene zu einer normativen erfolgte vor dem Hintergrund von mit der statistischen Theorie nahezu unvereinbaren experimentellen Befunden sowie dem Erkennen einer offenbar in Bezug zur Selektion kognitiver Leistungen fehlertoleranten Umwelt erst gegen Ende der 1960er Jahre (Scholz 1991; Rescher 1994: 31ff; Bea 1995: 10ff; Gigerenzer u.a. 1999: 238ff).

Ausgelöst wurde dieser Wechsel der Betrachtung vor allem durch die Forschungsgruppe um Ward Edwards, welche Untersuchungen systematischer Denkprozesse mit Aufgabenstellungen zur Bayes-Statistik unter der Bezeichnung „Human Information Processing“ durchführte, in der zunächst die Doppelrolle der Statistik als Forschungswerkzeug und als Modell zur Charakterisierung mentaler Prozesse gemäß der Aufgabenstellung wiederum vorlag (Gigerenzer; Murray 1987; Hertwig 1996; Gigerenzer u.a. 1999: 238f). Die Fragestellung dieser Forschungen war stark komprimiert jene, ob das menschliche Denken in Situationen der Urteilsrevision den Regeln der Bayes-Statistik folgte (Gigerenzer u.a. 1999: 239). Im Lichte der diesbezüglichen experimentellen Forschungsbefunde musste diese Frage explizit verneint werden, da im Experiment die Wahrscheinlichkeiten auf der Grundlage neuer Beobachtungen generell in geringerem Umfang revidiert wurden als dies das Bayes-Theorem vorsah und damit eine erste systematische Abweichung isoliert und als „Konservatismus“ bezeichnet wurde (Reason 1994: 61; Gigerenzer u.a. 1999: 239).

Diese Befunde wurden durch Daniel Kahneman und Amos Tversky um die 1970er Jahre aufgenommen und einer differenzierteren und ausführlicheren wissenschaftlichen Betrachtung unterzogen, welche die Betrachtung systematischer Abweichungen und kognitiver Fehler innerhalb eines kognitionswissenschaftlichen Forschungsprogramms der „Heuristics and Biases“ etablierte (Kahneman; Slovic; Tversky 1982; Reason 1994: 61; Bea 1995: 10; Gigerenzer u.a. 1999: 240f). Diese Forschungstätigkeit im Rahmen dieses so entstandenen Forschungsprogramms zeichnete sich, getragen von der erkenntnistheoretischen These der Fehlbarkeit der Vernunft, zunehmend durch eine „Jagd auf kognitive Fehler“ aus mit dem damit einhergehenden Bild des Menschen als „kognitiv beschränktes Wesen“ und „kognitiver Faulpelz“ mit entsprechend verheerenden Folgen für die

¹¹⁶ Siehe zu den im kognitionswissenschaftlichen Paradigma des Menschen als intuitiver Statistiker im deskriptivstatistischen Bereich Kap. 5.5.2.2 und für die sich den um den Begriff des Konservatismus im Kontext des Bayes-Theorems kristallisierenden induktivstatistischen Forschungsbefunde Kap. 8.2.4.2.

Sicht des Menschen als kognitiv optimierendes, rationales Subjekt (Gigerenzer; Murray 1987; Fiedler 1993: 7; Reason 1994: 61; Hertwig 1996; Wendel 1996: 31f).

Die dabei bestehende Bezugnahme auf die zuvor dargestellten Ansätze des „Man as Intuitive Statistician“ von Peterson und Beach (1967) blieb hinter deren Forschungsperspektive und Differenziertheit zurück, da diese bereits dargelegt hatten, dass es „naiv wäre anzunehmen, kognitive Prozesse probabilistischer Informationsverarbeitung spiegelten Merkmale der Umwelt direkt wieder“ (Plach 1998: 56). Somit könnten normative Theorien nicht a priori als Theorien der Informationsverarbeitung aufgefasst werden, was jedoch anscheinend als verkürzte Vorstellung zur Funktionsweise normativer Theorien im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ enthalten zu sein scheint und sich auch im hier vorfindbaren experimentellen Aufgabenstellungen manifestiert, die sich im Gegensatz zur Forschungstradition von Peterson und Beach (1967) durch komplexe wie fiktive Situationsbeschreibungen mit unkontrollierter Informationsaufnahme auszeichnen (May 1987: 25; Plach 1998: 56).

Der in diesem Forschungsprogramm immanente Vergleich des menschlichen Verstandes mit den normativ interpretierten Berechnungsvorschriften einer statistischen Formel brachte dabei von Intelligenz und Bildung weitgehend unabhängige Abweichungen zutage, welche als kognitive Fehler oder Täuschungen betrachtet die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Logik des Hypothesentestes, des Gesetzes der großen Zahl sowie der Bedeutung der Stichprobengröße und den Modellen der Korrelationsrechnung verstoßen (Fiedler 1993: 7; Gigerenzer 1993: 99f; Hertwig 1996). Begründet durch die strukturelle Systematik des Auftretens dieser Abweichungen kognitiver Leistungen vom normativen Modell wurden diese als Fehlschlüsse oder Fallacies bezeichnet, die wie folgt zu definieren sind (Scholz 1981: 14):¹¹⁷ „Ein Fehlschluß ist ein kognitiver Prozess, der aus im Gedächtnis repräsentierten Informationen zu einer fehlerhaften Folgerung bzw. fehlerhaften Entscheidung führt. Ein Fehlschluß kann sowohl darin bestehen, dass anstelle eines (möglicherweise) existierenden formalen, zu einer eindeutigen Lösung führenden Modells ein inadäquates, zu einer abweichenden Lösung führendes Modell angewandt wird, als auch darin, dass (ersatzweise) angewandte grobe Schlussregeln (z.B. intuitive Schätzungen) systematisch zu einem unadäquaten bzw. inkorrekten Ergebnis kommen.“¹¹⁸

¹¹⁷ Zitiert nach Bea 1995: 10.

¹¹⁸ Siehe zur Einführung in den Theorieansatz der „Heuristics And Biases“ um Kahneman und Tversky einfürend Kap. 6.3.2. sowie ausführlicher unter Bezugnahme auf entsprechende Experimentalbefunde Kap. 9.1 sowie den primärliterarischen Sammelband von Kahneman; Slovic; Tversky 1982.

Als von grundlegender Bedeutung erweisen sich bei dieser normativen Betrachtung und Definition die aus der Philosophie stammenden Erkenntnisse zur Klassifikation und Differenzierung von Paradoxen und Antinomien, welche so in den Blickpunkt der Betrachtung geraten (Poundstone 1992: 32ff; Kannezky 2000: 396). Ausgehend hiervon sind Poundstone (1992) und Kannezky (2000) folgend gemäß der Fragestellung, wann und wo der zum Paradox führende Widerspruch entsteht, zunächst drei diesbezügliche Klassen von Paradoxien zu unterscheiden:¹¹⁹

1. Einfache Trugschlüsse bilden die schwächste Form von Paradoxien. Die hier auftretenden Widersprüche entstehen durch triviale, aber gut getarnte Denkfehler, so dass diese Paradoxie eine Illusion darstellt, die verschwindet, sobald der Fehler entdeckt wurde.
2. Der mittelstarke Typ von Paradoxien beruht auf Irrtümern über die Beschaffenheit der Dinge. Hierbei versagt der „gesunde Menschenverstand“, indem eine dem Denken zugrundeliegende Prämisse falsch ist, wobei diese Falschheit als weitgehend offensichtlich zu bezeichnen ist.
3. Der stärkste Form von Paradoxien sind die „echten Paradoxien“ als jene, die sich als Antinomien jeder den zugrundeliegenden Widerspruch aufzulösenden Bemühungen widerstehen da nicht bekannt ist, welche Prämisse aufzugeben ist.

Hierbei ist insbesondere beachtlich, dass eine weitverbreitete und offensichtlich auch hier zugrundeliegende Auffassung Paradoxien als nichts anderes als Fehlschlüsse betrachtet mit der darin immanenten Vorstellung, dass diese nach ihrem Erkennen „leicht zu beheben sind und kein weiteres Problem darstellen“ (Kannezky 2000: 404). Diese Sichtweise rückt jedoch Paradoxien in ein einseitiges Licht, indem die zugrundegelegten Thesen und Begriffe als gegeben betrachtet werden und somit das „subversive Potenzial (von Paradoxien R.S.) gegenüber schon verstanden geglaubten Thesen und Begriffen (...) dabei schlichtweg übersehen“ wird (Kannezky 2000: 404f). Es ist vor diesem Hintergrund und in Anbetracht prinzipiell fehlerbehafteter menschlicher Erkenntnis und des Problems der Übertragung formaler Aussagensysteme auf natürlichsprachliche Kontexte eine trennscharfe Unterscheidung und Zuordnung von Paradoxien und Fehlschlüssen nicht begründbar und somit dieser Problembereich bei der Betrachtung kognitiver Leistungen kritisch zu hinterfragen (Kannezky 2000: 404ff).¹²⁰

¹¹⁹ Siehe zur Klassifikation von Paradoxien in differenzierterer Betrachtung unter Unterscheidung zwischen materialen, logischen und pragmatischen Paradoxien und unter verschiedenen Gesichtspunkten Kannezky 2000: 440.

¹²⁰ Siehe vertiefender zum Verhältnis von Paradoxie und Fehlschluss anhand der Analyse der vier idealtypischen Positionen (1) Alle Paradoxien sind Fehlschlüsse, (2)

3.5.2 Die Vermischung von Abweichungen mit Rationalität

*„Wenn die Statistik empfiehlt, das Auto der Marke Y zu kaufen,
und man folgt der Empfehlung eines Freundes und kauft ein Auto der Marke Z,
verhält man sich vielleicht nicht gerade vernünftig
- aber man behält einen Freund“*

Leyens; Herman; Dunand 1982¹²¹

Die Generierung solch normierter Befunde und die Isolierung von Fehlschlüssen bedingen zwingend der Vorstellung, dass Statistik „nur mit einer Stimme spricht“ und das persönliche Urteile durch formale Regeln ersetzt werden könnten (Gigerenzer; Murray 1987: 162; Gigerenzer 1996; 1999: 249ff; Kahneman; Tversky 1996). Die vermeintlich beliebige Vermischung der experimentellen Feststellung von Abweichungen zwischen normativem statistischen Modell und beobachteten kognitiven Leistungen und der Betrachtung dieser unter Rationalitätsaspekten im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ ist als ein Element des ideengeschichtlichen Versuchs einzuordnen, menschlichen Geist als symbolmanipulierende Maschine zu betrachten. Verbunden ist dies mit dem Bestreben, menschliche Erkenntnis und Vernunft befreit von jedweder Dimension des Privilegs die gleiche Gewissheit, Sicherheit und Erlernbarkeit zu geben, denen mathematische Berechnungen und Ergebnisse zu eigen sind (Goseparth 1992: 21ff; Krämer, S. 1994: 99ff). Denn setzt sich die menschliche Urteilskraft im Sinne Descartes aus dem Element des Verstandes als Ort des Empfindens, des Einbildens und des reinen Denkens, und dem Element des Willens als Synonym einer Bewertung, so setzt sich der Prozess des Denkens zusammen aus der Erstellung von Ideen, welche der Wille in Urteile umwandelt (Krämer, S. 1994: 102). Der hier skizzierte ideale Denker lässt sich per Definition nur durch seinen Verstand leiten und ist gegenüber äußeren Störungen unempfindlich, so dass Irrtümer nur dem Verstand anzulasten sind (Kannetzky 2000: 328f). Der Wille ist in dieser Sicht der Dinge als die kognitive Instanz der Urteilsbildung zu betrachten und dem entsprechend ist auch ihm eventuelle Irrtümer anzulasten mit der Konsequenz, dass als Folge der Computertheorie des Geistes eine Analogie zwischen Irrtum und Sünde entsteht, in der der Irrtum zu einer philosophischen Form der Schuld wird, deren theologische Entsprechung die Sünde darstellt (Goseparth 1992: 31ff; Krämer, S. 1994: 102f).¹²²

Paradoxien und Fehlschlüsse schließen einander aus, (3) Manche Paradoxien sind Fehlschlüsse und (4) Alle Fehlschlüsse sind Paradoxien Kannetzky 2000: 405ff.

¹²¹ Nach Leyens; Codol 1992: 109.

¹²² Diese Perspektive der relativierenden und negierenden Betrachtung menschlicher Rationalität als immanenter Aspekt des Forschungsparadigmas der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) führte ohne in dieser Präzision ausformuliert worden zu sein schon frühzeitig zu entsprechender Kritik. Siehe hierzu Cohen 1981 sowie May 1987: 25ff.

Die Parallele, die beobachteten, relativ stabilen kognitiven Abweichungen zwischen normativen statistischen Verfahren und kognitiver Leistungen im Rahmen der Forschungstradition der „Heuristics And Biases“ als Argument gegen eine Betrachtung des Menschen als rationales Wesen heranzuziehen und so der Begriff der „kognitiven Täuschungen“ oder „kognitiven Irrtümern“ als Analogie zu den stabilen und konstanten „visuellen Täuschungen“ aus der Wahrnehmungspsychologie zu prägen, ist dabei überaus augenfällig (Gigerenzer 1993: 99f). Diesem Forschungsprogramm liegt eine fundamentale Trennung zwischen normativen und deskriptiven Theorien des Handelns und Urteilens zugrunde, verbunden mit der Prämisse, dass die Umsetzung und Anwendung normativer Theorien mit Realisationen von Rationalitätsprinzipien gleichgesetzt werden können und in Konsequenz daraus beobachtete Abweichungen von diesem Modell als Belege für die Irrationalität menschlicher Informationsverarbeitung interpretiert werden müssen (Gigerenzer 1996; Kahneman; Tversky 1996; Plach 1998: 84). Die hierbei diagnostizierbare Vorstellung bezüglich der Struktur von Rationalitätsprinzipien ist von jener konstanter Gesetzmäßigkeit geprägt, die durch empirische Argumente unbeeinflusst bestehen (Gigerenzer 1996; Kahneman; Tversky 1996; Plach 1998: 84f).

Dies erweist sich jedoch als unzulässige und naive Simplifizierung, da der Rationalitätsbegriff im alltäglichen Umgang und wissenschaftlichen Diskurs eine Doppelnatur aufweist, in der er sowohl normativ als auch empirisch angewendet und besprochen wird in Gestalt von normativen Forderungen und empirischen Überprüfungen und Validierungen (Gosepath 1992: 11ff; Spohn 1993: 152f; Chase u.a. 1998; Plach 1998: 85; Kannetzky 2000: 327ff). Diese Doppelnatur des auch mit dem Begriff der Zweckrationalität zu assoziierenden Rationalitätsbegriff, in der die so gefasste Rationalität eines einzelnen Individuums direkt in die Irrationalität jedes Beteiligten als Teil einer sozialen Wechselbeziehung führt, bildet zugleich dessen zentraler Problembereich (Kannetzky 2000: 327f). Denn dieser Rationalitätsbegriff, der als jener der Neuzeit zu titulieren ist, basiert auf der Annahme der „prinzipiellen Beherrschbarkeit der natürlichen und sozialen Umwelt mittels auf rationaler Erwägung basierendem Handeln“, wonach „das Licht der Vernunft und die Entfaltung der Rationalität auf allen Gebieten der Organisation von Gesellschaft den Weg zur Verbesserung des Lebens der Menschen weisen“ und somit nichts Bestand haben sollte, „was sich nicht rational rechtfertigen“ läßt (Kannetzky 2000: 328). Im Falle des Scheiterns eines so begründeten, idealen Plans ist dieses auf die Unvernünftigkeit der Welt oder widrige Umstände zurückzuführen, womit dieser Rationalitätsbegriff immunisiert wird, da es sich so keinesfalls um ein Versagen der Rationalität handelt (Kannetzky 2000: 328).

Allenfalls ist es möglich, dass „bestimmte Störgrößen nicht ins Kalkül gezogen wurden, was aber wieder auf eine externe Störgröße rückführbar sei, nämlich die Begrenztheit des menschlichen Geistes“ (Kannetzkky 2000: 328).¹²³

Darüber hinaus sind in der diesbezüglichen wissenschaftlichen Diskussion um den Begriff der Rationalität eine Reihe verschiedener und teilweise konkurrierender Rationalitätskonzeptionen auszumachen, welche aus unterschiedlichen Forschungsperspektiven und –traditionen an verschiedenen Punkten des kognitiven Prozesses zu dessen Rationalitätsbetrachtung und -bewertung ansetzen (Spohn 1991; Plach 1998: 85). In Anlehnung an diese divergierenden Rationalitätskonzeptionen, philosophischen Differenzierungen sowie der diesbezüglichen wissenschaftlichen Diskussion ist hierbei zu unterscheiden zwischen einer meinungsgenerierenden theoretischen und einer handlungsrechtfertigenden praktischen Begründung von Rationalität (Tack 1991; Goseparth 1992: 11ff; Spohn 1993; Plach 1998: 85f). Als idealtypisches Beispiel für eine auf theoretische Rationalitätsprinzipien basierende Theorie ist jene der Logik und der Wahrscheinlichkeitstheorie wie dem Theorem von Bayes zu nennen, wohingegen Theorien auf der Grundlage praktischer oder instrumenteller Rationalitätsprinzipien z.B. die inhaltliche Frage der Begründbarkeit von Entscheidungen in Anbetracht bestehender Ziele und unter Anwendung bestehenden Wissens bei Maximierung des erwarteten Nutzens beleuchten (Plach 1998: 86). Eine derart differenzierte Betrachtung birgt jedoch die Gefahr des Übersehens der Interdependenzen zwischen diesen beide Formen von Rationalitätsprinzipien, wobei insbesondere eine praktische Begründung auf einer theoretischen aufbaut (Goseparth 1992: 11ff; Plach 1998: 86). So zeigte Spohn (1993) im Rahmen einer metatheoretischen Analyse von Argumentationsschemata zur Rationalität, dass empirische Befunde auf Rationalitätskonzepte zurückwirken und diese somit eine empirische Begründungsbasis aufweisen mit der Konsequenz, dass damit der in dem Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ implizierte normative Rationalitätsanspruch negiert werden muss und darauf aufbauend neue Begründungsformen rationaler Informationsverarbeitung zu eröffnen sind (Goseparth 1992: 85ff; Plach 1998: 86f). In Anlehnung an diese Annahme wurde es möglich, Abweichungen von normativen Theorien einer kognitionswissenschaftlichen Betrachtung zu unterziehen, die auch die Beleuchtung der Dimension der Rationalität erlaubt und somit eine Perspektivenerweiterung bei damit einhergehender Eröffnung der Möglichkeit einer deskriptiven Theorieentwicklung einleitet (Plach 1998: 87). Die Charakteristik dieser Entwicklung als Option für die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung ist dabei überaus bedeutend, da als Reaktion auf die Debatte zum Begriff der Rationalität auch ein Ausblenden dieser Dimension mit einem Verhaften in überkommenen Betrachtungen unter dem Begriff des „Denkfehlers“ vorfindbar ist und die

¹²³ Siehe hierzu unter Bezugnahme auf das Gefangenendilemma weiterführend Kannetzkky 2000: 327ff.

Befunde aus dem Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ in Abhandlungen zum Rationalitätsbegriff als „Perversionen der Vernunft“ diskutiert werden (Gosepath 1992: 167; Piattelli- Palmarini 1997: 11ff).

Denn diese Wende der Diskussion um den Begriff der Rationalität ist nicht unumstritten, wie folgendes Zitat belegt: „Eine von der kognitiven Psychologie und anderen Naturwissenschaften gelieferte Deskription menschlicher kognitiver Fähigkeiten gibt den Rahmen ab, innerhalb dessen normative Regeln nur Sinn haben. Denn woher kann eine normative Theorie der Rationalität überzeugende Richtlinien nehmen, an die wir und im Denken halten sollen, wenn nicht an der idealisierten und optimierten Art, wie Menschen tatsächlich korrekt denken bzw. überlegen“ (Gosepath 1992: 90). Dies ist nicht zu verstehen als die Position, Regeln von Rationalität könnten naturalisiert oder empirisch festgelegt werden, sondern soll die Perspektive eröffnen, dass Regeln der Rationalität als Maßstäbe zur Kritik und zur Befolgung im Denken idealisierte und ideale Standards enthalten dürfen, um so Fehlleistungen und Beschränkungen im Denken erkennen zu können (Gosepath 1992: 92f). Hiernach ist es eine irriige Annahme „zu glauben, empirische Befunde, wie Menschen normalerweise Denken, sollten uns stets dazu zwingen, die Normen dieser Erfahrung anzupassen. (...) Ob eine systematische Tendenz der Menschen, von den Regeln der Rationalität abzuweichen, die Unangemessenheit der Regeln beweist oder auf ein menschliches Defizit hinweist, das behoben werden muss, ist nicht immer leicht zu entscheiden.“ (Gosepath 1992: 93). Im theoretischen oder hier wohl besser ausgedrückt formalen Bereich erscheint es nach Gosepath jedoch als sinnvoll, kognitive Fehler, die auf mentale Defizite in der Repräsentation und Verarbeitung von Informationen zurückführbar sind, dem Menschen zuzuschreiben (Gosepath 1992: 94). Ist diese Zuordnung so nicht darstellbar, so wäre eine prinzipiell nicht erreichbare normative Theorie von Rationalität gemäß dieses Ansatzes ebenso verfehlt wie die Ableitung von Rationalitätsnormen aus der Empirie, da bei beiden Extremen der Begründung von Rationalitätsnormen deren Funktion der Orientierung im und der Bewertung von Denken nicht realisiert werden kann (Gosepath 1992: 94).

Dabei zeigte sich im Verlauf der diesbezüglichen Forschungsbemühungen bereits, dass die diesem normativen Vergleich zugrundeliegenden Modelle nicht als rational und fehlerfrei angesprochen werden können und insbesondere, dass Abweichungen menschlichen Denkens, Urteilens und Entscheidens vom normativen Modell, welche in dieser Betrachtungsweise als kognitive Fehler angesprochen werden, durchaus einen funktionellen Wert für die Anpassung des Menschen aufweisen können und somit begründet das Attribut „rational“ verdienen (Cheng; Holyoak 1985; Gigerenzer; Murray 1987, Fiedler 1993: 8ff).

3.5.2.1 Zur Bedeutsamkeit einzelner Rationalitätsprinzipien

Die Frage nach der Bedeutsamkeit einzelner Rationalitätsprinzipien ist verbunden mit der Fragestellung, ob die Entsprechung bzw. Verletzung von Rationalitätsprinzipien in ergebnis- und verhaltensbezogener Betrachtung von Bedeutung ist (Plach 1998: 88). So stellt sich beispielsweise die Frage nach der Bedeutsamkeit logischer Konsistenz und probabilistischer Kohärenz von Aussagen als notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die Vermeidung unzutreffender Ergebnisse (Goldmann 1986: 314; Plach 1998: 88).

3.5.2.2 Zur Angemessenheit verwendeter Rationalitätsprinzipien

Die Beleuchtung der Angemessenheit verwendeter Rationalitätsprinzipien geht der Frage nach, ob, wie und inwieweit ein konkretes Rationalitätsprinzip in einer nicht adäquaten und unangemessenen Weise angewendet wurde (Plach 1998: 88). Denn wenn in Anlehnung an die zuvor besprochene normative und empirische Dimensionen von Rationalitätskonzeptionen Rationalität mit „wohlbegründet“ verbunden werden kann, so ist zu hinterfragen, ob aufgrund von Variationen im Objektbereich eine Angemessenheit verwendeter Rationalitätsprinzipien gewährleistet ist oder ob sich hieraus Implikationen für Differenzierungen ergeben (Gosepath 1992: 15).

So setzt die Anwendung von theoretischen Konzepten und Ansätzen als Rationalitätsprinzip voraus, dass diese theoretisch klar und präzise definiert sind und in der experimentellen Anordnung bei den Probanden auch in dieser Weise repräsentiert werden (Plach 1998: 88f).

In dieser Perspektive wäre es somit verfehlt, eine normative Theorie von Rationalität zu entwerfen, welche die Strukturen menschlichen Denkens gänzlich außer acht lässt und somit prinzipiell real nicht realisiert werden könnte (Gosepath 1992: 94). Unter dem Aspekt einer normativen Relevanz zeichnet sich eine normative Theorie von Rationalität somit durch hohe Standards an das menschliche Denken aus, die jeweils prinzipiell erreichbar sein sollten und somit eine legitime Idealisierung deskriptiver Befunde darstellen (Gosepath 1992: 94).

3.5.2.3 Erweiterung, Relativierung und Austausch von Rationalitätsprinzipien

Diese Betrachtungsweise von Rationalitätsprinzipien enthält einen Wechsel der Betrachtungsperspektive menschlicher Rationalität als Rationalität von Personen (Gosepath 1992: 39ff; Plach 1998: 90).

Als klassisches Konzept in diesem Kontext sei hier auf jenes der begrenzten Rationalität von Simon (1957) eingegangen, dass mit seiner Berücksichtigung limitierender Bedingungen und beschränkter Ressourcen des menschlichen Informationsverarbeitungssystems die traditionellen Ansätze der Entscheidungstheorie

konterkariert (Reason 1994: 62; Plach 1998: 90). Die Grundannahme dieses Ansatzes der begrenzten Rationalität menschlicher Entscheidungen geht dabei davon aus, dass die Kapazität des menschlichen Geistes für die Repräsentation und Lösung von komplexen Aufgabenstellungen sehr gering ist in Relation zum Umfang der Probleme, deren Lösung ein objektiv rationales Verhalten im realen Leben erfordert bzw. zumindest eine Annäherung an eine derartige optimale Rationalität (Reason 1994: 63). Auf dieser ressourcen- und aufwandbezogenen Betrachtungsperspektive werden nun Entscheidungen situativ modellierbar, welche dem klassischen Prinzip der Maximierung des zu erwartenden Nutzens als Optimizer-Principle entsprechen oder auf der Basis subjektiver Maßstäbe und Zielsetzungen als befriedigendes oder zufriedenstellendes Verhalten angesehen wird (Reason 1994: 63; Plach 1998: 90).¹²⁴

3.6 Grenzen und Kritik zur Computertheorie des Geistes

„Falls in der Erkenntnisforschung eine wissenschaftliche Revolution stattgefunden hat, deren Grundidee die symbolische Computerberechnung ist, dann lässt die Konterrevolution nicht lange auf sich warten.“

Greeno, J. G.; Herausgeber der Zeitschrift Cognitive Science¹²⁵

Ihre Leistungsfähigkeit und ihr Renommee verdankt die Disziplin der Kognitionswissenschaft sicherlich auch dem Paradigma der Computertheorie des Geistes mit der ihr zugrundeliegenden Theorie der Berechenbarkeit, da es mit diesem Ansatz mit seinem Aufkommen in den 1950er Jahren gelang, die „Verschwommenheit, Verworrenheit und die mystische Beschwörung verbaler Leerformen zu vermeiden“ (Johnson-Laird 1996: 33) sowie neue Impulse und Ideen auszulösen (Allman 1990: 205). Resümierend ist somit festzuhalten: „Die Computeranalogie hat der modernen Psychologie zu der Überzeugung verholfen, dass man mentale Vorgänge postulieren darf, ohne den Boden einer empirischen und erklärenden Wissenschaft zu verlassen“ (Gadenne 1996: 85).¹²⁶

¹²⁴ Die Weiterentwicklung dieses zur Entscheidungstheorie des subjektiv erwarteten Nutzens sowie andere diesbezügliche Ansätze wie jener der rationalen Analyse von Anderson (1990) zur Berücksichtigung externer Bedingungen unter der Differenzierung zwischen normativer und adaptiver Rationalität soll hier nicht weiter verfolgt werden. Vgl. hierzu einleitend Reason 1994: 62f; Plach 1998: 89f.

¹²⁵ Zitiert nach: Allman 1990: 195.

¹²⁶ Ähnlich äußert sich Strohner 1995: 47

Ungeachtet dieser Leistungen ist es jedoch von zentraler Bedeutung, die mit diesem Paradigma einhergehenden theoretischen Prämissen anhand von empirischen Erkenntnissen zum Forschungsgegenstand zu überprüfen mit dem Ziel, dieses Paradigma zu stabilisieren, gegebenenfalls zu modifizieren bzw. in der Bilanzierung seiner Leistungsfähigkeit einen sich abzeichnenden Paradigmenwechsel im Sinne Kuhns auszumachen (Beckenkamp 1995; Johnson-Laird 1996: 33; Allman 1990).¹²⁷

Bei der Rekonstruktion des Stand der diesbezüglichen wissenschaftlichen Diskussion sind zunächst essentiell vier verschiedene und wesentliche Prämissen zur Struktur des menschlichen Geistes innerhalb der Forschung zur Künstlichen Intelligenz zu benennen (Stevens 1985; nach Irrgang; Klawitter 1990: 45f.):

1. Die biologische Prämisse: Das menschliche Gehirn entspricht in physikalischer Hinsicht einem Computer.
2. Die psychologische Prämisse: Der Geist arbeitet nach bestimmten Regeln, die quantifiziert und in einem digitalen Code übersetzt werden können.
3. Die erkenntnistheoretische Prämisse: Alles Wissen kann in digitaler Form dargestellt werden.
4. Die ontologische Prämisse: Allgemeinwissen kann in kleine, unabhängige und situationsgebundene Stücke aufgeteilt werden und diese können alle in einen Digitalcomputer einprogrammiert werden.

Anhand dieser Prämissen und dem zuvor Dargestellten soll im folgenden die Positionen und Erkenntnisse zu den Grenzen und der Kritik bezüglich des Informationsverarbeitungsparadigma innerhalb verschiedener Perspektiven illuminiert werden.¹²⁸

¹²⁷ Vgl. zum Begriff des Paradigmenwechsels und der „Struktur wissenschaftlicher Revolutionen“ Kuhn 1976 (erstmalig 1962). Dazu auch: Chalmers 1994: Kap 7, 8, 9; Esser; Klenovits; Zehnpfennig 1977, Bd. 1: S.244ff.

¹²⁸ Vgl. zur Gegenposition der hier nunmehr fokussierten Perspektive der Betrachtung von Grenzen und Kritik zum Informationsverarbeitungsansatz die Position der potenziellen Beschreibung und des potenziellen Verstehens geistiger Aktivitäten als physikalische Zustände mit Hilfe physikalischer Begriffe (Churchland 2001). Dennoch erscheint die hier verfolgte Fokussierung auf die bestehenden Grenzen und die bestehende Kritik der Computertheorie des Geistes angemessen, da wie Opwis und Spada (1994) so trefflich festhalten, „die Anwendung von Methoden und Modellvorstellungen aus dem Computerbereich in fast schon paradoxer Weise dazu geführt (hat), dass wir zunehmend genauer wissen, in welcher Weise menschliches Denken

3.6.1 In philosophischer Perspektive

Wie bereits dargestellt stellen Fragestellungen zur Charakteristik und Struktur des menschlichen Geistes und der menschlichen Vernunft ein klassisches und zentrales Gebiet der Philosophie dar, wobei sich die Kognitionswissenschaft bei näherungsweise gleichem Forschungsgegenstand insbesondere durch ihre erfahrungswissenschaftliche Methode hiervon emanzipierte und etablierte.¹²⁹ Ausgehend von dieser Perspektive ist es somit überaus bedeutend und weiterführend, die grundlegenden Annahmen und Prämissen des Informationsverarbeitungsparadigmas der Kognitionswissenschaft in philosophischer Perspektive zu beleuchten mit dem Ziel, die Tragfähigkeit ihrer Position zu eruieren und in philosophische Traditionen und Diskussionszusammenhänge einzuordnen.

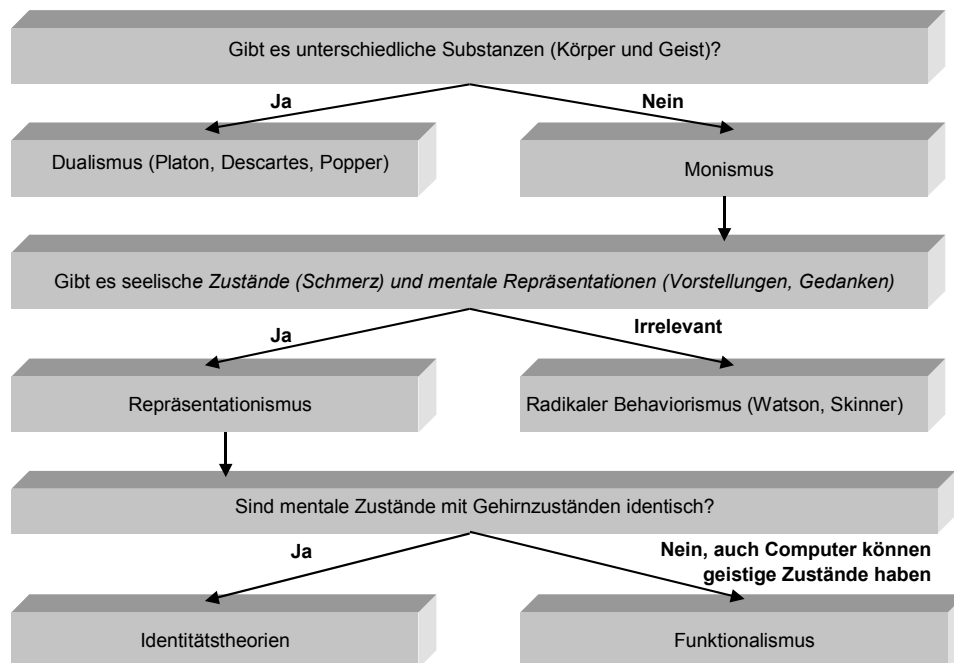
Bei dieser Ausführung der Grenzen und der Kritik zur Computertheorie des Geistes in philosophischer Perspektive ist in zwei verschiedene und aufeinander aufbauende Betrachtungsebenen zu differenzieren. Diese umfassen zum einen die Ebene der Bestimmung der Position dieses Paradigmas zu zentralen philosophischen Fragestellungen und Problemlagen sowie darauf aufbauend zum anderen die Aufnahme diesbezüglich klassischer philosophischer Anmerkungen zu diesen paradigmatischen Annahmen, welche im folgenden eine resümierende und zusammenfassende Würdigung erfahren.

Auf der ersten Ebene der Bestimmung Position zu zentralen philosophischen Fragestellungen sind diese einfürend unter dem Begriff des Geist-Leib-Problem zu subsumieren, welches die Frage betrifft, in welcher Weise jene innere Erkenntnis, die jede Person als Selbst- Bewusstheit zu Wissen erfährt, zu der davon sehr verschiedenen materiellen Welt in Beziehung steht (Eccles 1989: 101). Im Vergleich offenbart sich, dass die innergeistige Welt immaterielle Dinge wie visuelle Bilder, Geräusche, Gerüche, Schmerzen, Gedanken, Gefühle, Absichten und Träume enthält (Eccles 1989: 101).

durch diese Modelle gerade nicht rekonstruiert werden kann“ (Opwis; Spada 1994: 242). Siehe hierzu auch den Artikel von Gigerenzer; Goldstein (1996) unter dem programmatischen Titel „Mind As Computer: Birth Of A Metaphor“. Als Beispiel einer in der Forschungstradition des Informationsverarbeitungsansatzes stehenden Arbeit mit Bezügen zu hier dargestellten Thematik siehe Sommerfeld 1994.

¹²⁹ Vgl. Kap. 3.1.1. und 3.2.1.

Die Lokalisation der Prämissen des Informationsverarbeitungsparadigmas in der zum Geist-Leib-Problem entstandenen philosophischen Theoriebildung bildet der Funktionalismus, welcher sich in der diesbezüglichen Topologie in erster Annäherung wie folgt aussagenbezogen ableiten lässt (Oestermeier 1998: 90, Abb.9):



Theorien des Mentalen

Abb. 10: Die Theorien des Mentalen

Der Dualismus entspricht somit der intuitiv vorausgesetzten Inkompatibilität geistiger und physikalischer Zustände mit der Konsequenz, die Interaktion dieser Zustände nicht beleuchten zu können, während der Behaviorismus in seiner radikalsten Form seelische Phänomene und mentale Repräsentationen für irrelevant erklärt, da sie rein subjektiver Natur seien und somit aufgrund der Ermangelung von Objektivität für rationale Überlegungen unzugänglich bleiben müssen (Bruder 1982; Oestermeier 1998: 90; Eccles 1989: 102). Auf der nunmehr erreichten Ebene des Repräsentationalismus erfolgt, ausgehend von der Frage nach der Kopplung mentaler Zustände an das Gehirn, eine Differenzierung zwischen Identitätstheorien und Funktionalismus (Strohner 1995: 102ff). Die Identitätstheorien gehen von dieser zwingenden Verbindung aus und identifizieren geistige Zustände mit neuronalen Zuständen des Gehirns, so dass in dieser Perspektive die Bearbeitung diesbezüglicher Fragestellungen zum Gegenstand der Hirnforschung wird, welche das bisher defizitäre Verständnis mentaler Prozesse zu erweitern versucht (Oestermeier 1998: 90f; Eccles 1989: 103f). Der Funktionalismus hingegen verneint diese zwingende Verknüpfung geistiger Zustände mit Gehirnfunktionen und verbindet erstere mit abstrakten Repräsentationen, welche in unterschiedlichster „Hardware“ realisiert sein können und somit mentale Zustände potenziell nur über

die physikalische Form der Repräsentation kausal wirksam werden (Thiel 1989: 86ff; Strohner 1995: 102ff; Oestermeier 1998: 91). Der Funktionalismus ist somit anzusprechen als „der Versuch einer materialistischen (...) Theorie des Geistes, die der Intuition gerecht werden soll, dass psychisches und physisches grundsätzlich verschieden sind und trotzdem die physikalische Theorie kausal geschlossen ist“ (Oestermeier 1998: 91).

Zur Kritik und Grenzen dieser Form der materialistischen Theorie des Geistes ist zunächst generell anzuführen, dass der mit ihnen verbundene Anspruch auf Übereinstimmung mit den heute bekannten Naturgesetzen durch die Erkenntnis negiert werden, dass in den naturwissenschaftlichen Aussagensystemen keinerlei Hinweis auf die Existenz der immateriellen Entität Geist oder Bewusstsein gibt und deren Existenz in diesem Lichte unbegründet angenommen wird (Eccles 1989: 104). Darüber hinaus befinden sich materialistische Theorien des Geistes im Widerspruch mit der Evolutionstheorie, da sie aufgrund der angenommenen Wirkungslosigkeit des Bewusstseins die biologische Entwicklung dieser Prozesse nicht berücksichtigen können und es somit auch offen bleiben muss, aus welchen Konstellationen heraus sich überhaupt so etwas wie Bewusstsein herausgebildet hat (Eccles 1989: 104). Der zentrale Kritikpunkt materialistischer Theorie des Geistes entzündet sich jedoch an der Behauptung, dass die Vorgänge auf materieller Ebene „eine notwendige und hinreichende Erklärung der Totalität sowohl der Leistung als auch der bewussten Erfahrung eines menschlichen Wesens bieten“ (Eccles 1989: 104f). Dieser Determinismus etikettiert die menschliche Fähigkeit der freien Handlungsentscheidung als Illusion mit den damit einhergehenden Konsequenzen für moralische Verantwortlichkeit und rationaler Argumentation, so dass ein absurder Preis entsteht für die Wahrung der Geschlossenheit der physikalischen Welt, deren bekannte Naturgesetze die materialistische Theorie des Geistes konterkarieren (Eccles 1989: 105).

3.6.2 In erkenntnistheoretischer und methodologischer Perspektive

*Wir haben nicht zuviel Intellekt und zu wenig Seele,
sondern zuwenig Intellekt in Angelegenheiten der Seele*

Robert Musil¹³⁰

Das Informationsverarbeitungsparadigma mit der darin enthaltenen Theorie der Berechenbarkeit beinhaltet in erkenntnistheoretischer und methodologischer Perspektive zwei zentrale Begrenzungen, welche in der Vergangenheit zu einer ausgeprägten Kritik dieses Ansatzes geführt haben.

¹³⁰ Zitiert nach Paulos 2000: 195.

Die erste diesbezügliche Kritik bezieht sich auf die Anwendung und Interpretation dieses Paradigmas und den in dessen Kontext entstandenen wissenschaftlichen Forschungsarbeiten und Befunden. In diesem Zusammenhang wird darauf hingewiesen, dass eine ausgeprägte Tendenz dazu besteht, die Modellkonzeption bzw. die Metapher des Computers im Rahmen einer Kategorienverwechslung als theoretische Aussagen zum Gegenstand fehl zu deuten, da diese Modellkonzeptionen und Metaphern eine Tendenz dazu besitzen, in der wissenschaftlichen Tätigkeit zu Theorien über die kognitiven Funktionen selbst zu werden (Strohner 1995: 46ff; Oestermeier 1998: 36f; Gigerenzer 1988: 93). In der harten Interpretation des Informationsverarbeitungsparadigmas besteht dementsprechend die Überzeugung und in der weichen Interpretation die virulente Gefahr, Modellkonzeption und Theorie zum Gegenstand zu verwechseln bzw. nicht zu differenzieren und somit simulierte Prozesse von Simulationsprozessen nicht zu unterscheiden (Oestermeier 1998: 2).¹³¹

Als Reaktion auf diese, in wohlbegründeter Form durch die Kritiker des Paradigmas dargelegten, Strukturschwächen kognitionswissenschaftlicher Theoriebildung wurde durch deren Vertreter dezidiert darauf hingewiesen, dass das Informationsverarbeitungsparadigma „einen geeigneten Begriffsapparat für Theorien des Geistes bereitstellt“, welcher unter Bezugnahme auf die Theorie der Berechenbarkeit nichts voraussetzt, „was nicht offenkundig wäre“ (Johnson-Laird 1996: 61). Darüber hinaus wird von dieser Seite die vorgebrachte Kritik unter Bezugnahme auf die Underdeterminiertheit theoretischer Aussagensysteme in Bezug zu ihrer Überprüfbarkeit durch empirischen Daten auf die Ebene der Theoriebildung verwiesen in Form von Aussagen wie: „Allerdings sollte man Theorien des Geistes nicht mit dem Geist selbst verwechseln, so wenig man Theorien über das Wetter mit Regen oder Sonnenschein verwechseln sollte“ (Johnson-Laird 1998: 61).

Als Reaktion auf diese so sensibilisierte Neuformulierung des Informationsverarbeitungsparadigmas wurde eine Elementarkritik zu diesem erarbeitet, welche unter Bezugnahme auf empirische Befunde zum bildlichen und logischen Denken zu dem Ergebnis gelangt, dass „die normativen Elemente der psychologischen Theorie, die sie von der Computertheorie des Geistes übernommen haben, nur dann deskriptiv gedeutet werden können, wenn sich diese Theorie gegen empirische Befunde immunisiert“ (Oestermeier 1998: 179).

¹³¹ Diese Vermischung wäre in anderen modellgenerierenden und experimentellen wissenschaftlichen Disziplinen undenkbar. So werden z.B. in der Physik Planetenberechnungen auf dem Rechner simuliert, „ohne dass irgend jemand auf die Idee käme, dass ein Planet seine Laufbahn in einem wörtlichen Sinne berechnet“ und dementsprechend simulierte Prozesse von Simulationsprozessen klar unterschieden sind (Oestermeier 1998: 2).

Dieser Einwand bezieht sich somit auf die Alternativen, dass das Paradigma der Computertheorie des Geistes entweder bei universellem Geltungsanspruch empirisch leer und nichtssagend wird und sich somit über die damit einhergehende Unwiderlegbarkeit gegenüber empirischen Befunden nicht überprüfbar immunisiert oder bei strengerer, normativer Betrachtung des Paradigmas zu Annahmen und Hypothesen führt, welche empirisch belegbarer Erfahrung widersprechen (Oestermeier 1998). In Entsprechung an die Neuformulierung dieses Paradigmas ist der „Haupteinwand gegen diese Theorie (...) also nicht, dass sie falsch ist, sondern dass sie nicht widerlegbar ist bzw. spezifische psychologische Theorien des bildlichen und logischen Denkens mit dieser Unwiderlegbarkeit infiziert“ (Oestermeier 1998: 3).

3.6.3 In metamathematischer Perspektive

Das Informationsverarbeitungsparadigma weist mit der darin enthaltenen Theorie der Berechenbarkeit unter Bezugnahme auf die Konzeption einer universellen Turingmaschine zahlreiche mathematischen und metamathematischen Implikationen auf, welche in der Diskussion der Grenzen und Kritik zu diesem Paradigma herangezogen werden und somit auch hier eine zusammenfassende Berücksichtigung erfahren.¹³²

Die Verknüpfung von Logik, Mathematik und Problemlösungen allgemein mit den diesbezüglichen wissenschaftlicher Traditionen wurde von Leibnitz begründet, der das algorithmische Lösen mathematischer und logischer Probleme als Vorbild für das Lösen von Problemen schlechthin ansah (Sieg 1992: 137). Der erste Schritt zur Realisation dieser programmatischen Vorgabe wurde durch die Begriffsschrift von Frege realisiert, indem sie die Formalisierung mathematischer Beweise erlaubte und eine reiche formale Sprache anbot, verbunden mit der Forderung, dass alle Annahmen in Beweisen explizit aufgeführt werden und dass alle Beweisschritte nach vorgegebenen Regeln generiert werden (Sieg 1992: 138). Mit der Begründung dieser Formalisierung mathematischer Beweise verband sich jedoch auch die Einsicht, dass diese nur erfolgreich dargestellt werden können, wenn in die Schlusschritte kein inhaltliches Wissen einfließt und diese somit ausschließlich über ihrer formalen Gestalt Gültigkeit erlangen und vollzogen werden (Sieg 1992: 138).

¹³² Vgl. zum Begriff der Berechenbarkeit und der Turingmaschine Kap. 3.3.2.2 sowie Wiener u.a. 1998

Die Frage über die Charakteristik formaler Regeln ist dabei insbesondere im Zusammenhang mit der Betrachtung des Informationsverarbeitungsparadigmas aufs engste verbunden mit der Frage nach effektiv berechenbaren Funktionen, wobei die Theorie der Berechenbarkeit von Turing im Zentrum der Betrachtung gelangt (Sieg 1992: 138f). Das Turingtheorem geht dabei davon aus, dass eine Funktion als effektiv berechenbar betrachtet wird, wenn ihre Werte auf rein mechanische Weise mit endlichen Mitteln bestimmt werden können (Sieg 1992: 144ff). Die Turingmaschine bildet so die künstliche Entsprechung eines sogenannten „Calculators“, eines menschlichen Rechners, der bestimmten Bedingungen entsprechend eine Zahlenfolge berechnen kann (Sieg 1992: 145).

In dieser Perspektive bildet die paradigmatische Betrachtung des Gehirns im Rahmen der Computertheorie des Geistes als universelle Turingmaschine mit ihrem Kriterium der Programmierbarkeit eine Perspektive, unter der die Arbeitsweise des Gehirns als algorithmische Informationsverarbeitung einer Analyse zugeführt werden kann (Vollmer 1990: 151ff). Diese paradigmatische Betrachtungsebene beinhaltet jedoch in Anlehnung an das zuvor Festgehaltene, dass ohne inhaltliche Ausformulierung und Konkretisierung im Form von Algorithmen als Programme nur sehr begrenzte Einsichten über den Forschungsgegenstand begründet werden können, welcher entsprechend dieser Verhältnisse auch unter Bezugnahme auf Befunde der Neurowissenschaften noch immer als nahezu unbekannt angesprochen werden muss (Vollmer 1990: 157).

Eine weitere Form der Grenzen des Informationsverarbeitungsparadigmas als Forschungsansatz der Kognitionswissenschaft bilden, unabhängig vom diesbezüglichen Forschungsstand, bereits die durch die Mathematik bewiesenen algorithmisch unlösbaren Probleme, welche somit als strukturelle Restriktionen auf die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung ausstrahlen in ihrem Versuch, einen formalen Vergleich zwischen Gehirn und Computer darzustellen (Vollmer 1990: 158).

Das erste Problem dieser Art ist das von Turing 1936 selbst bewiesene, sogenannte Halteproblem, welches besagt, dass kein allgemeines Verfahren begründet werden kann, welches auf die Frage antwortet, ob eine bestimmte Turingmaschine, die eine algorithmische Aufgabe bearbeitet, nach endlich vielen Schritten stehen bleiben wird und somit anhält oder unendlich weiterläuft (Vollmer 1990:158; Kannetzky 2000: 199).

Als weiteres bedeutendes unlösbares Problem repräsentiert sich das Entscheidungsproblem elementarer Logik, welches in hier hinreichender Annäherung besagt, dass die entscheidbare aber arme Aussagenlogik und die schon reichere aber bereits nicht mehr entscheidbare Prädikatenlogik nicht ausreichen, um alle gültigen, wahrheitsbewahrenden Schlüsse beweisbar algorithmisch zu erfassen, welche in Wissenschaft und Alltag benötigt werden (Volmer 1990: 158f; Kannezky 2000: 199f). Zu diesen grundsätzlichen Beschränkungen treten jene, welche bei potenzieller Entscheidbarkeit aufgrund der prinzipiell endlichen Leistungsfähigkeit realer Computersysteme praktisch unentscheidbar sind (Vollmer 1990: 160; Kannezky 2000: 199f). In der Perspektive des Vergleichs algorithmisch arbeitender Computer mit dem menschlichen Gehirn ist damit festzuhalten, dass im Falle der algorithmisch unlösbaren Problemen diese einen universellen Geltungsanspruch besitzen und somit materiell unabhängig Gültigkeit aufweisen (Vollmer 1990: 160). Jedoch wäre im Falle potenzieller Entscheidbarkeit mit dem begrenzenden Faktor der Leistungsfähigkeit des informationsverarbeitenden Systems anzumerken, dass dieser Aspekt der Leistungsfähigkeit kognitiver Systeme durchaus bedeutende Unterschiede zwischen Computer und Gehirn offen legen könnte.

Als weiterer metamathematischer Befund zur grundsätzlichen Verschiedenheit von Gehirn und Computer wird der Unvollständigkeitssatz, der von Gödel 1931 formuliert und bewiesen wurde, herangezogen. Dieser besagt allgemein: „In jedem widerspruchsfreien formalen System S , das mindestens die Zahlentheorie enthält, gibt es wahre Sätze, die in S formulierbar, aber nicht in S beweisbar sind, sondern nur mit reicheren Mitteln (als denen aus S) bewiesen werden können“ (Vollmer 1990: 161).¹³³ Dies bedeutet, dass die Mathematik nicht durch die mechanische Aufzählung ihrer Theoreme erschöpfend darstellbar ist und somit keine Turingmaschine all ihre Sätze erzeugen kann (Sieg 1992: 146; Wiener u.a. 1998: 185ff; Kannezky 2000: 196ff). In Anlehnung daran differenziert Gödel zwischen objektiver und subjektiver Mathematik, wobei erstere aus allen wahren mathematischen Sätzen besteht und wohingegen sich letztere lediglich aus der Teilklasse der menschlich beweisbaren Sätze zusammensetzt (Sieg 1992: 146f). Es kann für die objektive Mathematik somit kein umfassendes formales System geben, aber es ist nicht ausgeschlossen, dass für die subjektive Mathematik ein mechanisches Aufzählungsverfahren existiert (Sieg 1992: 146f.). Gesetzt letzteren Falles seiner Existenz wäre der menschliche Geist im Bereich der Mathematik einer Turingmaschine äquivalent, so bestehen mathematische Probleme, welche durch den menschlichen Geist absolut unentscheidbar wären (Sieg 1992: 147).

¹³³ Entsprechend Wiener u.a. 1998: 185ff sowie Kannezky 2000: 196ff

So entsteht folgender Hauptsatz: „Entweder sind die evidenten Axiome nicht mechanisch aufzählbar, oder es gibt zahlentheoretische Probleme, die absolut unentscheidbar sind“ (Sieg 1992: 147).

Ausgehend hiervon hatte dieser Satz für Gödel nicht nur weitreichende Auswirkungen auf die Mathematik, sondern auch weitreichende kognitionswissenschaftliche Implikationen, da aus seiner Interpretation durch Turing dieser versucht hatte zu zeigen, dass kognitive Prozesse nicht über mechanische Verfahren hinausgehen könnten und er zutreffend hierzu anmerkte, dass Turings Ansatz diese These nicht belegt (Sieg 1992: 145). Aus der Sichtweise Gödels hat Turing damit versucht, den Begriff menschlicher Effektivität zu analysieren, wobei diese Analyse jedoch nur für die mechanische Effektivität überzeuge (Sieg 1992: 139).

In Gödels Beiträgen zur kognitionswissenschaftlichen Diskussion geht er über seine Kritik Turing hinaus und stellt in Anlehnung an seinen Hauptsatz fest, dass der darin enthaltene Fall der absoluten Unentscheidbarkeit für den menschlichen Geist nicht zutreffen kann, da dies den Widerspruch impliziert, dass sich dieser Aufgaben stellt, welche er nicht lösen kann (Sieg 1992: 146). Trifft dies zu, so übertrifft im verbleibenden Fall der nicht mechanischen Aufzählbarkeit der menschliche Geist auch im Bereich der reinen Mathematik unendlich die Fähigkeiten einer endlichen Maschine durch das Erkennen neuer evidenter Axiome und wäre die Unmöglichkeit der Mechanisierbarkeit mathematischer Erfahrung erwiesen (Sieg 1992: 147).¹³⁴

Die Diskussion zu den metamathematischen Implikationen des Informationsverarbeitungsparadigmas und damit zur grundsätzlichen Verschiedenheit von Gehirn und Computer lässt sich somit wie folgt zusammenfassen:¹³⁵

¹³⁴ Mit dem Gödelschen Unvollständigkeitssatz erkennt dieser somit die alte Idee der vollständigen Axiomatisierung des Wissens als die Vorstellung, beliebige Bereiche des Wissens auf eine überschaubare Menge von Grundannahmen zurückführen zu können, aus der die Gesamtheit wahrer Aussagen dieser Gebiete systematisch zu deduzieren sind, als prinzipiell selbst in der Mathematik unerreichbar. In einer hieraus aufbauenden, erkenntniskritischen Deutung Gödels als „Kant des 20. Jahrhunderts“ wird aus dem Unvollständigkeitssatz gefolgert, es gebe immer „Wahrheiten“, die deduktiv nicht aus bestehenden Theorien abgeleitet werden können und somit „Wahrheiten“ nicht erschöpfend in Theorie enthalten sein könnten (Kannetzky 2000: 196f). Hierzu ist jedoch anzumerken, dass erstens diese Gödel-Interpretation den Wahrheitsbegriff korrespondenztheoretisch ontologisiert und zweitens den unterstellten Beweisbegriff überdehnt, indem von formalisierten axiomatischen Methoden auf beliebige Begründungsverfahren generalisiert wird (Kannetzky 2000: 196ff).

¹³⁵ Vgl. Vollmer 1990: 162, Tabelle.

Aussage:	Beurteilung:
Jeder Computer kann als formales System aufgefasst werden.	<i>Richtig.</i> Jeder Computer ist als universelle Turingmaschine anzusprechen, welche als Explikation des Algorithmusbegriffs zu betrachten ist. Und Algorithmen sind <u>formale</u> Systeme.
Computer arbeiten widerspruchsfrei.	<i>Richtig.</i> Sie arbeiten zwar nicht immer fehlerfrei oder so, wie wir wollen, aber aufgrund ihrer physikalischen Realisierung kann es auf dem elementaren Niveau ihres Funktionierens keine Widersprüche geben. (Die Natur enthält keine logischen Widersprüche)
Computer enthalten mindestens die Zahlentheorie.	<i>Richtig.</i> Jedenfalls ist die Annahme zulässig und problemlos, dass ein Computer in Hard- oder Software mit der Zahlentheorie ausgestattet sei, z.B. über ein ausreichendes Axiomensystem.
Also gibt es für jeden Computer wahre und (mit reicheren Mitteln) beweisbare Sätze, die der Computer nicht beweisen (ableiten, erzeugen) kann.	<i>Richtig.</i> Alle Voraussetzungen des Gödeltheorems sind erfüllt und dieses somit anwendbar. Und es sichert gerade die Existenz solcher intern unbeweisbarer Sätze.
Also können wir (bzw. unsere Gehirne etwas, was Computer nicht können.	<i>Falsch.</i> Der Beweis für die Existenz des jeweiligen Gödelsatzes ist <i>nicht konstruktiv</i> . Wir haben keinen Algorithmus, um die wahren, aber im jeweiligen formalen System (Computer) nicht gewinnbaren Sätze zu beweisen. Deshalb endet bei jedem Menschen die <i>praktische</i> Fähigkeit, den Gödeltrick anzuwenden.
	Außerdem wurde durch Church und Kleene bewiesen, dass es einen derartigen Algorithmus auch nicht geben kann. Es treten immer neue unvorhergesehene Irregularitäten auf.
Also sind wir Computern überlegen.	<i>Falsch.</i> Selbst wenn die vorherige Konklusion richtig gewesen wäre, läge doch hier ein Trugschluss vor. Wenn A etwas kann, was B nicht kann, so ist A dem B trotzdem nicht notwendig überlegen. Die Situation ist entgegen dem ersten Anschein völlig symmetrisch, wobei das symmetrisierte Argument lautet: Auch zu jedem Menschen gibt es eine Maschine, die einen Satz beweisen kann, den der Mensch nicht beweisen kann. Z.B.: Lucas kann diesen Satz nicht widerspruchsfrei behaupten.

Tab. 8: Metamathematische Implikationen des Vergleichs Gehirn und Computer

Somit ist resümierend festzuhalten, dass aus der metamathematischen Perspektive keine Implikationen gegen eine prinzipielle Gleichwertigkeit von Gehirn und Computer zu extrahieren sind, wobei damit selbstverständlich ihre prinzipielle Gleichwertigkeit nicht bewiesen ist (Vollmer 1992: 163). Die Gültigkeit der kognitionswissenschaftlichen Anmerkungen Gödels zur Überlegenheit des menschlichen Geistes im Bereich der Mathematik und der Unmöglichkeit der Mechanisierung mathematischer Erfahrung ist mit der Annahme verbunden, der menschliche Geist würde sich keine Aufgaben und Fragen stellen, welche er nicht lösen und beantworten kann, so dass diese Perspektive aus Ermangelung diesbezüglicher verifi-

zierter Befunde lediglich als Hinweis sowie philosophische wie kognitionswissenschaftliche Aufgabenstellung betrachtet werden kann.¹³⁶

3.6.4 In kognitionspsychologischer Perspektive

Die Thematisierung der Grenzen des Informationsverarbeitungsparadigmas einschließlich seiner Kritik durchzieht die gesamte Genese und Anwendung dieses Ansatzes. Bereits in der Zielsetzung kognitionswissenschaftlicher Forschungstätigkeit wurde dieser Ansatz, der sich auf die Suche einer abstrakten, algorithmischen Struktur konzentriert, welche ein Symbolverarbeitungssystem dazu befähigt, eine bestimmte Klasse von Problemen zu lösen, frühzeitig durch Rosenblatt 1962 kritisiert, der die Aufgabe der Modellierung kognitiver Leistungen skizzierte als die Beschreibung eines dynamischen Systems, das selbständig die Fähigkeit entwickelt, eine Klasse von Problemen zu lösen (Steffen 1990: 277). Ausgehend hiervon wurde die Auseinandersetzung über die Möglichkeiten und Grenzen des Informationsverarbeitungsparadigmas geprägt durch einen gegenüberstellenden Vergleich von Mensch und Maschine, wobei hierzu zahlreiche Befunde die diesbezügliche wissenschaftliche Diskussion forcierten, die jedoch im einzelnen dargestellt den hier gegebenen Rahmen sprengen würde (Keil-Slawik 1990: 80). Resümierend ist jedoch festzustellen, dass es das „formallogisch fundierte Wahrheitsverständnis, wie es „Denk“-Maschinen zugrunde liegt“, unmöglich macht, hieraus „die Ganzheit des Lebendigen“ abzubilden und somit im Verlauf des empirisch-analytischen Versuchs der Beschreibung kognitiver Strukturen des Menschen die Einsicht reifte, dass „die von Vielfalt entleerte Substanz einer objektiven Naturbestimmung exakt das nicht leisten kann, was vorgegeben wird; nämlich natürliches Denken maschinell zu reproduzieren“ (Ulrich 1990: 132).

In Bezug auf den Gegenstand dieser Arbeit konkretisiert belegen empirische Untersuchungen neben dieser fundamentalen Erkenntnis, dass das menschliche Gehirn „keineswegs als biologischer Universalcomputer funktioniert, der mit jedem Problem gleich gut fertig wird; vielmehr brachte die Evolution ein Sondermodell hervor, das vor allem für knifflige Situationen, die für unsere Vorfahren lebensentscheidend waren (...) geeignet ist“ (Allman 1999: 18). Jedoch weisen die angesprochenen empirischen Befunde bereits in der kognitiven Repräsentation und Verarbeitung numerischer Daten als formale Symbole auf mentale Strukturen hin, die über eine hier angedeutete Konkretisierung des Informationsverarbeitungsansatzes hinausgeht und somit seine Begrenzungen beleuchtet.

¹³⁶ Jedoch bildet schon der Tatbestand, dass sich der menschliche Geist mit den hier dargestellten metamathematischen Betrachtungen und Diskussionen auseinander zu setzen vermag und diesbezügliche Aussagen bewertet, ein Beleg für ein ausgeprägtes, nicht-algorithmisches Element menschlichen Denkens (Barrow 1999: 269).

So liefert das „Bild vom Gehirn als Computer (...) aus rein empirischen Gründen einfach kein hinreichend gutes Modell für die verfügbaren experimentellen Daten“ (Dehaene 1999: 267). Diese Einsicht begründet sich in experimentellen Befunden zum Zahlenverständnis wie dem Distanzeffekt oder der Mühsal mentalen Rechnens, welche die These nahe legen, dass menschliche kognitive Prozesse näherungsweise eher als assoziativ verknüpfter Analogrechner modelliert werden können, da offensichtlich keine digitale, sondern eine stetige und qualitative interne Repräsentation mental vollzogen wird (Dehaene 1999: 148ff).¹³⁷ Somit ist mit Dehaene resümierend festzuhalten: „Es ist fast komisch, wie unangemessen das Bild vom Gehirn als Computer ist. In Bereichen, in denen sich der Computer auszeichnet – bei der fehlerlosen Ausführung einer langen Reihe logischer Schritte –, stellt sich unser Gehirn als langsam und fehlerhaft heraus. Umgekehrt glänzt unser Gehirn durch seine außerordentliche Geschwindigkeit in Bereichen, in denen die Informatik auf die größten Schwierigkeiten stößt – bei der Gestalterkennung und der Bedeutungszuweisung“ (Dehaene 1999: 167f).

3.6.5 In neurobiologischer Perspektive

Im Verlauf der Begründung des Informationsverarbeitungsparadigmas wurde in identitätstheoretischer Herangehensweise versucht, eine Analogie zwischen hardwarebezogener Computertechnologie und der neuronalen Struktur des menschlichen Gehirns herzustellen.¹³⁸ Angeregt wurde dieser Ansatz durch Befunde und Modelle zu den neurophysiologischen Grundlagen des menschlichen Gehirns, wobei bekannt war, dass das Gehirn aus Nervenzellen, sogenannten Neuronen, besteht, welche über Synapsen elektrische Signale austauschen indem neuronenzugehörige Signale über das Axon weitergeleitet und über den Dendriten empfangen werden (Strohner 1995: 92ff; Nauck; Klawonn; Kruse 1996: 11; Gadenne 1996: 136; Robert 1997).

Aufbauend auf diesen grundlegenden Erkenntnissen entwickelten McCulloch und Pitts im Jahr 1943 ein Modell der Funktionsweise von Neuronen, welches auf den folgenden fünf Annahmen basierte und McCulloch-Pitts-Neuron genannt wird:¹³⁹

- Ein Neuron ist ein binäres Schaltelement, das entweder aktiv oder passiv ist.
- Jedes Neuron besitzt einen festen Schwellenwert.

¹³⁷ Vgl. hierzu Kap. 5.4.2.1.

¹³⁸ Vgl. Kap. 3.4.1. und Eccles 1989, S. 103ff.

¹³⁹ McCulloch; Pitts 1943, zitiert nach Nauck; Klawonn; Kruse 1996: 11f.

- Ein Neuron empfängt Eingaben von excitatorischen (erregenden) Synapsen gleichen Gewichts.
- Ein Neuron empfängt außerdem Eingaben von inhibitorischen (hemmenden) Synapsen, deren Effekt absolut ist: Eine aktive inhibitorische Synapse verhindert die Aktivierung des Neurons.
- Es gibt ein Zeitquantum für die Integration der synaptischen Eingaben. Wenn keine inhibitorische Synapse aktiv ist, werden die excitatorischen Eingaben addiert und das Neuron wird aktiv, wenn sein Schwellenwert dadurch überschritten wird.

Ausgehend von diesen Annahmen konnten Neuronen gebildet werden, welche die logischen Konnektive wie UND und ODER realisierten und somit alle endlichen logischen Ausdrücke durch vernetzte derartige Neuronen abgebildet werden konnten (Nauck; Klawonn; Kruse 1996: 12). Insbesondere die Charakteristik dieses funktionalen Modells als die Beschreibung eines *Alles oder nichts Vorgangs* animierte dazu, Analogien zwischen Neuronen und Speicherzellen von Computern und damit zwischen Gehirn und Computer herzustellen (Gadenne 1996: 139).

In Anbetracht der aktuellen Entwicklung neurobiologischer Forschungsbefunde zeichnet das MCCulloch-Pitts-Neuron jedoch nur ein sehr vereinfachtes und eingeschränktes Bild der Funktionsweise eines Neurons (Strohner 1995: 92ff; Nauck; Klawonn; Kruse 1996: 12; Eccles 2000: 17ff). Ohne durch eine erschöpfende Darstellung neurobiologischer Forschungsbefunde den Rahmen dieser Arbeit zu verlassen, sind mittlerweile zahlreiche Merkmale der Funktionsweise von Neuronen bekannt, welche keine Entsprechung innerhalb des Computermodells finden (Gadenne 1996: 139ff. Eccles 2000: 17ff). Hierzu hervorzuheben sind bei der Funktionsweise von Neuronen die variierenden Aktionspotenziale jenseits dichotomer Zustände, das Vorkommen unterschiedlicher Arten von Neuronen, intervenierende Neurotransmitter als chemische Botenstoffe, die an spezifische Rezeptoren angelagert Ionenkanäle beeinflussen und so hemmend oder erregend wirken sowie eine insgesamt differenziertere und komplexere Betrachtung einschließlich biophysikalischer und biochemischer Prozesse (Gadenne 1996: 140; Nauck, Klawonn; Kruse 1996: 12ff; Robert 1997: 188ff; Eccles 2000: 19ff). Neben dieser in Anbetracht aktueller Forschungsbefunde weitergehende Beschreibung der Funktionsweise von Neuronen ist eine weitere Erkenntnis neurobiologischer Forschungsbemühungen mit der Einsicht verbunden, dass zur Beschreibung des Gehirns und seiner kognitiven Leistungen jenseits der neuronalen Mikroebene, eine Betrachtung makroskopischer Strukturen integriert werden muss (Strohner 1995: 92ff; Gadenne 1996: 140; Eccles 2000).

Die Einstiegseinsicht hierzu bildet der Befund, dass Neuronen nicht isoliert agieren, sondern Zellverbände, bestehend aus Tausenden von Neuronen, bilden, die als Aggregate aktiv sind und z.B. Wissensinhalte speichern (Gadenne 1996: 140; Eccles 2000: 17ff). Auch belegen zahlreiche Befunde die These, dass das Nervensystem aus abgrenzbaren Einheiten besteht, denen zu mindestens ansatzweise verschiedene geistige Aufgaben zugeordnet werden können (Rubner 1999: 84; Eccles 2000).¹⁴⁰

Ausgehend von diesen bisher bekannten neurobiologischen Strukturen sich somit drei besondere Merkmale herauszustellen, durch die sich das menschliche Gehirn kennzeichnet und charakterisiert (Seel 1991: 33):

- Durch einen ungemein großen Informationsdurchsatz.
- Durch eine extreme Verdichtung.
- Durch eine massive Parallelität.

Ausgehend von diesen neurobiologisch erkannten Strukturmerkmalen und den damit benennbaren Differenzen zu den Annahmen des Informationsverarbeitungsparadigmas wurde die Forderung vertreten, die Computermetapher des Geistes durch eine alternative Metapher zu ersetzen oder zu mindestens zu ergänzen (Strohner 1995: 48ff; Eccles 2000: 17ff).¹⁴¹

¹⁴⁰ In erster grober Annäherung besteht das Nervensystem aus peripheren und dem zentralen Nervensystem, wobei sich letzteres aus Rückenmark und Gehirn zusammensetzt (Gadenne 1996: 140; Eccles 2000: 187ff). Das Gehirn lässt sich dabei weiter differenzieren in die Bereiche Hinterhirn, Mittelhirn, Zwischenhirn sowie den beiden Hemisphären des Großhirns mit der Großhirnrinde (Neokortex) (Gadenne 1996: 140ff). In der entsprechenden Zuordnung von Gehirnfunktionen übernehmen das Hinter- und Mittelhirn grundlegende Funktionen der Lebenserhaltung und automatischer Prozesse, das Zwischenhirn und das limbische System Aufgaben der Bewertung und der Emotion und die Großhirnrinde weitere kognitive Funktionen (Gadenne 1996: 141; Roth 1996: 178ff.; Robert 1997).

¹⁴¹ Diese Kritik wird in programmatischen Abhandlungen zur interdisziplinären Forschung der Neuro- und Computerwissenschaften auch durchaus berücksichtigt und eingehend diskutiert. Vgl. hierzu Pöppel; Christaller 1996. Siehe zum Verhältnis Kognitionswissenschaft und Hirnforschung auch Lachnit 1993: 11ff und zu theoretischen und methodologischen Konsequenzen der Ablösung der Computer- durch eine Gehirnmetapher in der Kognitionswissenschaft (Strohner 1995: 48ff).

4 Modalitäten der Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen

Die Betrachtung der Modalitäten der Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen thematisiert die zentrale Frage der verschiedenen Formen der geistigen Abbildung von vermittelter oder wahrgenommener Erfahrung über die Welt (Seel 1988: 7; Beckenkamp 1995: 83f).¹⁴²

4.1 Information und Wissen

Menschliche Informationsverarbeitung bezieht sich auf all jene Aktivitäten, durch die die Gesamtheit von Informationen, welche in verschiedener Form dem Individuum aus dessen Umwelt vermittelt, durch dessen psychische System verarbeitet werden (Leyens; Codol 1992: 91). Diese Begriffsbestimmung thematisiert somit die Form der Repräsentation und Verarbeitung von Informationen, wobei verarbeitete Information als Wissen bezeichnet wird (Leyens; Codol 1992: 91).

Bei der Thematisierung der kognitiven Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen ist es unverzichtbar, die diesbezüglichen Modalitäten zu explizieren und damit einhergehend zunächst den kognitiven Informations- und Wissensbegriff zu präzisieren.

4.1.1 Zum Begriff der Information

Unter bewusster Vernachlässigung der philosophischen Fragestellung, ob die Kategorie der Information zu den physikalischen Begriffen Materie und Energie als eine dritte zuzuordnen ist oder näherungsweise als geisteswissenschaftlicher Gegenstand angesprochen werden kann, ist es als unstrittig zu betrachten, dass Information immer in Abhängigkeit zu einem materiellen Trägerprozess steht (Michels 1991: 24f).¹⁴³

Neben dieser Verortung des Begriffs Information birgt eine inhaltliche Definition noch größere Probleme (Michels 1991: 25). In seiner umgangssprachlichen Verwendung ist der Begriff der Information mit Attributen wie „nützlich“, „bedeutungsvoll“, „richtig“, „wahr“ usw. verbunden (Seel 1988: 29). In einer wissenschaftlichen Präzisierung des Begriffs der Information ist dieser definiert als ein Maß, „das

¹⁴² Die in diesem Kapitel dargestellte Einführung in die diesbezüglichen allgemeinen Grundlagen wird in Kap. 6 vertieft und in Kap. 10 bezogen auf numerische Erfahrungsdaten präzisiert.

¹⁴³ Siehe zur philosophischen Bewertung des Begriffs Information einfürend Michels 1991: 24f.

angibt, inwieweit eine Nachricht als Aussage über Zustände und Tatsachen, Ereignisse und Abläufe der Welt Unsicherheit bei ihrem Empfänger reduziert“ (Seel 1988: 29). Damit wird Information im realen Sinne jenseits der direkten sensorischen Wahrnehmung der Welt zum Produkt zwischen mindestens zwei kognitiven Systemen (Seel 1988: 29):

- Dem kognitiven System des „Senders“, der symbolisch verschlüsselte Nachrichten über seine Vorstellungen von der Welt emittiert.
- Dem kognitiven System des „Empfängers“, der diese Nachrichten aufnimmt und entschlüsselt, indem er die empfangenen Daten dem eigenen Zeichenvorrat zuordnet.

Die Voraussetzung für eine Informationsübermittlung zwischen „Sender“ und „Empfänger“ bildet die Existenz eines gemeinsamen Informationsträgers, welcher als Medium fungiert (Seel 1988: 29).

4.1.1.1 Die statistische und damit syntaktische Definition von Information

Diese Definition steht damit in der Tradition der spezifischen und in der kognitionswissenschaftlichen Forschungsarbeit vielbeachteten mathematischen Theorie der Kommunikation von Shannon und Weaver aus dem Jahre 1949, in der die metrischen Dimensionen der Begriffs Information herausgearbeitet wurden (Shannon; Weaver 1976; Michels 1991: 27f). Diese Explikation des Informationsbegriffs erfolgte im Rahmen der abstrahierenden Betrachtung von Nachrichtenübermittlungssystemen über die Bestimmung eines exakten Maßes H , das auf binären Entscheidungen basierend den Informationsbetrag als Neuigkeitswert von Nachrichten bemisst (Shannon; Weaver 1976; Michels 1991: 27f). Der Fokus dieser Betrachtung bezog sich somit auf die mathematische Beschreibung der Verringerung der Unbestimmtheit beim Empfängersystem und wird durch die Wahrscheinlichkeitsbetrachtung spezifiziert, die explizit als analog zum Entropiesatz der Thermodynamik zu stellen ist (Shannon; Weaver 1976; Michels 1991: 28f). Als zentrale Prämisse wird hierbei angenommen, dass alle sinnlich wahrnehmbaren Entitäten in einer abstrakten mengentheoretischen Ausgangsbestimmung zu subsumieren sind in einer endlichen Menge diskreter Ereignisse A mit den Einzeleignissen $a_1, \dots, a_i, \dots, a_n$ (Shannon; Weaver 1976; Michels 1991: 27f). Diesen einzelnen Ereignissen sind Realisationswahrscheinlichkeiten zugeordnet als $P(a_i)$ mit $i = 1, \dots, n$, wobei gemäß der wahrscheinlichkeitstheoretischen Axioma-

tik gilt, dass $0 \leq P(a_i) \leq 1$ sowie $\sum_{i=1}^n P(a_i) = 1$ (Shannon; Weaver 1976; Michels

1991: 27f). Somit kann jedem Ereignis aus A ein Wahrscheinlichkeitswert zugeordnet werden, der Auskunft über den Grad der Unbestimmtheit der Auftretens eines bestimmten Ereignisses gibt (Shannon; Weaver 1976; Michels 1991: 27f).

Damit begründeten Shannon und Weaver die exakte Beschreibung der Kategorie Information hinsichtlich seiner syntaktischen Bedeutungsdimension und bezeichneten ihn als ein rein statistisches Maß für die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses bzw. für die Unordnung innerhalb eines Ereignisfeldes (Michels 1991: 28f).

4.1.1.2 Von der mathematischen Informationstheorie zur Mathematischen Psychologie

Diese Anwendung mathematischer und insbesondere wahrscheinlichkeitstheoretischer Modelle in der Kognitionswissenschaft wurde so durch die mathematische Informationstheorie, welche zum Ende der 1940er Jahre durch Shannon und Weaver begründet wurde, vorbereitet (Coombs; Dawes; Tversky 1975: 297ff; Michels 1991: 29; Plach 1998: 32f). Nach psychologisch relevanten Reformulierungen dieses allgemeinen informationstheoretischen Ansatzes wurde unter der Etikettierung als „Mathematische Psychologie“ der paradigmatische Versuch unternommen, aufbauend von der Klärung der Fragestellung der mentalen Repräsentation explizit mathematische Modelle in der Kognitionspsychologie anzuwenden (Coombs; Dawes; Tversky 1975).

Das Grundkonzept der auf der mathematischen Informationstheorie basierenden mathematischen Psychologie ist wie folgt einleitend anhand einer diskreten Betrachtung zu charakterisieren (Plach 1998: 32f):

Gegeben sei eine Wahrscheinlichkeitsverteilung P mit n gegenseitig disjunkten Ereignissen, welche den Ereignisraum erschöpfend abbilden. Dem entsprechend ordnet die Wahrscheinlichkeitsverteilung P den Ereignissen $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ Wahrscheinlichkeiten $P(x_1), \dots, P(x_i), \dots, P(x_n)$ zu (Plach 1998: 33).

Die Information von x_1 ist dabei definiert über das Maß $I(x_i) = -\log P(x_i)$, wobei dieses Maß die Eigenschaft besitzt, in einem negativen und damit reziproken Zusammenhang zu den jeweiligen Einzelwahrscheinlichkeiten $P(x_i)$ zu stehen und somit als Maß interpretiert werden kann, in dem die Realisation des Ereignisses x_i mit einer Überraschung einhergeht (Plach 1998: 33).

Die informationstheoretische Charakterisierung einer gesamten Wahrscheinlichkeitsverteilung eröffnet dieses Maß der Information über ein hierauf aufbauendes

Maß der Entropie $S(P)$ gemäß $S(P) = -\sum_{i=1}^n P(x_i) \log P(x_i)$ (Plach 1998: 33).

Die Entropie S einer Wahrscheinlichkeitsverteilung P als $S(P)$ ist demnach als die gemittelte Information der durch die Verteilung P bewerteten Ereignisse x_i anzusprechen (Plach 1998: 33).

Die Gestalt und Charakteristik dieser Funktion der Entropie eröffnet sich insbesondere über die Betrachtung ihrer Extremwerte (Plach 1998: 33). So ist das Maß der Entropie $S(P)$ maximal, wenn P gleichverteilt ist, was zu interpretieren ist als das Maximum der Entropie in dem Fall, in dem im Lichte der bestehenden Information in Form einer Wahrscheinlichkeitsverteilung die Realisation eines bestimmten Ereignisses in Relation zu den anderen Ereignissen des betreffenden Ereignisraumes am schwierigsten zu prognostizieren ist (Plach 1998: 33). Die Funktion der Entropie erreicht ihr Minimum, wenn sich der Ereignisraum der Wahrscheinlichkeitsverteilung auf ein Ereignis beschränkt, dies somit gemäß der Verteilung mit $P(x_1) = 1$ belegt ist und so ein sicheres Ereignis darstellt (Plach 1998: 33).¹⁴⁴

Diese Grundlagen einer syntaktischen Bestimmung des Informationsbegriffs unter Bezugnahme auf wahrscheinlichkeitstheoretische Ansätze bildeten eine Grundlage der Entwicklung und Begründung des Informationsverarbeitungsansatzes (Michels 1991: 31).

4.1.1.3 Der stetige Erweiterungsversuch

Dieser informationstheoretische Grundlage der kognitionswissenschaftlichen Modellierung wurde für den Fall kontinuierlicher Variablen durch die Signalentdeckungstheorie und dem daraus hervorgehenden Signalentdeckungsmodell erweitert und ergänzt (Gigerenzer; Hell u.a. 1988; Gigerenzer 1993: 109f).

Die Begrenztheit der auf diskrete Variablen bezogenen Repräsentationsannahmen führte zum Versuch einer modifizierten Modellierung der Repräsentation von stetigen Variablen auf der Basis der Signalentdeckungstheorie, deren Anwendung und Bezeichnung bis dahin auf technische Bereiche beschränkt war und über die Wahrnehmungspsychologie als Modell der Entdeckung und Unterscheidung visueller und akustischer Reize in die Kognitionspsychologie integriert wurde (Gigerenzer; Hell 1988; Gigerenzer 1993: 109f).

¹⁴⁴ Zur weiteren Charakteristik der Entropiefunktion vgl. Coombs; Dawes; Tversky 1975.

Die Signalentdeckungstheorie basiert dabei auf der Annahme, dass bei der Modellierung und Anwendung stetiger Variablen ein Kriterium definiert und anzuwenden ist, um das aus einer stetigen Variablen hervorgehende Kontinuum mit einem Entscheidungspunkt auszustatten und so in einen positiven und einen negativen Bereich zu unterteilen (Gigerenzer; Hell 1988; Gigerenzer 1993: 110).

Ausgehend hiervon beruht die Anwendung der Signalentdeckungstheorie auf Informationen in Form von zwei Verteilungen und einem Kriteriumspunkt (Gigerenzer 1993: 110). Diese modifizierte Anwendung des Signalentdeckungsmodells als ursprüngliches Modell des statistischen Hypothesentestes nach Neyman/ Pearson als Modell der Entdeckung und Unterscheidung visueller und akustischer Reize führt jedoch zu einer nicht begründbaren „Übermodellierung“ in der Gestalt, dass für die Modellierung Verteilungsannahmen notwendig sind und somit hergeleitet werden müssen, wozu jedoch häufig unzureichende Informationen bezüglich der Verteilungsform und ihrer expliziten Parameter verfügbar sind (Gigerenzer 1993: 111).

4.1.2 Der Begriff des Wissens

Das Ergebnis der weiteren Verarbeitung von Information führt zum Begriff des Wissens als eine „Sammlung von internen Repräsentationen, die für ein Individuum zugreifbar und manipulierbar sind“ (Funke 1992: 19). In einer ersten Abgrenzung zwischen Wissen und Glauben und der Einsicht, dass viele Wissensinhalte in einer diesbezüglichen Grauzone zu verorten sind, wird Faktenwissen als deklaratives Wissen bezeichnet (Nothbaum 1997: 11). Eine weitere Differenzierung dieses deklarativen Wissens besteht in der Unterscheidung zwischen semantischen, also begrifflichen, und episodischem Wissen, wobei letzteres auf individueller Erfahrung beruht (Schmid; Kindsmüller 1996: 29). Die von deklarativem Wissen prinzipiell zu unterscheidende Form des Wissens ist das prozedurale Wissen, das Handlungswissen und heuristisches Wissen zur Problemlösung umfasst (Schmid; Kindsmüller 1996: 29). Zu diesen unterschiedenen Formen des Wissens kommt die Ebene des Metawissens als Wissen, wie im Sinne einer Inferenzbildung aus bestehendem Wissen weiteres Wissen gewonnen werden kann (Seel 1988: 10).

Bedeutend für eine Charakterisierung von Wissen ist seine Konstruiertheit unter der Zielsetzung der Herausbildung und Aufrechterhaltung von Invarianzen, was anhand von den folgenden drei Axiomen zum Verständnis von Wissen präzisiert werden soll (Seel 1988: 10):

1. Axiom: Die Welt ist ein strukturiertes Ganzes, welches Teilsysteme enthält, die zu Informationsprozessen in der Lage sind.“ Diese zu Kognitionen befähigten Teilsysteme seien „kognitive Systeme“ genannt,

2. Axiom: Diese kognitiven Systeme als menschliche Informationsverarbeitungssysteme bringen Produkte wie Wahrnehmungen, Gefühle, Vorstellungen und Gedanken hervor, die als „kognitive Phänomene“ bezeichnet werden.
3. Axiom: In Konsequenz daraus sind kognitive Phänomene immer real, wohingegen deren Inhalte fiktiver oder inkorrekturer Natur sein können.

Die Voraussetzung von Wissen als Konstruktion eines kognitiven Systems bildet gemäß dieser Axiomatik zunächst Bewusstsein als Interdependenz zwischen Aufmerksamkeit und Gedächtnis sowie als Metaebene eines Wissens des Wissens, Vorstellens und Meinens (Seel 1991: 11). Darüber hinaus bildet die Begründbarkeit eine Voraussetzung von Wissen, da dieses Kriterium eine, wenn auch in epistemischer Perspektive graduelle und relative, Abgrenzung zu Vermutungen und Glauben zu erstellen vermag und auf die letzte Bedingung von Wissen in Form seiner Referenzialität zur empirisch erfahrbaren Welt verweist (Seel 1991: 11).

Aufbauend auf diese grundlegende Betrachtung von Wissen ist dieses zunächst zu differenzieren in empirisch begründeten Sätzen als Elemente des enzyklopädischen Wissens, welche von synthetischer Charakteristik erfahrbares beschreiben und „wahr“ sein können, und rational begründeten Sätzen als Teilbereiche des semantischen Wissens, die sich als analytische Kategorien des Denkens nur indirekt auf Realitätszustände beziehen und näherungsweise als Ausdruck semantischer Bereichsbildungen anzusprechen sind (Seel 1991: 12).

Darauf aufbauend wird in Anlehnung an wissenschaftstheoretische und methodologische Konzeptionen Wissen, welches den Entdeckungs- und Begründungszusammenhang vollzogen hat, als kodifiziertes Wissen oder Expertenwissen bezeichnet, wobei stets dessen subjektiver Charakter erhalten bleibt, da dieses Wissen individuell geprägt wurde (Nothbaum 1997: 12f). Diese Perspektive leitet die Parallele der Modelle als Erkenntnisgrundlage in Wissenschaft und menschlicher Kognition ein, welche als Konstrukte Abbildungen von Erfahrung modellieren (Gigerenzer 1981: 14ff). In Anlehnung daran wird die Modellierung der Umwelt durch unsere Wahrnehmung als innere Modellbildung oder semantische Modelle erster Stufe bezeichnet (Gigerenzer 1981: 17). Diese innere Modellbildung, welche Wahrnehmungsmodelle, Denkmodelle und emotionale Modellbildungen umfasst, ist inhaltsbezogen nur dem Individuum zugänglich und konstitutiv für das menschliche Bewusstsein (Gigerenzer 1981: 17). Davon zu unterscheiden ist die Transformation dieser inneren Modellbildung zu einer äußeren zum Zwecke der Kommunikation, wobei diese äußeren Modelle, generiert über semantische Modelle erster Stufe, als semantische Modelle zweiter Stufe bezeichnet und als

Kommunikationssysteme angesprochen werden können (Gigerenzer 1981: 17).¹⁴⁵ Diese semantischen Modelle zweiter Stufe sind nach dem sie vermittelnden Medium zu differenzieren, wobei zunächst zwischen digitalen und analogen semantischen Modellen zweiter Stufe zu unterscheiden ist (Gigerenzer 1981: 18).

Demnach erfolgt eine digitale Modellbildung in Medien, welche meist per Definition in elementare Informationseinheiten zerlegbar sind und somit „Grammatikalität“ aufweisen, wohingegen analoge Modellbildungen keine bzw. nur eine gering ausgeprägte Auflösbarkeit in elementare Informationseinheiten besitzen und ihnen somit keine explizite „Grammatik“ zugrunde liegt (Gigerenzer 1981: 18). Die darauf aufbauende medienbezogene Differenzierung präsentiert sich dabei wie folgt (Gigerenzer 1981: 19; Abb. 1):

Semantische Modelle zweiter Stufe:					
Digitale semantische Modelle:				Analoge semantische Modelle:	
Formale s. M.:		Sprachliche s. M.:		Sonstige s. M.:	
<u>Medium:</u>	<u>Medium:</u>	<u>Medium:</u>	<u>Medium:</u>	<u>Medium:</u>	<u>Medium:</u>
Nichtnumerische formale Systeme (z.B. Graphentheorie)	Numerische Systeme (z.B. Messmodelle, statistische Daten, Mess- und Maßzahlen usw.)	Wissenschaftliche Sprachsysteme (z.B. Theorien, Hypothesen)	Nicht-wissenschaftliche Sprachsysteme (z.B. Alltagssprache; Poesie)	Menschlicher Körper (z.B. Mimik, Gestik)	Materielle Gegenstände (z.B. Bildnis, Foto)
wissenschaftliche Modelle			Nicht-wissenschaftliche Modelle		

Tab. 9: Klassifikation semantischer Modelle nach den Medien

Dazu ist anzumerken, dass sich analoge Modelle im Gegensatz zu digitalen durch ihre hohe Anschaulichkeit auszeichnen (Gigerenzer 1981: 18). Unter den digitalen semantischen Modellen stellt die Sprache in ihren wissenschaftlichen und alltäglichen Ausformungen das vertrauteste Medium dar, in dem eine äußere Modellbildung vollzogen wird, und nimmt die Welt der Zahlen und Relationen eine vorrangige Position in der empirisch orientierten quantitativen Realitätsbetrachtung ein (Gigerenzer 1981: 18).

¹⁴⁵ Hierzu sind auch, unter bewusster Vernachlässigung ihres erkenntnis- und wissenschaftstheoretischen Sonderstatus, auch wissenschaftliche Theorien und Hypothesen zu subsumieren (Gigerenzer 1981: 17).

Unabhängig von derartigen Differenzierungen basieren alle derzeit diskutierten Wissenstheorien in der Kognitionswissenschaft auf der zentralen und gemeinsamen Annahme, dass Wissen in seiner kognitiven Repräsentation in vernetzter Form strukturiert und geordnet organisiert ist (Wirth 1997: 122). Die darauf aufbauende Entwicklung ging in der Tradition der behavioristischen Lerntheorie von einem Wissenserwerb als wohldefinierten, additiven Prozess aus, in dem das bestehende Vorwissen der Menge X um das neue Wissen der Menge Y ergänzt und erweitert wird (Wirth 1997: 122f). Zu dieser Position wurde im Verlauf der kognitiven Wende zunehmend kritisch angemerkt, dass dieser Ansatz in seiner Einfachheit ungeeignet ist, um die Komplexität des Wissenserwerbs zu beleuchten, da Wissenserwerb in Form eines Wissen über Zusammenhänge auch ohne weitere Wissens Elemente möglich ist und neue Informationselemente nur in dem Fall Relevanz aufweisen, in dem diese Bezüge und Verbindungen zu anderen Aspekten aufweisen (Wirth 1997: 123).

Der als Reaktion auf diese Kritik im Verlauf der kognitiven Wende begründete, konstruktive Wissensbegriff fokussiert weniger die Wissens Elemente als vielmehr deren Strukturen und geht von der Einstiegseinsicht aus, dass Wissen nicht in Form von Kopien der Wirklichkeit kognitiv gespeichert werden (Neisser 1979; Wirth 1997: 123). Diese Annahme begründet sich in dem erkenntnistheoretischen Tatbestand, dass jedem informationserschließendem Wahrnehmungsakt Annahmen über den betrachteten Gegenstand vorausgehen und somit diese Beobachtungs- und Hintergrundtheorien wissenschaftlich wie alltäglich wahrgenommene Informationen gestalten und strukturieren (Groeben; Westmeyer 1981: 202).¹⁴⁶

4.2 Formate und Kodes der Repräsentation

Dies eröffnet die Frage nach der Form der mentalen Repräsentation von Information. Zu Beginn der Kognitiven Wende stand die Forderung nach der Beschreibung von mentalen Repräsentationen als einem einheitlichen Repräsentationstyp, dem semantischen Knoten, der jeweils eine Bedeutungseinheit repräsentiert (Engelkamp 1994: 38). Die sich daraus aufbauenden semantischen Netze modellieren die Struktur des begrifflichen Wissens des Menschen und bilden die Grundlage für eine entsprechende computergestützte Aufbereitung (Engelkamp 1994: 38; Schmid; Kindsmüller 1996: 29). Diese „Common Code“ Theorie stand jedoch von Beginn an in der Diskussion und in Konkurrenz zur „Dual Code“ Theorie, die zwischen verbalen und nonverbalen bildlichen Reizen unterschied und ein verbales

¹⁴⁶ Insbesondere aus dieser Theoriegebundenheit der Repräsentation und Verarbeitung von Information sowie der sozialen Natur des Informationsgegenstandes und der zugrundeliegenden Theorien resultiert auch der soziale Charakter dieser Informationsverarbeitung, welche jedoch hier nicht weiter verfolgt werden soll (Leyens, Codol 1992: 91ff).

und ein nonverbal-visuelles Repräsentationssystem forderte und annahm (Engelkamp 1994: 38). Die hieraus hervorgegangene Drei-Kodes-Theorie differenziert drei verschiedene diesbezügliche Modalitäten, welche als multiple Repräsentationen parallel auftreten und wie folgt zu spezifizieren sind (Anderson 1983; Perrig 1988, S89ff, Anderson 1996: S 104ff):

- Die temporal-sequentielle Repräsentation, welche temporal- sequentiell geordnete Ereignissequenzen speichert.
- Die räumliche Bildrepräsentation, welche konfigurative Information verschiedener Elemente in Raumdimensionen speichert.
- Die abstrakt- proportionale Repräsentation, welche als Abstraktion eines Wahrnehmungsereignisses Merkmale selektiert und so entscheidende extrahiert und speichert sowie andere unbeachtet lässt.

Diese drei Kodes sind als Datenstrukturen anzusprechen, welche zwar differierende Charakteristika beim Aufbau, bei der Speicherung und der Dekodierung aufweisen, jedoch einem einheitlichen Verarbeitungssystem zukommen und sich in einer einheitlichen Terminologie beschreiben lassen (Perrig 1988: 89). Dies entspricht der Tradition der Verlagerung modalitätsspezifischer Repräsentationstypen an die Peripherie des informationsverarbeitenden Systems mit der damit einhergehenden Erhalt homogener Informationsverarbeitungsstrukturen und der sie beschreibenden Terminologie im Sinne des Informationsverarbeitungsparadigmas und bildet den Beginn einer umfangreichen diesbezüglichen Theoriebildung (Engelkamp 1994: 38f). Ein überaus bedeutender diesbezüglicher Ansatz unterscheidet zunächst zwischen wahrnehmungsbezogener Wissensrepräsentation, bei der die Struktur der ursprünglichen Wahrnehmung noch erhalten ist, und einer bedeutungsbezogenen Wissensrepräsentation, welche im Gegensatz zur ersten weitgehend frei von Wahrnehmungsdetails strukturiert wurde (Anderson 1996: 104ff; Nothbaum 1997: 52). Der Bereich der wahrnehmungsbezogenen Wissensrepräsentation ist dabei weiter ausdifferenziert in Vorstellungsbilder als Informationen über Positionen und Strukturen im Raum und linearen Ordnungen als Wissen über die Abfolge von Ereignissen (Anderson 1996: 104ff; Nothbaum 1997: 52). Die bedeutungsbezogene Wissensrepräsentation isoliert und extrahiert hiervon das Wesentliche unter Herausfilterung unwichtiger Details in Form einer Abstraktion (Anderson 1996: 133). Das menschliche kognitive System wirkt somit über die Erschaffung von Symbolen oder Bilder der Wirklichkeit wie ein schützender Puffer, der die Möglichkeit eröffnet, Erfahrungen als Informationen über die Umwelt zu sammeln und zu speichern und damit das Überleben als Anpassung an diese Umwelt zu sichern (Barrow, 1999: 232f).

Die weitere Darstellung der verschiedenen Formen mentaler Repräsentation orientiert sich an der traditionellen diesbezüglichen Dichotomie zwischen Bildern und Symbolen, welche mit Gegensatzpaaren wie folgt zu beschreiben sind (Oestermeier 1998: 39):

„Symbolisches Denken“:	„Bildliches Denken“:
begrifflich	anschaulich
sprachlich	bildlich
allgemein	partikulär
abstrakt	konkret
propositional/digital	analog

Tab. 10: Repräsentationsdichotomie in Gegensatzpaaren

Diese Dichotomien gehen in philosophischer Tradition bis auf Platon und Aristoteles zurück und scheinen in neurobiologischer Perspektive über eine ansatzweise benennbare Modularität des Gehirns eine materielle Entsprechung gefunden zu haben (Oestermeier 1998: 40; Roth 1996: 188ff).

4.2.1 Bildliche Repräsentation

Die bildliche und damit visuelle Repräsentation von Wahrnehmungselementen ist zweifels ohne die ursprünglichste aller Repräsentationsformate, wobei diese auf den visuellen Apparat der menschlichen Sensorik basiert, welcher als der leistungsfähigste bezeichnet wird (Bibel 1993: 23). Als zentraler Problembereich der Beschreibung dieses Repräsentationscodes erweist sich der Tatbestand, dass im Gegensatz zu sprachlichen und numerischen Formaten visuelle Informationen keine direkt benennbaren mentalen Strukturen aufweisen, was die Beschreibung des Erkennens und Verstehens auf der Basis dieser Repräsentation erschwert. (Bibel 1993: 23). Diese analoge Repräsentation und Modellbildung, welche in Relation auf ihr Medium keine „Grammatikalität“ aufweist und somit nicht in elementare Informationseinheiten zerlegt werden kann, kommt jedoch als räumliches und bildliches Vorstellen und Denken über auch analytischen und mathematischen Entitäten im Lichte empirischer Evidenzen eine besondere Bedeutung zu (Gigerenzer 1981: 19f; Gardner 1989: 339ff; Dehanne 1999: 173ff).

Da eine weitere und vertiefendere Betrachtung bildlichen Denkens im Rahmen des Themas dieser Arbeit nicht erfolgen kann und soll, sei lediglich darauf verwiesen, dass bildliche Kognition als Ergänzung, Gegenpol und Kritik zur in der moderne Sprachphilosophie und im dem Informationsverarbeitungsparadigma auf symbolische und formale Repräsentations- und Verarbeitungsformate fokussierte Betrachtung mentaler Vorgänge in der kognitionswissenschaftlichen Dis-

kussion an Bedeutung gewinnt (Gardner 1989: 339ff; Oestermeier 1998: 7ff; 103ff).¹⁴⁷

4.2.2 Formale und abstrakte Repräsentation

Als formale und abstrakte Repräsentationen seien hier zunächst jene bezeichnet, die bezogen auf Ihr Medium als digitale Repräsentationen anzusprechen sind, da sie über eine Grammatik verfügen, welche eine Analyse in elementare Informationseinheiten ermöglicht (Gigerenzer 1981: 19f).

4.2.2.1 Sprache und Repräsentationsformate

Der Repräsentationsformalismus der natürlichen Sprache bildet in gesprochener und geschriebener Form die verbreitetste und natürlichste Darstellungsform für Wissen, welche beobachtbar ist (Bibel 1993: 22). Seine rein mechanische und formale Beherrschbarkeit erweist sich jedoch, abgesehen von diesbezüglich optimierten, künstlichen Systemen aus dem Bereich der Logik, in der Praxis als überaus problematisch, da der syntaktische Aufbau von Sätzen aufgrund ihrer Kontextgebundenheit nicht mit einer daraus zwingenden, ableitbaren Bedeutung einhergeht (Bibel 1993: 22).¹⁴⁸

4.2.2.2 Numerische Information und ihr Repräsentationsformat

Die Betrachtung des Repräsentationsformates numerischer Information als einer formalen und abstrakten Wissensrepräsentation dient an dieser Stelle lediglich der einleitenden Verortung des Gegenstandsbereiches dieser Arbeit sowie der grundlegenden Einleitung in dessen wissenschaftliche Thematisierung.¹⁴⁹

Dazu ist einleitend charakterisierend festzuhalten, dass die Betrachtung der kognitiven Repräsentation als Abbildungen mit einem isoliert zahlen- und messtheoretischer Ansatz zu kurz greift, da die diesen kognitiven Abbildungen zugrundeliegenden mentalen Strukturen und Konzepte stets die Verarbeitung von Wissen und Erfahrung beinhalten und somit eine bestimmte modellierte Interpretation der Realität darstellen (Wiese 1997: 23).

¹⁴⁷ Vgl. zum Thema des bildlichen Denkens: Oestermeier 1998; May 2000 sowie zur Betrachtung von Bildverstehen im Kontext der Forschungsarbeiten zur künstlichen Intelligenz Michels 1991: 54ff und in wissenschaftshistorischer Perspektive Gardner 1989: 339ff.

¹⁴⁸ Vgl. zur Verarbeitung natürlicher Sprache im Kontext der Forschungen zur Künstlichen Intelligenz einleitend Michels 1991: 50f.

¹⁴⁹ Vgl. insbesondere Kap 5.

Auf der Grundlage dieser Einstiegseinsicht bilden mentale Konzepte der Repräsentation numerischer Information mehr als eine bloß passive Abbildungsvorschrift der Realität (Wiese 1997: 23). Sie stellen vielmehr ein aktives Denkwerkzeug dar, welches als historisch gewachsenes kulturelles Artefakt in der Ontogenese als kognitive Fertigkeit vermittelt und internalisiert werden kann (Krämer, S. 1994: 91ff). Das numerische Symbolsystem bildet dabei einen geradezu idealtypischen Gegenstandsbereich, um zu verdeutlichen, dass Symbole jenseits ihrer Funktion des Memorieren und Kommunizieren von Denkresultaten dieses Denken erst ermöglichen und so höhere kognitive Leistungen erst konstituieren (Krämer, S. 1994: 92ff).

4.3 Die symbolische Repräsentation von Wissen

In Anlehnung und Entsprechung an das zuvor Festgehaltene soll im folgenden die symbolische Repräsentation von Wissen auf mentaler Ebene näher beleuchtet werden. Wird Repräsentation als ein abbilderzeugender Vorgang verstanden, in dessen Verlauf etwas anderes als Zeichen für die abzubildende Entität verstanden wird, so ist zunächst festzuhalten (Seel 1991: 14f):

- „Jedes kann Repräsentation eines jeden anderen sein. Es gibt keine inhärenten Eigenschaften, die ein Ding als „Repräsentation“ eines anderen Dings auszeichnen.“
- „Es ist stets das „kognitive System“, das etwas als Repräsentation von etwas anderem nimmt.“
- Daraus folgt, dass „eine Repräsentation stets das ist, was immer als solche von einem kognitivem System konstruiert wird“.

Daraus resultiert, dass Repräsentation von etwas die Aktivität des Repräsentierens des kognitiven Systems voraussetzt und Repräsentieren somit eine Tätigkeit des kognitiven Systems darstellt (Seel 1991: 15).

Die allgemeine Bestimmung des Begriffs der Repräsentation als intentionales Objekt, für das Notationen bestehen müssen, „um eine syntaktisch und semantisch hinreichende Identifikation von Dingen durch Symbole zu gewährleisten“, eröffnet somit eine Spezifikation im Falle mentaler Repräsentationen, bei denen die intentionalen Objekte durch Vorstellungen und Wissenszuständen konstituiert werden (Seel 1991: 14). Das kognitive System nutzt zur Abbildung von Wissen der Realität durch Symbole dabei geeignete Symbolsysteme, wobei dieses Symbolsystem auch als Ebene kognitiver Operationen dient und somit von einem „operativen Abbildsystem“ gesprochen werden kann (Seel 1991: 15).

4.3.1 Semiotische Betrachtungsebene von Zeichen: Syntaktik, Semantik und Pragmatik

Zum Zwecke der weiteren Betrachtung der Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen ist es unverzichtbar, im Rahmen eines semiotischen Exkurses die einschlägigen Betrachtungsebenen und Begriffssysteme über die Semiotik als Wissenschaft von den Zeichen und Zeichensystemen einzuführen (Seel 1991: 15; Strohner 1995: 72ff). Diese Betrachtungsebene von Zeichen bezieht sich dabei, in Abgrenzung zu Ikon als Ähnlichkeitsbezogenes Abbild und Index als bedeutungsbezogene Kausalbeziehung, auf Symbole, deren zeichenbezogene Beschaffenheit auf Konventionen beruhen und deren gültige und zuverlässige Interpretation sich somit über eine allgemeine und regelmäßige Anwendung konstituiert (Oestermeier 1998: 14).

Hierbei sind einleitend zunächst die zwei bedeutenden Zeichentypen menschlicher Kognition vorzustellen, welche in der Semiotik in Form des Signals und des Symbols Beachtung finden und zu Signal- bzw. Symbolsystemen zusammengefasst sein können (Strohner 1995: 72). Ein Signal ist hierbei als ein Zeichen anzusprechen, welches in natürlicher Weise entstanden ist und welches dann zu einem Signalsystem wird, wenn weitere Signale mit diesem eine komplexere systemische Einheit bilden (Strohner 1995: 72).

Im Gegensatz dazu ist ein Symbol als ein Zeichen zu betrachten, welches über Konventionen in Informationsprozessen generiert wurde, wobei die beliebige Willkürlichkeit der Zuordnung zwischen Symbol und bezeichnetem Objekt häufig betont wird (Strohner 1995: 72). Auch unter Vernachlässigung dieser kognitionswissenschaftlichen Definitionsversuche kann festgehalten werden, dass Symbolsysteme analog zum Signalsystem durch eine systemische Aggregation mehrerer Symbole entsteht, wobei solche Symbolsysteme eine Großteil unserer kulturellen Umwelt entfalten (Strohner 1995: 73). Diese Symbolsysteme werden dann zu einer Sprache, wenn eine regelbasierte Struktur und Funktion besteht die über eine Grammatik expliziert werden kann (Strohner 1995: 74).

Der semiotische Trias aus Semantik, Syntaktik und Pragmatik begründet sich dabei auf der grundlegenden Annahme, dass die Interpretation eines signal- oder symbolgebundenen Zeichens an die Voraussetzung seiner Abbildungsfunktion gebunden ist und sich somit die Bedeutung eines Zeichens erst durch seine Interpretation entfaltet (Oestermeier 1998: 15).

4.3.1.1 Die Ebene der Syntaktik

Die Ebene der Syntax beleuchtet die Beziehungen zwischen Zeichen (Strohner 1995: 78; Oestermeier 1998: 15). Die syntaktische Dimension verbindet somit die Zeichen innerhalb eines Zeichensystems miteinander (Gigerenzer 1981: 26).

Die diesbezügliche, die Syntaktik fokussierende, kognitionswissenschaftliche Theoriebildung geht in ihrer Beschreibung kognitiver Prozesse von der Prämisse aus, Strukturen des Denkens bestünden aus der Anwendung syntaktischer Regeln (Oestermeier 1998: 16). Dieser Vorstellung liegt die Annahme zu Grunde, dass die verwendete Syntax als eine Spiegelung oder Parallele einer zugeschriebenen Semantik fungiert und so semantische Effekte rein mechanisch darstellbar werden (Varela; Thompson 1992: 66ff).

Dieser mit dem Informationsverarbeitungsparadigma stark assoziierte Ansatz ist jedoch aufgrund der damit verbundenen Restriktionen als zu eingeschränkt zu betrachten, so dass zu mindestens semantische Aspekte in der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung berücksichtigt werden müssen (Longo 1995: 37; Wiese 1997: 19).

4.3.1.2 Die Ebene der Semantik

Die Ebene der Semantik beschreibt die Beziehungen zwischen Zeichen und Bezeichnetem (Strohner 1995: 79; Oestermeier 1998: 15f). Die semantische Dimension verknüpft somit Zeichen des Zeichensystems mit Entitäten des Gegenstandsbereiches und enthält damit das Kernstück des gesamten Informationssystems, da hier die Verknüpfung von Informationsträger und Informationsquelle erstellt wird (Gigerenzer 1981: 26; Strohner 1995: 79).

Die semantikbetonende, kognitionswissenschaftliche Theoriebildung bestreitet und widerlegt die Prämisse der syntaktisch strukturierten geistigen Vorgängen und geht davon aus, dass bei geistigen Prozessen mentale Modelle aufgebaut werden, welche exemplarisch das Bezeichnete repräsentieren und damit Interpretationen des Zeichens systematisch enthalten (Johnson- Laird 1996: 382ff; Oestermeier 1998: 16). Ausgehend von der Differenzierung zwischen der Referenz eines Zeichens und seiner Bedeutung betonen diese Ansätze die Interpretation von Zeichen unter Bezugnahme auf ein Modell, welches semantische Inhalte aufweist (Johnson- Laird 1996: 382ff; 386ff).

4.3.1.3 Die Ebene der Pragmatik

Die Illumination der Beziehungen zwischen Zeichen und Interpretant ist Gegenstand der Pragmatik (Strohner 1995: 80; Oestermeier 1998: 16). Die pragmatische Dimension fraternisiert die Zeichen mit dem sie anwendenden Subjekten und bezieht damit die beteiligten Subjekte mit ein unter Verweis auf die kommunikativ konstituierte Welt (Gigerenzer 1981: 26; Strohner 1995: 80).

Die diesbezügliche, den pragmatischen Aspekt betonende kognitionswissenschaftliche Theoriebildung basiert auf der Annahme, dass geistige Prozesse des Denkens maßgeblich durch Inhalt und Kontext beeinflusst werden und diese somit mit der alltagsabstrahierenden Bildung von Schemata vollzogen werden (Oestermeier 1998: 16).

4.3.2 Semiotische Spezifikation mentaler symbolischer Repräsentationen

Allgemein wird als Spezifikation des Begriffs der Repräsentation diese definiert als zweistellige unsymmetrische Relation $R(a, b)$, also dass das Repräsentandum a unter Anwendung und Beachtung der Abbildungsvorschrift R durch das Repräsentant b repräsentiert wird (Beckenkamp 1995: 84). Bei dem hier zu betrachtenden Sachverhalt ist es jedoch unverzichtbar, die Dimension der Modellierung von Wissen in die Fragestellung der Repräsentation zu integrieren mit dem Ziel, die Perspektive der mentalen Modellierung von Wissen zu eröffnen (Beckenkamp 1995: 85).

In der zuvor eingeführten semiotischen Perspektive wird unter Einbezug eines Interpretanten die Zuordnungsvorschrift der Repräsentation zu einer triadischen Zeichenrelation, bei der jedes repräsentierende Zeichen eines kognitiven Systems folgende drei Komponenten aufweist (Seel 1988: 15):

- Die Komponente M als Mittel oder Symbol.
- Die Komponente O als der Objektbezug.
- Die Komponente I als bedeutungsgenerierender Interpretant.

In dieser erweiternden Perspektive ist die Realisation der Repräsentation R über das Zeichen Z somit als geordnetes Tripel $Z = R(M, O, I)$ anzusprechen (Seel 1988: 15). In dieser triadische Zeichenrelation symbolisiert somit das Repräsentationsmittel M den Interpretanten I und steht zugleich für den Objektbezug O , wobei sich der Interpretant I auf diesen Objektbezug O bezieht (Seel 1988: 16). Dies sein an der folgenden Abbildung illustriert (Seel 1988: 16):

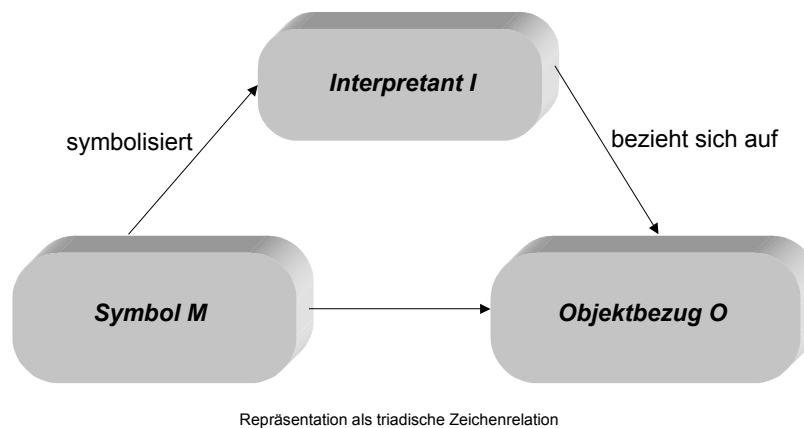


Abb. 11: Die Repräsentation als triadische Zeichenrelation

Dies bildet die Grundlage zur Annäherung an den Begriff der Wissensrepräsentation, deren Grundlage die Kodierung des Referenzbereiches als mentale Objekte oder „gewusste Gegenstände“ bildet (Seel 1988: 16). Diese Kodierung erfolgt durch Symbole und Symbolketten, wobei diese Zeichen, „die der Notation als operative Abbildung von Wissen dienen, syntaktischen und semantischen Bedingungen (z.B. Disjunktivität und Eindeutigkeit) genügen müssen“ (Seel 1988: 16).

Im Rahmen eines allgemeineren und globaleren Begriffs der Wissensrepräsentation ist der bereits eingeführte Bereich der Repräsentationsrealisation R als Verschlüsselung von Wissenszuständen durch zwei weitere Bereiche zu ergänzen (Seel 1988: 16):

- Um den Objektbereich W als objektive Realität oder Teil der Welt, dass außerhalb des kognitiven Systems besteht und als „Eingangsmaterial“ durch das kognitive System über Denkprozesse als Bildung von und Verknüpfung mit Wissensbeständen K verarbeitet und interpretiert wird.
- Um den Wissensbereich K als subjektive Realität des kognitiven Systems, welche die Vorstellungen und Modelle, die dieses System von der Welt besitzt, umfasst.

Dieser Ansatz der Verknüpfung von Abbildungen dieser drei offenen Systeme wird in der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung unterschiedlich aufgenommen und angewendet.¹⁵⁰

¹⁵⁰ Vgl. hierzu Kap. 6 und 10.

4.4 Die Repräsentationsspeicherung: Gedächtnis und Erinnern

Mit der Frage der Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen eng verweben ist jene der Speicherung und damit des Gedächtnisses und des Erinnerns.

Die Komplexität und Vielschichtigkeit des Gedächtnisses und des Erinnerns sowie der enge Bezug zur Fragestellung der Repräsentation erschließt sich bereits in dem Versuch einer Benennung jener Elemente, welche ein Gedächtnissystem leisten muss um einen Gedächtnisinhalt zu erinnern (Johnson-Laird 1996: 161). Dabei sind mindestens fünf verschiedene und bedeutende Elemente zu identifizieren in Form der Erschließung und Selektion von Information, der Repräsentation, der längerfristigen Speicherung dieser Repräsentation, der Möglichkeit ihrer schnellen und effizienten Bereitstellung sowie deren Speicherung während des Denkprozesses (Johnson-Laird 1996: 161).

4.4.1 Modelle und Ansätze zu Gedächtnis und Erinnern

Die zuvor dargelegte Aufzählung eröffnet nicht nur einen ersten Blick auf die Leistungsmerkmale des Gedächtnisses, sondern bildet mit der damit enthaltenen Unterscheidung zwischen Kurz- und Langzeitgedächtnis auch einen Beleg für die Prämissen eines im Kontext des Informationsverarbeitungsparadigmas entstandenen Gedächtnismodells, welches in Anlehnung und Entsprechung zum Modell des Computers von einem Langzeitspeicher bzw. Gedächtnis und von einem Kurzzeitgedächtnis bzw. Arbeitsspeicher ausgeht (Johnson-Laird 1996: 162ff). Das daraus abgeleitete und im Rahmen dieses Paradigmas experimentell belegte Mehrspeichermodell für das menschliche Gedächtnis geht dabei von einer Dreiteilung in sensorisches Gedächtnis, Kurzzeitgedächtnis und Langzeitgedächtnis aus (Lass, Lüer, Ulrich 1987: 312). Dieses Gedächtnismodell bildet hier den Ausgangspunkt der Diskussion von Lern- und Gedächtnisprozessen in der Psychologie, welches in experimenteller Perspektive historisch ihren Anfang in den Selbstversuchen von Hermann Ebbinghaus nahm, der sinnarm nach festgelegten Regeln gebildete Silben heranzog und diese Ergebnisse 1885 publizierte (Lass, Lüer; Ulrich 1987: 309).

4.4.1.1 Das Mehrspeichermodell: Kurz- und Langzeitgedächtnis

Unter bewusster Vernachlässigung des sensorischen Gedächtnisses soll im folgenden die einschlägigen Befunde zur Kurz- und Langzeitgedächtnis kurz dargelegt werden.

Das Kurzzeitgedächtnis ist durch eine im Vergleich zum Langzeitgedächtnis geringe Kapazität charakterisiert, welche im Falle einer ausbleibenden Wiederholung oder Anwendung nach relativ kurzer Zeit entfallen (Gadenne 1996: 93). Der kon-

krete Umfang der Anzahl an Informationselementen oder sogenannten Chunks, welche das Kurzzeitgedächtnis aufnehmen kann, wurde durch Miller im Jahre 1956 auf Sieben plus/minus Zwei beziffert, wobei der informationsbezogene Umfang dieser Chunks durch unterschiedliche Gestaltungsprinzipien verschieden sein können (Miller 1956). So konnte daraus geschlossen werden, dass die Kapazität als Anzahl der Chunks unabhängig von der konkreten Anzahl als konstant angesprochen werden kann, die reproduzierbare Informationsmenge über die Gestaltung der zugrundeliegenden Ordnungsprinzipien als sogenanntes Chunking jedoch variieren und optimiert werden können (Miller 1956; Lass; Lüer; Ulrich 1987: 311ff; Gadenne 1996: 93f). Das Kurzzeitgedächtnis speichert dabei gemäß einschlägiger experimenteller Befunde lautliche, bildhafte und propositionale Informationsformate und bildet in neurobiologischer Perspektive keinen Speicher mit räumlicher Abgrenzung, sondern ist unter dem Charakteristikum der schnellen Abrufbarkeit der Gedächtniselemente als eine Menge gespeicherter Informationen im aktiven Zustand vorstellbar (Gadenne 1996: 95f).

Das Langzeitgedächtnis zeichnet sich dieser Modellperspektive folgend durch eine in Relation zum Kurzzeitgedächtnis bedeutend größere Aufbewahrungskapazität für Informationen aus, welche jedoch als inaktive Wissensvorräte betrachtet werden müssen und dem entsprechend erst über kognitive Prozesse des Denkens eine Aktivierung erfahren müssen, um verfügbar zu werden (Anderson 1996: 177ff; Gadenne 1996: 93; Lass; Lüer; Ulrich 1987: 309ff).

4.4.1.2 Modellkritik und neuere Gedächtnismodelle

Das zuvor kurz eingeführte Mehrspeichermodell des Gedächtnisses erfuhr über empirische Befunde und theoretische Diskussionen zahlreiche Kritik und Modifikationen, deren zentrale Resultate kurz skizziert werden sollen.

Eine Kritik zum im Mehrspeichermodell enthaltenen Kurzzeitgedächtnis mit der in dieser Konzeption enthaltenen Annahme einer begrenzten Anzahl darin speicherbaren Informationselementen bildet der experimentelle Befund, dass die Menge der im Kurzzeitgedächtnis vorliegenden Informationen nicht im engeren Sinne von ihrem Umfang oder ihrer Anzahl, sondern von der Zeitdauer beim Memorieren abhängig ist wie beispielsweise Experimente zum Wortlängeneffekt zu belegen vermögen (Baddeley 1986; Anderson 1996: 172). Dieser Effekt bezeichnet den Tatbestand, dass die durchschnittliche Anzahl der Erinnerung von Wörtern gleichen Bedeutungsumfanges systematisch kleiner wird, je länger diese Worte sind (Baddeley 1986; Anderson 1996: 172). Dies führte zum theoretischen Ansatz des Arbeitsgedächtnisses, welcher in seiner Modellannahme von einer zentralen Exekutive ausgeht, die mehrere Hilfesysteme koordiniert und kontrolliert, indem es mit diesen über das Einspeisen und Abrufen von Informationen interagiert (Baddeley 1986; Anderson 1996: 174).

Die prinzipiell offene Anzahl dieser Hilfesysteme differenziert diese zunächst in einen räumlich-visuellen Notizblock und einer artikulatorischen Schleife, in der zur Erklärung des Wortlängeneffekts die Zeitdauer den begrenzenden Faktor der Kapazität darstellt (Baddeley 1986; Anderson 1996: 174; Seitz 1996: 25ff). Der zentrale Unterschied zwischen diesem Konzept des Arbeitsgedächtnisses und dem im Mehrspeichermodell enthaltenen Kurzzeitgedächtnis besteht darin, dass zur Speicherung von Information im Langzeitgedächtnis keine Verweildauer dieser im Kurzzeitgedächtnis vorausgesetzt wird (Anderson 1996: 147; Seitz 1996: 25ff).

Diese Modifikation illustriert bereits den Problembereich einer theoretischen Modellierung der Speicherung und Anwendung von Gedächtnisinhalten, da Denkprozesse wie z.B. Kopfrechnen die Frage nach dem Umfang und der Gestalt der Aktivierung von Gedächtnisinhalten aufwerfen (Anderson 1996: 177f; Seitz 1996: 25ff).¹⁵¹

Als exemplarisches Beispiel eines in diesem Zusammenhang bedeutenden theoretischen Ansatz des Gedächtnisses sei hier die ACT-Theorie von Anderson genannt, welche auf der zentralen Annahme einer systematischen Umwandlung von propositionalen Wissen in Prozeduren drei Arten von Gedächtnisbereichen unterscheidet (Anderson 1983: 19; Anderson 1996: 178ff; Seitz 1996: 25ff):

- Das Arbeitsgedächtnis als zentrales Element zwischen den zwei Arten von Langzeitgedächtnis und der Außenwelt mit variierender Kapazität.
- Das deklarative Gedächtnis als Langzeitgedächtnis für Propositionen, Vorstellungen und zeitlichen Abfolgen von Ereignissen als Erfahrungstat-sachen.
- Das Produktionsgedächtnis als Langzeitgedächtnis für Fähigkeiten.

Die Differenzierung in deklaratives Langzeitgedächtnis für Fakten und Erfahrungen und Produktionsgedächtnis als Langzeitgedächtnis für Fähigkeiten fußt auf der Annahme, dass Wissen zunächst als propositionale Information, welche detailbezogen memoriert werden kann, vorliegt, und über wiederholte Übung zu Fähigkeiten umgewandelt wird, die im Produktionsgedächtnis lagernd nicht präzise erinnert werden können (Anderson 1983: 19; Anderson 1996: 178ff; Seitz 1996: 25ff).

¹⁵¹ Vgl. zur gedächtniszentrierten Betrachtung der mentalen Durchführung von Berechnungen Seitz 1996.

4.4.2 Experimentelle Befunde zum Erinnern von Gedächtnisinhalten

Die kognitionswissenschaftliche Fragestellung nach der Struktur und Güte des Erinnerns von Gedächtnisinhalten wurde in zahlreichen klassischen experimentellen Studien untersucht, wobei in Anlehnung an Anderson (1996) ohne die Rekonstruktion der zugrundeliegenden experimentellen Befunde folgende zentralen Ergebnisse zu extrahieren sind (Anderson 1996: 136ff).

Zunächst ist für den Bereich verbaler Informationen festzuhalten, dass in Experimenten zu Wortlautvariationen gezeigt werden konnte dass jene Variationen, welche eine bedeutungsbezogene Veränderung beinhalteten, besser erinnert wurde als die Veränderungen eines Textes, welche lediglich stilistische Differenzen beinhalteten (Anderson 1996: 136). Dieser Befund ist als Hinweis für eine im Vergleich zu stilistischen Inhalten besseres bedeutungsbezogenes Gedächtnis zu werten, wobei die erwähnten stilistischen Differenzen als Details relativ schnell vergessen werden, so dass eine bedeutungsbezogene Erinnerung deutlich überwiegt (Anderson 1996: 136ff). Jenseits verbaler Informationen belegen darüber hinaus zahlreiche experimentelle Studien und theoretische Ansätze eine offenbar weit höhere Kapazität unseres Gedächtnisses für visuelle Informationen als für verbale, wobei eher eine bedeutungsbezogene Interpretation eines Bildes als dessen materielle Struktur den Erinnerungsgegenstand mit einer sehr hohen Gedächtnisquote darstellt (Anderson 1996: 136f).¹⁵²

Diese so auf verbaler wie visueller Ebene zu konstatierende Dominanz bedeutungsbezogener Repräsentation von Information und Wissen jenseits einzelner Details öffnet die Perspektive zum Begriff der Abstraktion als Löschung vieler wahrnehmungsnaher und spezifischer Details, einhergehend mit der Speicherung der bedeutenden Beziehungen zwischen den Inhaltselementen über eine allgemeine Kategorisierung enthaltener Merkmale und Kennzeichen (Anderson 1996: 147).

4.4.3 Das Phänomen der Gedächtnistäuschungen

Als Gedächtnistäuschungen sind jene fehlerhaften Erinnerungsleistungen zu subsumieren, die in systematischer und vorhersagbarer Weise und Richtung von der korrekten Antwort abweichen (Hell 1993: 14). Dabei sind in struktureller Betrachtung zwei verschieden Arten der kognitiven Entstehung von Gedächtnistäuschungen zu unterscheiden (Hell 1993: 14).

¹⁵² Diese Aussage deckt sich zudem mit dem Befund, dass detailbezogene Informationen eines visuellen Eindrucks wie die räumliche Orientierung relativ schnell vergessen werden und so bedeutungsbezogene Inhalte gedächtnisbezogen dominieren. (Anderson 1996: 138f).

In der ersten Art wird zur eigentlich als Aufgabenstellung zu erinnernden Gedächtnisspur zumeist zeitlich später eine weitere, konkurrierende und inhaltlich abweichende Spur gesetzt. Die Gedächtnistäuschung entsteht damit durch die Verschiebung der ursprünglichen Gedächtnisspur zur später gesetzten, zweiten, wobei letztere korrekte oder falsche Informationen aufweisen kann (Hell 1993: 14f).

Die zweite Art von Gedächtnistäuschungen besteht aus der verzerrten Reproduktion von Gedächtnisinhalten über eine durch Zusatzinformationen induzierten Perspektive (Hell 1993: 14f).

Diesen Fehlern im Erinnern von Gedächtnisinhalten sind bei der Betrachtung kognitiver Fehlschlüsse und Irrtümern im Rahmen der kognitiven Verarbeitung von Informationen von Bedeutung. Daher soll die traditionelle Zuordnung der einzelnen konkreten Fehlertypen zur Denk- und Urteilspsychologie hier, trotz der diesbezüglicher Kritik, bewusst zum Zwecke einer homogenen Darstellung klassischer experimenteller Befunde und theoretischer Ansätze hier beibehalten werden (Hell 1993: 22ff).¹⁵³

¹⁵³ Siehe hierzu Kap. 8 und 9.

5 Die mentale Repräsentation von Mengen durch Zahlen als Abstraktion

Nunmehr wurde die historische Genese der paradigmatischen Entwicklung der Kognitionswissenschaft unter besonderer Berücksichtigung der hier erfolgten Anwendung statistischer Methoden und Verfahren als Modell menschlichen Denkens sowie die kognitionswissenschaftlichen Grundlagen zur Betrachtung der Repräsentation und Verarbeitung von Information und Wissen dargelegt. Ausgehend von dieser Basis sollen nun folgend die mentale Repräsentation von Mengen durch Zahlen aus kognitionswissenschaftlicher Perspektive ausführlich illuminiert werden. Die allgegenwärtige Selbstverständlichkeit der alltäglichen Zahlenverwendung und der darauf aufbauenden Arithmetik lässt diese in diesem Zusammenhang häufig als vermeintlich zeitlose Form einer abstrakten Realitätsbeschreibung erscheinen und verschießt sich so der hier zugrundeliegenden und zu erzeugenden Einstiegseinsicht der historischen und sozialisationsbezogenen Bedingungsgrößen zum biologischen, kulturellen und individuellen Erwerb der Zahlenverwendung (Damerow 1981: 11ff).

Die Bezüge zur numerischen Darstellung empirischer Befunde im Rahmen angewandter Statistik, bei der Zahlen als Medium und Informationsträger fungieren, ist dabei überaus augenfällig, deren kognitive Repräsentation und Verarbeitung den zentralen Gegenstand dieser Arbeit bilden. Formal betrachtet zeichnet sich die „Welt der Zahlen und Relationen“ als ein Medium, „welches durch die Messung eine vorrangige Stellung in jeder empirisch orientierten Sozialwissenschaft hat“, durch den wohl am stärksten ausgeprägten Organisationsgrad des Mediums aus, welcher sich über die Messung durch einen theoretischen Eingriff unter Modellbildung konstituiert (Gigerenzer 1981: 18).

Im folgenden sollen die kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde zur mentalen Repräsentation numerischer Information dargelegt werden, wobei die biologischen, kulturellen und individuellen Bedingungsfaktoren der Historiogenese und Ontogenese des Erwerbs der Zahlenverwendung zu berücksichtigen sind und eine entsprechende Würdigung erfahren (Damerow 1993: 195ff). Diese Betrachtungsebene erzeugt an Hand der bestehenden wissenschaftlichen Modellierungen und Befunde ein tieferes Verständnis in die kognitiven Restriktionen einer numerischen Darstellung empirischer Befunde in der angewandten Statistik und bildet darüber hinaus einen Beitrag zum kognitionswissenschaftlichen Streit über die Existenz kognitiver Universalien (Damerow 1981: 11; Krämer, S. 1994: 88ff).

5.1 Mengenbildung und Zuordnungen als konzeptionelle Grundlage

Zwei sind Gesellschaft, drei eine Menge

Volksgut¹⁵⁴

Die Mengenbildung von Objekten sowie die Zuordnung von Elementen zueinander bildet eine zentrale konzeptionelle Grundlage der kognitionswissenschaftlichen Modellierung einer exakten Beschreibung komplexer Gegenstände im Rahmen von Kognition und soll somit die hier folgende Betrachtung einleiten (Strohner 1995: 23).

5.1.1 Die Mengenbildung von Objekten

Ausgehend von einem „naiven“ Begriff des Objektes als alles, worauf sich eine sprachliche Aussage beziehen kann, bestimmt sich eine Menge als „eine Ansammlung von Objekten, welche Elemente genannt werden (...) soweit es prinzipiell für jedes Objekt möglich ist zu entscheiden, ob es Element der fraglichen Menge ist oder nicht“ (Strohner 1995: 24). Somit kann für das Verhältnis zwischen Mengen und ihren Elementen folgendes festgehalten werden (Strohner 1995: 24):

- $M = \{x, y\}$: M ist eine Menge aus den Elementen x und y.
- $x, y \in M$: x und y sind Elemente der Menge M.

Die Konstituierung von Mengen erfolgt dabei über die Angabe einer, allen Elemente eine Menge gemeinen, Eigenschaft P, so dass über diese Eigenschaft P Mengen definiert werden können gemäß $M = \{x | P_{(x)}\}$ mit der Aussage, dass M eine Menge der Elemente x darstellt, welche die Eigenschaft P besitzen (Strohner 1995: 24).

Eine weiterführende Betrachtung führt zur Differenzierung größerer Mengen in Teilmengen, wobei die Menge N eine Teilmenge von M ist, wenn für alle $x \in N$ gilt, dass $x \in M$ und somit eine Inklusionsbeziehung zwischen den Mengen N und M entsteht gemäß $N \subset M$ bzw. $M \supset N$ (Strohner 1995: 24). Über die Inklusion beider bestimmten Teilmengen in verschiedene übergeordnete Mengen sind Schnittmengen eigenschaftsbezogen darstellbar, welche die Betrachtung der

¹⁵⁴ Zitiert nach Barrow 1999: 97.

Einteilung von Objekten in Mengen als Ordnung von Objekten der Welt in diesem Rahmen abschließt (Strohner 1995: 24f).¹⁵⁵

5.1.2 Die Zuordnung von Objekten zueinander

Ausgehend von einer Ordnung der Objekte der Welt über die zuvor dargelegte Mengenbildung lässt sich über eine Zuordnung der Objekte zueinander eine gewisse Strukturierung der Welt erzeugen (Strohner 1995: 25). Bei diesen Strukturierungen ist formal zu unterscheiden zwischen dem Cartesischen Produkt, der Relation und der Funktion (Strohner 1995: 25).

Im Falle des Cartesischen Produktes oder Kreuzproduktes werden zwei oder mehr Elemente in sogenannte geordnete Paare oder geordnete n-Tupel zugeordnet (Strohner 1995: 25). Sind M und N wiederum Mengen, so lässt sich $M \times N$ als Cartesisches Produkt der Mengen M und N aller geordneten Paare (x, y) mit $x \in M$ und $y \in N$ bilden gemäß $M \times N = \{(x, y) | x \in M; y \in N\}$ (Strohner 1995: 25).

Bei der Betrachtung von Relationen werden bestimmte Paarbildungen als spezifische Beziehung zwischen zwei Objekten aufgefasst und durch charakteristische Bezeichnungen voneinander unterschieden (Strohner 1995: 25). Eine so entstehende Relation R , welche zwischen Elementen der Menge M und N so erkennbar wird, ist in dieser Perspektive zu bestimmen als Menge all jener Paare, zwischen denen diese spezifizierte Beziehung existiert (Strohner 1995: 25). Somit bildet die Relation R eine Teilmenge des Cartesischen Produktes $M \times N$ gemäß $R \subset M \times N$ (Strohner 1995: 25). Die Betrachtung einstelliger Relationen als Objekteigenschaften eröffnet die Dimension der Skalenverwendung und damit der kognitiven Zahlenverwendung als Messung, welche im folgenden weiter thematisiert werden wird (Strohner 1995: 26).

Die letzte hier zu erwähnende Zuordnung von Objekten zueinander bildet die Funktion als eindeutige Relation in Form einer Abbildung einer Elementmenge auf eine andere, wobei für alle x, y und z gilt, dass aus $(x, y) \in R$ und $(x, z) \in R$ somit $y = z$ folgt (Strohner 1995: 26f). Sind y und x in dieser Form eindeutig zugeordnet, so schreibt man $y = f(x)$ in der Bedeutung, dass y der Wert von x unter der Funktion f darstellt (Strohner 1995: 27).

¹⁵⁵ Zur weiteren zahlentheoretischen Betrachtung nativer Mengen siehe Felscher 1978.

5.2 Der Zahlenbegriff

Als weitere kognitive Annäherung an den Begriff der Zahl soll, bevor dieses relativ späte Kulturwerkzeug des Denkens in seiner Genese aus verschiedenen Hinsichten näher beleuchtet wird, zunächst eine in kognitionswissenschaftlicher Perspektive adäquate Deskription erfahren (Damerow 1981: 27ff; Arnheim 1985: 202f; Barrow 1999: 53ff).

In einer ersten phänomenologischen Herangehensweise bilden zusammengefasste Entitäten eine Anzahl (Dies + Dies + Dies), wobei die Zusammenfassung von Entitäten ihr Erkennen als „Etwas“ sowie eine Differenzierung von „Dies“ und seinem „Anderes“ konstitutiv voraussetzt (Grote 1983: 3ff). Dieses konstituierende Erkennen und Differenzieren von Entitäten ist dabei zu leisten innerhalb einer dynamischen Koexistenz dieser Entitäten in der Realität und einer begrifflichen Unabhängigkeit des „Dies“ von seinem „Anderen“, woraus nicht ein objektiv gegebenes Anfallen, sondern ein pragmatisches Aufgreifen von Realitätsabbildungen bei „frei willentlicher Beliebigkeit des Erfassens“ resultiert (Grote 1983: 5ff; 7). Von dieser Einsicht getragen gelangt die konstruktivistische Perspektive in den Blickpunkt der Betrachtung, welche in Opposition zum gegebenen Mengenbegriff im Sinne von Cantor davon ausgeht, dass eine Menge erst konstruktiv definiert werden muss und diese somit als wesentlich fundamentaler anzusprechen ist als der Vorgang des konkreten Zählens (Cigler 1992: 34ff; Kannezky 2000: 169ff). Die Funktion und der Effekt des mentalen Vorganges des Zählens bildet dabei die Transformation von einer konfusen, heterogenen und unpräzisen Vorstellung einer konkreten Vielheit zu einem abstrakten und homogenen Begriff in Form einer absoluten Anzahl (Ifrah 1991: 45; Ifrah 1992: 38).

Der Versuch einer Definition von Zahlen geht bereits auf Euklid und Aristoteles zurück, wobei Euklid den Begriff der Zahl mit jenen der Einheit und der Menge verband, indem er festhielt: „Zahl ist die aus Einheiten zusammengesetzte Menge“ und „Einheit ist das, wonach jedes Ding eins genannt wird“ (Ebbinghaus; Hermes u.a. 1992: 11). Diese Dichotomie zwischen Einheit und Menge mit ihrem atomistischen Verständnis einer nicht weiter zerlegbaren Einheit begreift diese somit als „Grundlage des Zählens“ und damit als „Ursprung der Zahl“ (Ebbinghaus; Hermes u.a. 1992: 11). Diese am Zählen orientierte Definition von Zahl findet sich auch bei Aristoteles mit den Worten: „Das was in diskrete Teile zerlegbar ist heißt Vielheit, und die begrenzte, endliche Vielheit heißt Zahl“ (Ebbinghaus, Hermes u.a. 1992: 11). Diese Äußerungen bilden die ersten formalen Versuche, sich formal dem „merkwürdigen Faktum“ des seit Urzeiten bestehenden Umgangs des Menschen mit Zahlen anzunähern, wobei die Antwort auf die Frage, was Zahlen sind und das Wesen der Zahl ausmacht, noch heute als weitgehend offen oder zu mindestens als strittig zu betrachten ist (Grote 1983: 3).

5.2.1 Bedeutende Ansätze und Differenzierungen in der mathematischen Zahlentheorie

Wie bereits angemerkt ist die Frage, was Zahlen sind bzw. was als das Wesen der Zahl zu bezeichnen ist, bis heute weitgehend offen und Stand der wissenschaftlichen Debatte innerhalb der theoretischen Mathematik (Grote 1983: 3; Kannezky 2000: 169ff).

Ungeachtet dieser Tatsache soll an dieser Stelle die historische Genese des Zahlenbegriffs mit dem Fokus auf den Gegenstand dieser Debatte innerhalb der Mathematik kurz rekonstruiert werden.

Die Begründung einer im mathematischen Sinne brauchbaren Definition des Zahlenbegriffs erfolgt erst im 19. Jahrhundert, da alle vorherigen diesbezüglichen Bemühungen im antiken Griechenland, im indisch-arabischen Raum und in Europa des 13.-bis 16. Jahrhunderts lediglich Definitionen natürlicher Zahlen auf der Basis des Zählaktes hervorbringen (Ebbinghaus; Hermes 1992: 12ff). Erst später erfolgten grundlegende Präzisierungen des Zahlenbegriffs, wobei nach einer logischen, verbunden mit G. Frege, und mengentheoretischen, verbunden mit G. Cantor und R. Dedekind, eine Axiomatisierung durch G. Peanos erfolgte (Ebbinghaus; Hermes 1992: 13; Kannezky 2000: 169ff).

Gekennzeichnet waren diese Bemühungen durch damit verbundene Ableitungen von Widersprüchen im Rahmen der sogenannten „naiven“ Mengenlehre, wobei als älteste dieser Antinomien, die Antinomie der Menge aller Ordinalzahlen, die auf folgenden drei Theoremen fußt (Kannezky 2000: 169f):

1. „Jede Menge von Ordinalzahlen wird durch die Kleiner-relation „ $<$ “ wohlgeordnet.“
2. „Zu jeder Menge von Ordinalzahlen M gibt es eine Ordinalzahl o , die größer ist als jede Ordinalzahl von M . o heißt auch Ordnungstyp von M .“
3. „Keine wohlgeordnete Menge lässt sich auf einen Abschnitt ihrer selbst eindeutig abbilden.“

Hieraus ist abzuleiten, dass es „zur Menge aller Ordinalzahlen eine Ordinalzahl gibt, die Größer ist als jede Ordinalzahl dieser Menge, also auch als sie selbst, gemäß folgender Ableitung: „Bilde die Menge aller Ordinalzahlen O . Nach (1) wird O durch die Kleiner-relation wohlgeordnet. Der Ordnungstyp von O sei eine Ordinalzahl ν . Nun soll O aber die Menge aller Ordinalzahlen sein, also gilt auch $\nu \in O$. ν ist aber nun gerade der Ordnungstyp von O , ist also nach (2) größer als jedes Element von O . D.h. wiederum, dass dem Abschnitt von sich selbst ähnlich ist, der durch ν bestimmt ist. Das aber bedeutet $\nu \in \nu$ und widerspricht somit (3)“ (Kannezky 2000: 169f).

Ausgehend von dieser Paradoxie wurden weitere solchen Typs wie die Kardinalzahlanterie angeleitet, was zur Antinomie der Allmenge von G. Cantor führt, bei der die Allmenge A als Menge aller Gegenstände definiert ist in Form $x \in A \equiv x = x$, wobei x Variable für beliebige Gegenstände ist (Kannetzky 2000: 170). Demnach ist jede Menge in der Allmenge A enthalten und somit auch die Menge aller Untermengen der Allmenge als die Potenzmenge $P(A)$, so dass gemäß des Satzes von Cantor für die entsprechenden Mächtigkeiten gilt (Kannetzky 2000: 170): $|P(A)| = 2^{|A|}$, also $|P(A)| > |A|$. Da jedoch A mit allen Gegenständen auch alle Mengen enthält müssen $P(A)$ und damit auch alle Elemente von $P(A)$ in A enthalten sein, so dass sich in Konsequenz hieraus für die entsprechenden Mächtigkeiten $|P(A)| \leq |A|$ als ein Widerspruch zum zuvor festgehaltenen ergibt (Kannetzky 2000: 170f).

Nun war es Russel, der den hiermit verbundenen Impuls für die Entwicklung der mathematischen Logik auslöste, indem er erkannte, dass der Ursprung dieser Widersprüche nicht in speziellen Theoremen zu suchen ist, sondern die mathematischen Grundlagen in Gestalt des intuitiven Mengenbegriffs und der damit verbundenen uneingeschränkten Verwendung des Mengenbildungsprinzips betreffen (Kannetzky 2000: 171f). Denn in der Tradition Freges wurde angenommen, dass die Arithmetik vollständig auf die Logik zurückführbar sei, indem arithmetische Grundbegriffe als rein logische Ausdrücke definiert werden und die Axiome der Arithmetik auf der Grundlage der Logik, zu der auch die Mengenlehre subsummiert wurde, bewiesen würde (Kannetzky 2000: 172f). Im Rahmen dieses Versuchs der Rückführung der gesamten Mathematik auf die Logik wurde auf Begriffe der Mengenlehre wie jenem der Elementschäftsbeziehung \in und dem Mengenbildungs- oder Komprehensionsprinzip zurückgegriffen, wobei Letzteres besagt, dass „es zu jeder Eigenschaft bzw. jedem (einstelligen) Prädikat eine Menge gibt, die als ihren Umfang genau die Gegenstände hat, welche die Eigenschaften erfüllen“ (Kannetzky 2000: 172). Dies schien sich zu ergeben aus der Definition des Begriffs der Menge von Cantor aus dem Jahre 1895, der definierte: „Unter einer Menge verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten M unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die Elemente von M genannt werden) zu einem Ganzen“ (zit. nach Kannetzky 2000: 172). Russel konnte nun im Rahmen seiner Paradoxie, die im Gegensatz zu den anderen mengentheoretischen Antinomien nur den Mengenbegriff und logische Konstanten enthielt, zeigen, dass eben dieser Mengenbegriff mit dem enthaltenen Extensionalitäts- und Komprehensionalitätsprinzip als Ursprung dieser Antinomien anzusprechen ist (Kannetzky 2000: 174).¹⁵⁶ Russels Paradoxie

¹⁵⁶ Hierzu ist anzumerken, dass in dem Fall, in dem Mengen Extensionalität aufweisen indem sie durch die Elemente eindeutig bestimmt ist, und über eine „Totalität von Prädikaten“ jedem Gegenstand eine Eigenschaft zugeordnet werden kann, keine Probleme

betraff somit das Mengenbildungsprinzip, wobei er als Lösung dieser seine Typentheorie mit dem hierbei zentralen Zirkelfehlerprinzip vorlegte und damit eine noch heute andauernde mathematische Fachdebatte zum Mengen- und Zahlenbegriff anstieß (Kannetzky 2000: 175ff).¹⁵⁷

Begleitet wurden diese Bemühungen durch eine Ausweitung des Zahlenbegriffs jenseits natürlicher Zahlen um den Bereich der negativen Zahlen zu den Ganzen Zahlen und um den Bereich der Dezimaldarstellung zu den Rationalen Zahlen (Ebbinghaus, Hermes 1992: 18ff). Diese sich an den vier Grundrechenarten der Arithmetik orientierende Entwicklung der Zahlentheorie wurde durch die Berücksichtigung weiterer Rechenoperationen fortgeführt (Rieger 1976).

Als Ergebnis dieser Bemühungen zur Definition und Charakterisierung von Mengen und Zahlen als Grundlage von Mathematik sind nach Wiese (1997) drei Richtungen in der Theoriediskussion auszumachen.¹⁵⁸ Zunächst ist hier die intersektive Analyse zu nennen, welche ausgehend von Freges Ansatz einer logischen Begründung der Mathematik Zahlen als Mengen gleichmächtiger Mengen charakterisiert und somit die Charakterisierung von Anzahlangaben über Referenzmengen begründet (Wiese 1997: 46). Dem gegenüber positioniert sich die iterative Analyse als ein Ansatz, welcher die Annahme spezieller Entitäten Zahlen ablehnt und dem gegenüber Anzahlangaben betrachtet als Referenzen für eine Aufzählung nicht identischer Entitäten, auf die ein Prädikat zutrifft und die somit im Satzzusammenhang wie Russelsche Kennzeichnungen „weganalysiert“ werden können (Wiese 1997: 46). Als weiterer Ansatz ist die relationale Auffassung von Zahlen nach Dedekind zu nennen, der als entscheidendes Charakteristikum von Zahlen die Bildung eines bestimmten Systems bestimmt und davon ausgeht, dass eine Zahl im wesentlichen durch ihre Relation zu anderen Zahlen bestimmt wird und somit zu ihrer Definition keine über diese Relation hinausgehende Attribuierung benötigt (Wiese 1997: 46).

me auftreten. Diese beginnen, wo dieser konstruktive Zugang nicht gegeben ist wie im Falle unendlicher Mengen (Kannetzky 2000: 173f).

¹⁵⁷ Russels Paradoxie sei hier lediglich in der populären Fassung der sogenannten Barbier-Paradoxie dargelegt als folgende Frage: „Der Barbier des Dorfes rasiert genau die Männer des Dorfes, die sich nicht selbst rasieren. Wer rasiert den Barbier?“ (Kannetzky 2000: 175) Wie unschwer zu erkennen kann es eines solchen Barbier ebenso wenig geben wie die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst enthalten (Kannetzky 2000: 175).

¹⁵⁸ Siehe hierzu auch in historischer Perspektive Kannetzky 2000: 181ff.

Schon dieser kurze Überblick über die historische Entwicklung und in die verschiedenen und konkurrierenden Ansätze der Zahlentheorie erhellt den Tatbestand, dass diese aus der mathematischen Theoriebildung stammende Perspektive keinerlei Relevanz für die hier zu behandelnden, kognitionswissenschaftlichen Themenbereich aufweist und sich einer mengenbezogenen Betrachtung von Zahlen aufgrund der damit verbundenen und dargestellten Problembereiche systematisch entfernte, so dass im Sinne einer „Common-Sense Explikation von Zahlen“ eine alternative Herangehensweise, getragen von der Fragestellung zu den kognitiv bedeutenden Eigenschaften von Zahlen, im folgenden hergeleitet und dargestellt werden soll (Wiese 1997: 57; Kannetzky 2000: 169ff).¹⁵⁹

5.2.2 Kognitive Kriterien und Determinanten des Zahlenbegriffs

Die Herleitung und Darstellung einer kognitionswissenschaftlich relevanten „Common-Sence Explikation“ des Begriffs der Zahl soll im folgenden anhand von Determinanten und Kriterien begründet werden (Wiese 1997: 57).

Der Vorgang des Zählens als rein menschliche Fähigkeit ist anzusprechen als ein überaus komplexes, mentales Phänomen, bei dem jedem Element einer Menge von Entitäten ein Symbol zugeordnet wird (Ifrah 1992: 38). Dementsprechend ist das wahrnehmungsbezogene Erfassen und Erkennen von Gruppen und Mengen dem Zählen systematisch vorgelagert und somit elementar (Arnheim 1985: 202). Jedes der in der Zählprozedur verwendeten Symbole stammt dabei aus einem zugrundeliegenden und gegebenen Symbolsystem, so dass jedes Symbol als Ordnungszahl des ihr zugeordneten Elementes anzusprechen ist und die Zahl als Anzahl der Elemente der Menge durch die Ordnungszahl ihres letzten Elements gebildet wird (Ifrah 1992: 38). Daraus ergeben sich drei mentale Voraussetzungen zur Fähigkeit des Zählens im hier gemeinten Sinne (Ifrah 1991: 45f; Ifrah 1992: 39):

- Es muss die Fähigkeit bestehen, jeder Entität aus der Umwelt einen Rangplatz zuzuordnen.
- Es muss die Fähigkeit bestehen, jede hinzugefügte neue Einheit auf die vorangegangene zurückbeziehen zu können.
- Es muss die Fähigkeit bestehen, diese Folgen synchron umzusetzen.

¹⁵⁹ Zwar sind auch aus dem Bereich der Mathematik mengenbezogene Darstellungen zur Zahlentheorie vorhanden, die über diese auch didaktisch motivierte Anschauung auf quantitatives menschliches Denken abheben (Vgl. dazu Felscher 1978). Jedoch stehen diese Darstellungsformen zur Zahlentheorie eher in der angedeuteten philosophischen als kognitionswissenschaftlichen Tradition und sind daher hier nicht weiterführend. Siehe hierzu Kannetzky 2000: 169ff.

Das zentrale Merkmal einer kognitiven Anwendung von Zahlen, welches auch in der Ontogenese und Historiogenese des Zahlenbegriffs wirksam wird, ist verbunden mit dem Begriff der Abbildung (Damarow 1981: 28ff; Damarow 1993: 195ff). Dieser Vorgang der Abbildung beruht in elementarer und nicht abstrakter Hinsicht als Abbildung auf Symbole zunächst auf dem Prinzip der paarweisen Zuordnung oder Bijektion, welche auf den Begriff des Paares zurückgeht und aus der Zuordnung der einzelnen Elemente zweier Mengen zueinander besteht (Ifrah 1991: 34f).

Darauf aufbauend sind folgende Kriterien und Prinzipien zu definieren, denen eine Prozedur genügen muss, um als Zählprozedur zu gelten (Wiese 1997: 104f):

- Das Prinzip der eindeutigen Abbildung als Regelung der Zuordnung von Zahlen auf die zu zählenden Entitäten.
- Das Prinzip der sequenziellen Ordnung der Zählsequenz als Voraussetzung einer numerischen Abbildung.
- Das Prinzip der beliebigen Anordnung der zu zählenden und damit abzubildenden Entitäten.
- Das Prinzip der Kardinalität als Nutzung der abschließend zugeordneten Zahl zur Angabe der numerischen Quantität der gezählten Menge.

Das Metakriterium zur Anwendung und Umsetzung dieser Zählprinzipien bildet das Prinzip der Abstraktion als Generalisierung dieser Prinzipien auf beliebige Mengen über die Festlegung, dass diese Zählprinzipien keine Attribute der gezählten Entitäten spezifizieren (Wiese 1997: 105).

Von erschließender Bedeutung für die Annäherung an diesen kognitiven Prozess der Abbildung von Elementen einer Menge auf numerische Symbolsysteme ist dabei die Beschreibung dieser kognitiven Anwendung von Zahlen als die eines externen, kulturellen Artefaktes oder einer Kulturtechnik, die nicht nur das Memorieren und Kommunizieren von Resultaten ermöglicht, sondern als externer „Intelligenzverstärker“ eine Geistes-technik mental konstituiert und die Art und Weise des Denkens beeinflusst (Krämer, S. 1994: 88ff).

5.2.2.1 Das Prinzip der Abstraktion

Zentrales Kriterium einer kognitiven Explikation des Begriffs der Zahl und damit auch der mentalen Bildung und Abwendung von Zahlen bildet der Vorgang der Abstraktion.

Diese Umsetzung des Prinzips der Abstraktion als Metakriterium der Anwendung der zuvor dargelegten vier Prinzipien einer Zählprozedur bedeutet die mentale Realisation dieser Zählprinzipien, ohne dass diese Attribute der zu zählenden Entitäten spezifizieren oder als deren Merkmale oder Charakteristika die Anwen-

dung der Zählprozedur determinieren (Wiese 1997: 105). Alles Unterscheidbare wird dem entsprechend unter diesem Metakriterium unabhängig von den zu zählenden Dingen als Zuordnung zu einer Zählreihe zählbar (Menninger 1979 Bd. 1: 17f).

Diese externe Manifestation der kognitiven Leistung der Abstraktion in Form des Zählens ist dabei lediglich vermeintlich selbstverständlich gegeben, obgleich Abstraktion allgemein als Verdichtung und quantitative Reduktion von Information ein zentrales Merkmal und Grundlage effektiver mentaler Informationsverarbeitung darstellt (Menninger 1979 Bd. 1: 41; Seel 1999: 36).

Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, dass ein abstrakter Quantitätsbegriff, dem das Metakriterium der Abstraktion zugrunde liegt, eine notwendige Bedingung für die Ausbildung eines Zahlbegriffs darstellt. Dies ist jedoch insoweit zu relativieren, dass in historischer und kulturübergreifender Perspektive anfänglich die Zuordnung von Zahlwörtern und Symbolen in spezifischer Form in Bezug zur gezählten Entität erfolgte und diese quantitativen Zuordnungen dabei häufig Eigenschaften der gezählten Menge beschreiben (Neugebauer 1969: 83). Als Erklärung für dieses Phänomen wird die innigere Verbundenheit mit den zu zählenden Entitäten angeboten, welche zu individuell bekannten Elementen einer Menge und damit einer anderen Zielsetzung des Zählens führt (Neugebauer 1969: 83; Menninger 1979 Bd. 1: 41ff; Arnheim 1985: 199f; Barrow 1999: 71ff). Die gänzlich abstrakte, numerische Erfassung von Quantitäten sind als relativ spätes kulturelles Artefakt anzusprechen, dessen Anwendung und Bedeutung mit steigendem Zivilisationsgrad und fortschreitender Industrialisierung zunimmt (Grote 1983: 114). Die in Relation zur numerischen Anzahlerfassung differierende Zielsetzung einer quantitativen Mengenbestimmung resultiert aus einer nicht erfolgten bzw. beginnenden Herauslösung aus den unmittelbaren Naturverbindungen, welche ohne den Anschein von Rückständigkeit auch als „Gleichgewicht mit der Natur“ beschrieben werden kann (Grote 1983: 115). Die zuvor beschriebene, fehlende oder beginnende anzahlbezogene Erfassung von Mengen ist somit nicht als wie auch immer geartet „rückständig“ oder „primitiv“ anzusprechen, da in kulturübergreifender Betrachtung einfach die Notwendigkeit und somit die Veranlassung fehlt, numerische Quantitätsbestimmungen zu erlernen und anzuwenden (Grote 1983: 115).¹⁶⁰

¹⁶⁰ Als Beleg seien anthropologische Berichte von dem Versuch einer Vermittlung des Zählprozesses bei Indianern herangezogen, welche dies als „sehr überflüssig“ und „wunderliche Zumutung“ empfanden (Grote 1983: 117).

Darüber hinaus ist die nicht anzahlbezogene Erfassung von Mengen sowie eine objektspezifische Bestimmung und Benennung von Mengen auch in unserer Kultur parallel zur zahlenbezogenen als alltägliches Faktum zu beobachten (Grote 1983: 114f).¹⁶¹

5.2.2.2 Das Prinzip der Rekursivität und die Unendlichkeit

Der Vorgang des Zählens im hier gemeinten Sinne als einer Zuordnung von Entitäten auf Zahlen, welche einem System aus einander übergeordneten Zahleinheiten als Anordnung von Zahlenbegriffen in einer konstanten Abfolge entstammen, beruht auf dem Prinzip der Rekursion (Ifrah 1992: 39f).

Der Grundgedanke dieses Prinzips begreift die ganzen Zahlen als Menge abstrakter Einheiten, welche ausgehend von der gegebenen ersten Einheit durch das schrittweise und einzelne Hinzufügen weiterer Einheiten gebildet werden (Ifrah 1991: 42; Ifrah 1992: 40). Grundlegende Charakteristik einer Zählreihe ist somit das Gesetz des potenziell unendlichen Fortgangs des ihr zugeordneten Zählprozesses (Menninger 1979 Bd. 1: 18). In Bezug zum zugrundeliegenden und angewendeten Zahlensystem bedeutet dies, dass dieses eine interne rekursive Struktur aufgrund rekursiver Regeln aufweist, welche die Ordnung und potenzielle Unendlichkeit von Zahlen konstituieren (Wiese 1997: 59f).

Die kognitive Konsequenz hieraus bildet die Tatsache, dass das abstrakte begreifen einer Zahl die Aneignung der vorangegangenen Zahl voraussetzt (Ifrah 1992: 40).

5.2.2.3 Das Prinzip der Kardinalität und die Ordinalität der Zahlen

Das Resultat der Zählprozedur in Form ganzer Zahlen besitzt zwei komplementäre Dimensionen als den kardinalen Aspekt auf der Grundlage der paarweisen Zuordnung und den ordinalen Aspekt, welcher zudem die Folge der natürlichen Zahlen voraussetzt (Ifrah 1992: 40f). Im exemplarischen Beispiel wäre also die numerische Angabe in der Aussage „der Januar hat 31 Tage“ als Anzahl der Entitäten Tage und damit als Kardinalzahl anzusprechen, wohingegen die gleiche numerische Aussage als Datum „31. Januar“ eine rangbezogene Ordinalzahl dar-

¹⁶¹ In diesem Zusammenhang bedeutend sind experimentelle Befunde zu Abstraktionsprozessen, welche eine kognitive Bevorzugung von Abstraktionen nach Figur und Farbe als nach Zahl und Elemente belegen (Külpe 1971: 162ff). Eng mit der mentalen Realisation des Metakriteriums der Abstraktion für das Prozedere des Zählens ist die Mystifizierung von Zahlen jenseits ihrer quantitativen Bedeutung verbunden, welche entstand aufgrund der Tatsache, dass Zahlen „das erste „konkrete Abstraktum“ waren, mit dem Menschen in Berührung gekommen sind“ (Bindel 1998; Barrow 1999: 165ff; Basieux 1999: 63).

stellt (Ifrah 1991: 46f; Ifrah 1992: 40f). Der kardinale Aspekt bezieht sich somit auf die Gesamtzahl einer Menge von Entitäten und der ordinale auf die Anordnung (Barrow 1999: 68).¹⁶²

Die mentale Leistungsfähigkeit der Zählprozedur und deren Ergebnisse resultiert insbesondere aus der kognitiven Flexibilität des Wechsels der Betrachtungsebene zwischen Kardinal- und Ordinalzahlen und deren Gleichsetzung, da Erstere in der alltäglichen Bedeutung dominieren und Letztere die Grundlage der Arithmetik bilden (Ifrah 1992: 41; Eschenbach 1995: 17ff).¹⁶³ Diese Unterscheidung ist anzusprechen als „der erste Schritt zu einer abstrakten Sicht des Zählens als einer Beziehung *zwischen* Größen und nicht nur einer Abzählung *von* Größen“ (Barrow 1999: 68). Diese Erweiterung und Veränderung des Zahlbegriffs, in dem z.B. das Resultat einer Subtraktion von n Elementen um n nicht als „keine“, sondern als „null“ oder „0“ bestimmt und benannt wird, leitet anspruchsvollere Prozesse des numerischen und arithmetischen Denkens sowie eine Erweiterung des Zahlenbegriffs jenseits natürlicher Zahlen ein und bildet so ihre Grundbedingung (Krämer, S. 1994: 94f; Seife 2002).

5.3 Die Zahlenverwendung des Menschen als Messung

Die klassische Betrachtung des Begriffes der Messung, mit seinen wissenschaftstheoretischen Grundlagen, erkenntnistheoretischen Bezugnahmen und methodologischen Implikationen, definiert diesen als „der Prozeß, in dem in der Wissenschaft Eigenschaften durch Zahlen repräsentiert werden“ (Coombs; Dawes; Tversky 1975: 19ff). In diesem Begriff der Messung, welcher das heutige Bild quantitativer Wissenschaft prägt, verbindet sich in subtiler Weise dieser Schlüsselbegriff mathematisch-theoretischen Denkens mit der Praxis des Messens und Rechnens, deren Bedeutung für die empirische Wissenschaft offensichtlich ist, zu einem schillernden Konglomerat (Niederée 1992: 3). In Anlehnung hieran wird in bewußter Vernachlässigung als auch in Ermangelung einer metatheoretischen Analyse der modellbildenden Funktion der Messung in wissenschaftstheoretischer und methodologischer Hinsicht hier lediglich ihre Werkzeugfunktion betrachtet (Gigerenzer 1981: 28ff). Diese Herangehensweise findet seine Entsprechung zur Betrachtung der kognitiven Anwendung von Zahlen und Zahlensystemen als Kul-

¹⁶² Hierzu ist anzumerken, dass die historische Ausbildung der Betrachtung dieser beiden Aspekte von Zahlen mit den ihr zugrundeliegende Zahlenbegriff sich überaus komplex vollzog von einem kardinalen Ausgangspunkt zu einer ordinalen Erweiterung, wobei die philosophische Thematisierung des Zahlenbegriffs den umgekehrten Weg nahm (Neugebauer 1969: 93).

¹⁶³ Vgl. zu Kardinalzahlen und Ordinalzahlen in mathematischer Perspektive einleitend Potter 1994.

turwerkzeuge des Denkens und wird so in diesem Nexus erklärlich (Coombs; Dawes; Tversky 1975: 22ff; Arnheim 1985: 203; Krämer, S. 1994: 88ff).

Messen wird im Allgemeinen als „die Zuordnung von Zahlen zu bestimmten Eigenschaften (Merkmalen) von Objekten, Subjekten oder Prozessen nach bestimmten Regeln unter ausschließlicher Verwendung von Skalen nach definierten Maßeinheiten“ definiert (Rogge 1995: 83). Der Begriff der Messung beschreibt somit den Prozess der „Abbildung einer Menge von Objekten auf eine Menge von Zahlen, wobei die jeweils zugeordnete Zahl die Ausprägung oder den Wert einer bestimmten Eigenschaft der Objekte widerspiegelt“ (Wiese 1997: 34). Diese Definition enthält die grundlegende Annahme einer repräsentationstheoretischen Betrachtung von Messung, welche diese als strukturtreue Abbildung von Eigenschaften der empirischen Menge auf eine Menge von Zahlen beschreibt (Wiese 1997: 34). Die Grundlage dieser Abbildung eines empirischen Relativs auf ein numerisches bilden Klassifikationen als Einteilung einer Gesamtheit von Objekten, Subjekten oder Prozessen in Klassen oder Kategorien (Rogge 1995: 83f). Bei dieser Zuordnung von Zeichen (Zahlen) zu Objekten, Subjekten oder Prozessen besitzt die Skalierung die zentrale Funktion der Umsetzung der inhaltsorientierten Skalenkonstruktion als immanente Regeln der Abbildung (Rogge 1995: 83). Grundgedanke des Konzeptes der Messung ist die Repräsentation von Dingen oder „Größen“ durch Zahlen in einer Form, die bestimmte „natürliche“ Beziehungen zwischen diesen Entitäten durch gewisse numerische Beziehungen zwischen den sie repräsentierenden Zahlen abbildet (Niederée 1992: 3).

Die Relevanz dieses Konzeptes der Messung ist nicht auf den Bereich der Wissenschaftstheorie, Methodologie und Mathematik beschränkt, da dieses ebenfalls die Grundlage zur Erschließung von konzeptueller Strukturen der kognitiven Verwendung von Numeralkonstruktionen bildet (Eschenbach 1995: 21; Wiese 1997: 17f). Diese Auffassung kognitiver Numeralkonstruktionen als Messausdrücke auf einer messtheoretischen Grundlage ermöglicht ihre Betrachtung unter einem einheitlichen Blickwinkel und können so unter Berücksichtigung der diesen Messungen zugrundeliegenden jeweiligen Skala beschrieben und klassifiziert werden (Wiese 1997: 18). Das Resultat dieser in Bezugsetzung messtheoretischer und kognitionswissenschaftlicher Ansätze bildet die Explikation strukturbezogener Charakteristika, welche für die Modellierung von kognitiven Numeralkonstruktionen einschlägig sind (Eschenbach 1995: 21f). Dieser Ansatz begreift Zahlen somit als „Bilder“ bei und von Messungen, so dass alle wesentlichen Eigenschaften von Zahlen unter einer messbezogenen Betrachtung dargestellt werden können (Wiese 1997: 58).

5.3.1 Zahlenverwendung als Abbildungsfunktion und Homomorphismus

Der in der Mathematik fundamentale Begriff der Abbildung entstand dort früher als jener der Menge, wurde hier jedoch zunächst in relativ unpräziser und anschaulicher Weise verwendet (Cigler 1992: 9). Als Abbildung f von einer Menge A in eine Menge B wird zunächst eine linkstotale, rechtseindeutige Zuordnung gemäß $f: A \rightarrow B$ verstanden, wobei jedem Element aus A $\alpha \in A$ ein eindeutig bestimmtes Element $f(\alpha) \in B$ zuordnet ist (Gigerenzer 1981: 43; Cigler 1992: 10). Besteht die Menge B speziell aus Zahlen, handelt es sich also um eine numerische Abbildung, so bezeichnet man diese als Funktion oder entsprechend als Abbildungsfunktion (Cigler 1992: 10).

Die Explikation der Zahlenverwendung als Abbildungsfunktion steht im Kontext der Definition der Messung, welche diese als Abbildung eines numerischen Relativs auf ein empirisches Relativ bezeichnet (Niederée 1992: 36; Steyer; Eid 1993: 87ff; Wiese 1997: 34f). Die Messtheorie differenziert somit zwischen empirischen Strukturen, die sich auf die empirischen Objekte und deren empirisch gegebenen Relationen beziehen, und numerischen Strukturen, welche als numerische Bereiche und Relationen als Trägermenge der Abbildung fungieren, und stellt darauf aufbauend die Frage nach der Existenz einer Repräsentation (Niederée 1992: 37).

Das numerische Relativ ist dabei definiert als ein System $N = \langle B, R_1, \dots, R_s \rangle$, welches eine Menge numerischer Objekte B in Form von Zahlen oder Vektoren umfasst, die mindestens eine numerische Relation R_1 enthält (Gigerenzer 1981: 36). Synonym werden hierzu die Begriffe numerisches System oder numerisches Relationen-System verwendet (Gigerenzer 1981: 36). Die Objektmenge des numerischen Relativ bildet die Menge der reellen Zahlen bzw. Teilmengen derselben wie die der natürlichen Zahlen als Teilmenge der ganzen Zahlen (Gigerenzer 1981: 37). Diese Menge der ganzen Zahlen lässt bei der Vereinigung mit dem Bereich der Brüche die Menge der rationalen Zahlen entstehen, welche wiederum im Verbund mit der Menge der irrationalen Zahlen die Menge der reellen Zahlen generiert (Gigerenzer 1981: 37). Die numerischen Relationen des numerischen Relativs sind herzuleiten aus dem kartesischen Produkt $A_1 \times A_2$ zweier Mengen A_1 und A_2 als Menge aller so generierten geordneten Paare (a, b) , deren erstes Element aus der Menge A_1 und deren zweites Element aus A_2 stammt (Gigerenzer 1981: 37). Eine Relation ist in Entsprechung dessen definiert „als die Menge aller Paare (Tripel usw.), die zueinander in einer bestimmten Beziehung stehen“ (Gigerenzer 1981: 37).

Das empirische Relativ, das synonym als empirisches System oder empirisches Relationen-System bezeichnet wird, besteht aus mindestens einer Menge empirischer Entitäten und mindestens einer empirischen Relation (Gigerenzer 1981: 38). Die Objektmenge des empirischen Relativs wird in der Repräsentationstheorie der Messung als gegeben vorausgesetzt und weist in Entsprechung hieran keine formalen Einschränkungen für die Konstruktion auf (Gigerenzer 1981: 38ff). Die Relationen im empirischen Relativ, auch als Bedeutungskomponente oder Merkmal bezeichnet, beruht wie die Dimensionierung der Objektmenge auf einer Konstruktion, welche auf der Basis wissenschaftlicher oder alltäglicher Aussagensysteme begründet werden müssen (Gigerenzer 1981: 40f).

Die Frage der Repräsentation als bedeutungsrelevante und strukturerhaltende Abbildung eines empirischen Relativs auf ein numerisches Relativ thematisiert damit die strukturellen Ähnlichkeiten von empirischen Erfahrungstatsachen in Form von Objekten, Ereignissen und Phänomenen mit numerischen Strukturen in Form von Zahlen und untersucht, welche Bedingungen im empirischen Relativ realisiert sein müssen, damit ihre Abbildung auf das numerische Relativ in einer Weise dargestellt und begründet werden kann, „so das diese numerische Struktur als Repräsentation der empirischen Struktur angesehen werden kann“ (Eschenbach 1995: 176). Es müssen somit Beziehungen und Strukturen im empirischen Relativ evident sein, um diese in äquivalente Zahlenrelationen überführen zu können (Steyer; Eid 1993: 1ff; 87ff; Rogge 1995: 289).

Die Begründung der Existenz einer solchen Repräsentation im Sinne einer strukturtreuen Abbildung von Dingen oder „Größen“ durch Zahlen erfolgt dergestalt, dass bestimmten „natürlichen“ Bezeichnungen zwischen den Dingen „gewisse numerische Beziehungen zwischen den sie repräsentierenden Zahlen entsprechen“ (Niederée 1992: 3f). Eine solche strukturerhaltende Abbildung wird auch als Homomorphismus bezeichnet (Niederée 1992: 3; 37; Eschenbach 1995: 176; Wiese 1997: 35). Besteht somit ein Homomorphismus zwischen einem empirischen Relativ A und einem numerischen Relativ B, so wird A von B repräsentiert (Gigerenzer 1981: 45).

Dabei wird zunächst zwischen einer homomorphen Abbildung und einer isomorphen Abbildung unterschieden, wobei in ersterer mehrere Angehörige des empirischen Relativs gleiche Zahlenzuordnungen im numerischen Relativ in Form einer eindeutigen Abbildung zugeordnet werden. (Rogge 1995: 84). Eine homomorphe Abbildung spezifiziert den Begriff der Abbildung somit der Gestalt, dass „empirische Objekte nicht einfach nur auf Zahlen abgebildet werden, sondern dies so geschieht, dass die empirischen Relationen gleichzeitig in den numerischen Relationen erhalten bleiben“ (Gigerenzer 1981: 45).

Im Falle einer isomorphen Abbildung sind die Zuordnungen zwischen empirischem und numerischem Relativ umkehrbar eindeutig, eineindeutig oder bijektiv, d.h. die Transformation zwischen den Relativen führt richtungsunabhängig zu einer und nur einer Zuordnung (Cigler 1992: 11; Rogge 1995: 84). Die Existenz einer homomorphen Abbildung ist dabei für die Konzeption des Messens hinreichend (Rogge 1995: 84).

5.3.2 Kognitive Skalenverwendung

Unter bewusster Vernachlässigung der Diskussion zu den wissenschaftstheoretischen und methodologischen Grundprobleme der Messung und der Messtheorie, wie dem Repräsentationsproblem, dem Eindeutigkeitsproblem, dem Bedeutungsproblem und dem Skalierungsproblem, werden numerische Abbildungen unabhängig ihrer homomorphen oder isomorphen Charakteristik als Skala bezeichnet (Eschenbach 1995: 178; Rogge 1995: 84).¹⁶⁴

Eine Skala ist demnach ein komplexes und spezifiziertes System aus empirischem Relativ, numerischem Relativ und einem Homomorphismus zwischen diesem beiden Relativen (Eschenbach 1995: 176). Dies begründet sich in der Definition und Deskription von Skalen anhand von Konstruktionsvorschriften für Messinstrumente, welche essentiell mit dem Begriff der Messung verbunden sind (Eschenbach 1995: 178). Sie beschreibt in dieser Perspektive eine Klasse von Messinstrumenten, welche auf der Grundlage identischer Konstruktionsvorschriften begründet wurden (Eschenbach 1995: 178). Dieses klassische zweigliedrige Modell der Repräsentationstheorie der Messung soll, ungeachtet der diesbezüglichen Kritik und Erweiterung zu einem dreigliedrigen Modell, unter Einbeziehung der Subjekte hier als Grundlage dienen (Gigerenzer 1981: 84ff).

Der hierauf angewendete und realisierte Skalentyp ist bestimmt durch die Eindeutigkeit der zugrundeliegenden homomorphen Abbildung und ist eingebettet in die hierarchische Ordnung der Skalentypen, welche die Leistungsfähigkeit der unterschiedenen Skalen spezifiziert (Rogge 1995: 87). Diese homomorphe Abbildung soll dabei dem Kriterium der Bedeutsamkeit genügen, welches erfüllt ist, wenn die in der Messung zugeordneten Zahlen die Ausprägungen oder Realisationen des relevanten Merkmals der Objekte repräsentieren (Wiese 1997: 35). Dies bedeutet, dass Messung auf bestimmte Relationen innerhalb des Systems der natürlichen Zahlen rekuriert, um die bedeutenden Relationen der Objekte abzubilden, wobei die angewendeten Messarten in Form von Skalen jene bestimmten Relationen der natürlichen Zahlen spezifiziert (Wiese 1997: 35f).

¹⁶⁴ Vgl. dazu einführend Gigerenzer 1981: 47ff; Steyer; Eid 1993: 1ff; 87ff; Rogge 1995: 86ff; 288ff.

Eine bedeutende Differenzierung von Messarten, auf die in der Beschreibung einzelner Konzepte der Zahlenverwendung zurückzukommen sein wird, bildet die Unterscheidung zwischen direkter, fundamentaler oder extensiver und indirekter, abgeleiteter oder nicht-extensiver Messung (Steyer; Eid 1993: 88ff; Rogge 1995: 84f; Wiese 1997: 39).¹⁶⁵ In hier hinreichender Annäherung ist die fundamentale Messung extensiver Merkmale durch die Möglichkeit charakterisiert, in unproblematischer Weise eine direkte Zuordnung von Merkmalsausprägungen im empirischen Relativ zu Zahlen im numerischen Relativ darstellen zu können (Rogge 1995: 84f; Wiese 1997: 39). Impliziter Grundgedanke ist hierbei die Annahme, dass die angesprochene Skala bzw. die entsprechenden quantitativen Konzepte im jeweiligen Kontext „einen – wie auch immer gearteten – `grundlegenden` Charakter“ aufweisen (Niederée 1992: 29). Im Gegensatz dazu ist im Fall der abgeleiteten Messung nicht-extensiver Merkmale eine derartige, unproblematische und direkte Zuordnung nicht möglich und muss erst indirekt über die Verknüpfung mit einem weiteren Objekt, welches eine bekannte und definierte Ausprägung des Merkmals aufweist, begründet werden (Rogge 1995: 84f; Wiese 1997: 39). Die quantitativen Formen der Messung, welche vor der Integration des Skalenkonzeptes exklusiv die Etikettierung als Messung inne hatten und auch heute noch als Messung im engeren Sinne bezeichnet werden, sind in dieser Erweiterung durch die nominalen und ordinalen Arten der Messung zu ergänzen (Gigerenzer 1981: 115f; Wiese 1997: 39f).

Zur ersten Orientierung ist die folgende Tabelle zur Anschauung gebracht, welche die Bezugnahme verschiedener Aspekte natürlicher Zahlen zu den Skalentypen sowie deren Zuordnung zu den Arten von Messungen darstellt und darüber hinaus die entsprechenden Konzepte von Numeralkonstruktionen enthält, die als natürlichsprachliche Ausdrücke von Messungen in der Rekonstruktion der historischen Genese und des individuellen Erwerb der Zahlenverwendung von Bedeutung sein werden (Eschenbach 1995; Wiese 1997: Abb. 9):

¹⁶⁵ Zur wissenschaftstheoretischen und methodologischen Diskussion, ob fundamentales Messen immer extensives Messen ist, sei verwiesen auf Niederée 1992: 29ff.

<u>Relevante Aspekte natürlicher Zahlen:</u>	<u>Skalentyp:</u>	<u>Art der Messung:</u>	<u>Numeralkonstruktionen/ sprachlicher Ausdruck</u>
<u>Quantitativ:</u> Jede Zahl als Abbildung bildet den Abschluss einer quantitativ definierten Teilsequenz natürlicher Zahlen.	<u>Absolutskala</u>	<u>Numerische Quantifizierung</u>	<u>Kardinalkonstruktion 1:</u> Zählkonstruktion (z.B.: 1000 Blatt Papier)
	<u>Verhältnis- skala/ Intervall- skala</u>	<u>Messen im engeren Sinne:</u> a. direkte Messung b. indirekte Messung.	<u>Kardinalkonstruktion 2:</u> Messkonstruktion a. extensive: (z.B.: 4 Kg, 3 m, 7 KW, 4 h) b. nicht extensive: (z.B.: Temperatur von 4 Celsius)
<u>Ordinal:</u> Jede Zahl als Abbildung besitzt eine bestimmte Position innerhalb natürlicher Zahlen.	<u>Ordinal- skala</u>	<u>Ordinale Messung:</u> Nummerierung als Rangangabe	<u>Ordinalkonstruktion:</u> (z.B.: 3er Läufer im Rennen)
			<u>Nummernkonstruktion 1:</u> (z.B.: die Nr. 1 in meinem Leben)
<u>Nominal:</u> Jede Zahl als Abbildung in von allen anderen natürlichen Zahlen unterschieden.	<u>Nominal- skala</u>	<u>Nominale Messung:</u> Nummerierung als Identifikation	<u>Nummerkonstruktion 2:</u> (z.B.: Meier zwei)

Tab. 11: Aspekte natürlicher Zahlen, Skalen, Messarten und Numeralkonstruktionen

Die in dieser Tabelle enthaltenen sprachlichen Ausdrücke oder Numeralkonstruktionen sind, wie Zahlterme, traditionell im Sinne einer referenzbasierter Namenstheorie als Benennungen für abstrakt-mathematische Zahlen aufzufassen und referieren somit auf sie (Niederée 1992: 32; Wiese 1997: 42). Entsprechend dieser Klärung werden konkrete, mündliche sowie schriftliche Zählzeichen Gegenstand der Betrachtung sein mit dem Ziel, die auch kognitive Beschaffenheit dieser Mittel näher zu beschreiben (Damerow 1981:28; Ifrah 1991: 47f).

Aufbauend auf diese Grundlegung soll im folgenden die quantitativen sowie die nominalen und ordinalen Bezugsrahmen der Zahlenverwendung expliziert werden.

5.3.2.1 Die Konzepte Nummerierung und Rang: Nominal- und ordinalskalierte Bezugnahmen

Zunächst gelangen die nominalen und ordinalen Formen der Zahlenverwendung als Nummerierungen mit ihren messtheoretischen Grundlagen in den Blickpunkt der Betrachtung. Das Konzept der Nummerierung besagt dabei zunächst, dass die in der Messung der empirischen Entität zugewiesene Zahl die Ausprägung des gemessenen Merkmals bezeichnet, wobei im Falle ordinaler Nummerierung

gen der Rang als Stellenwert innerhalb einer bestimmten Menge und im Falle nominaler Nummerierungen eine identifizierende Zuordnung zur Identifikation gebildet wird (Wiese 1997: 40f). Bei dieser messbezogenen Spezifizierung auf die nominalen und ordinalen Aspekte natürlicher Zahlen findet somit das Zählprinzip der Kardinalität keine Anwendung, da ein Numeral keiner Objektmenge, sondern einem Element aus einer solchen zugewiesen wird (Wiese 1997: 123f).

Bei dem Konzept der nominalen Nummerierung beruht die Zahlenverwendung auf dem nominalen Aspekt natürlicher Zahlen, indem diese wohlunterschiedenen Elemente einer Zählsequenz zur identifikatorischen Abbildung herangezogen werden (Wiese 1997: 128).¹⁶⁶ Der empirische und kognitive Ausgangspunkt der Verwendung eines Nominalskalenmodells bildet eine Relation R , welche einer Äquivalenzrelation entsprechen muss und z.B. über Indifferenzurteile als Ergebnis eines vollständigen Paarvergleichs aller Elemente einer Menge U begründet wurde (Steyer; Eid 1993: 13ff). Fragestellung und Ziel ist es hierbei, die Objektmenge zu klassifizieren, indem jedem Element u aus der Menge U eine Klasse zugeordnet wird (Steyer; Eid 1993: 13). Diese Klassenzuweisung von Elementen u einer Objektmenge U besteht aus der Bildung von Paaren $\langle u, v \rangle$ gemäß der zugrundeliegenden Relationsvorschrift der zu bildenden Nominalskala (Steyer; Eid 1993: 14). Die Anzahl der so gebildeten Klassen oder die Wertemenge B sei im dichotomen Fall gegeben durch $B := \{a, b\}$ (Steyer; Eid 1993: 14). Die Abbildung einer Nominalskala $f : U \rightarrow B$ als Abbildung des empirischen auf ein numerisches Relativ erfolgt somit in hier gewählten dichotomen Fall gemäß:

$$f(u) := \begin{cases} a, & \text{falls } \langle u, v \rangle \in R \\ b, & \text{andernfalls} \end{cases} \Bigg\} u \in U .$$

Die messtheoretische Begründung dieser Abbildungsvorschrift als eine relationsbewahrende Abbildung erfolgt über die Erfüllung des Fundamentalgesetz des Nominalskalenmodells gemäß

$$uRv \leftrightarrow f(u) = f(v), \text{ für alle } u, v \in U ,$$

¹⁶⁶ Eine diesbezügliche Unterscheidung zwischen identifikatorischen und klassifikatorischen Nominalskalen in Anlehnung an Torgerson ist dabei zu vernachlässigen (siehe Gigerenzer 1981: 131ff).

was gleichbedeutend ist mit der Annahme einer identischen Zuordnung derjenigen Objektpaare, welche in der Relation R stehen und einer differierenden Zuordnung im Falle von Objektpaaren, für die diese Relation nicht zutrifft (Steyer; Eid 1993: 16f; 33ff). Somit sind folgende vier Regeln zur Konstruktion einer Nominalskala zu benennen (Steyer; Eid 1993: 15):

- Der Beginn erfolgt über eine (im Prinzip willkürlichen) Zuordnung eines beliebigen Namens/ Zahl a zu einem beliebigen Objekt u – hier genannt v aus der Objektmenge U .
- Danach werden allen anderen Objekten u aus U , die mit v in der Relation R stehen, der gleiche Name/ die gleiche Zahl a zugeordnet.
- Anschließend wird einem beliebigen verbliebenen Objekt w aus U , das mit v somit nicht in der Relation R steht, ein von a verschiedener Name/ verschiedene Zahl zugeordnet.
- Darauf aufbauend wird allen andern Objekten u aus U , die mit w in der Relation R stehen, der gleiche Name/ die gleiche Zahl b zugeordnet etc.

Dieses Prozedere wird so lange fortgesetzt, bis eine erschöpfende Klassifizierung der Objekte u aus U gemäß einer Relation R , welche einer Äquivalenzrelation entsprechen muss, durchgeführt wurde (Steyer; Eid 1993: 14f; 33ff).

Dieses Konzept der Nummerierung auf Nominalskalenniveau rekrutiert somit auf dem nominalen Aspekt von Zählsequenzen als die Tatsache, dass Zahlen voneinander wohlunterschiedene und in ihrer Referenz nicht festgelegte Entitäten bilden, welche daher wie Eigennamen bzw. Merkmalsausprägungsbezeichnungen zur Identifikation von Objekten dienen können (Wiese 1997: 128). Zahlen erfüllen in diesem Rahmen damit keine explizit zahlenspezifische Funktion, sondern wurden in dieser Anwendung auf eine ihrer fundamentalsten Eigenschaften in Form der Unterschiedlichkeit reduziert (Wiese 1997: 128).

Im Falle des Konzepts der ordinalen Nummerierung beruht die Zahlenverwendung auf dem nominalen und ordinalen Aspekt natürlicher Zahlen, indem die wohlunterschiedenen und mit Ranginformation ausgestatteten Elemente einer Zählsequenz zur Abbildung der Stellenwerte der Objekte einer bestimmten Menge genutzt werden (Wiese 1997: 40). Ausgehend von der Fragestellung einer Rangordnung der betrachteten Objekte u der Menge U besteht der Ausgangspunkt für die Konstruktion und Anwendung eines Ordinalskalenmodells somit aus zwei Relationen, welche auf der Objektmenge erzeugt werden (Steyer; Eid 1993: 47). Diese zwei Relationen R bestehen aus R_1 als einem Indifferenzurteil im Sinne einer Äquivalenzrelation und R_2 als einem Präferenzurteil im Sinne einer strengen Ordnungsrelation, welche wie in Nominalskalenmodell auf der Objektmenge über den Paarvergleich $\langle u, v \rangle$ angewendet werden (Steyer; Eid 1993: 48f; 71ff).

Die Konstruktion einer Ordinalskala erfolgt davon ausgehend über die Bestimmung der Wertemenge B gemäß beispielsweise $B = \{1,2,3\}$ über die Begründung einer Abbildungsfunktion $f : U \rightarrow B$, wobei folgende Regeln beachtlich sind (Steyer; Eid 1993: 49):

- Falls ein Paar $\langle u, v \rangle$ in der Relation R_1 (Äquivalenzrelation) steht, so muss beiden Elementen eine identische Zahl zugeordnet werden.
- Falls das Paar $\langle u, v \rangle$ in der Relation R_2 (strenge Ordnungsrelation) steht, so muss u eine größere Zahl zugeordnet werden als v .

Als messtheoretische Grundlage einer strukturtreuen Abbildung besteht das Fundamentalgesetz des Ordinalskalenmodells somit aus den beiden Annahmen

$$\begin{aligned} uR_1v &\leftrightarrow f(u) = f(v) \\ uR_2v &\leftrightarrow f(u) \succ f(v) \end{aligned} \text{ für alle } u, v \in U,$$

so dass ab diesem Skalenniveau Zuordnungen auf Zahlen zur Abbildung der Ordnungsrelation erfolgen muss (Steyer; Eid 1993: 51f). In der ordinalen Nummerierung gibt die dem Objekt u aus der Menge U zugeordnete Zahl dem gemäß den Rang von u in U wieder, so dass die hier relevanten Aspekte natürlicher Zahlen neben ihrer Unterschiedlichkeit insbesondere die Tatsache bildet, dass diese zugeordnete Zahl mit ihrer festen Position innerhalb der im Wertebereich B bestimmten Zählsequenz einen bestimmten Stellenwert bzw. einen bestimmten Rang repräsentiert (Wiese 1997: 125ff).

5.3.2.2 Das Konzept des Maßes und der Anzahl: quantitative Bezugnahmen

Das Konzept der Anzahl als numerische Quantifizierung und Messung im engeren Sinne nimmt in Ihrer Anwendung von Zahlen auf deren quantitative Aspekte Bezug, in dem die über eine Zahl verkörperte Quantität die Ausprägung eines Merkmals oder Eigenschaft des gemessenen Objektes strukturerhaltend repräsentiert wird (Wiese 1997: 36).¹⁶⁷

¹⁶⁷ Diese Verknüpfung von reeller Zahl und numerischer Struktur weist dabei bedeutende historische Interdependenzen auf, da das Konzept der reellen Zahlen aus idealisierten Messbarkeitskonzepten erwuchs und begründet wurde (Niederée 1992: 4ff). Allgemein basierten diese idealisierten Messbarkeitskonzepte auf der naiven Vorstellung, dass reelle Zahlen eine Art Maßstab bilden könnten, unter dessen Zuhilfenahme die Quantität endlicher Mengen über einen naturgegeben und selbstverständlichen Bestand dieses Zahlenkonzeptes zu bestimmen seien (Cigler 1992: 17ff; Niederée 1992: 9f; Steyer; Eid 1993: 95f).

Auf dieser Ebene metrischer Skalenverwendung sind insbesondere zwei Arten der Messung in Form der fundamentalen und abgeleiteten Messung von Bedeutung (Rogge 1995: 84f).

Im Falle der fundamentalen Messung charakterisiert sich diese durch die Möglichkeit einer direkten Zuordnung von Merkmals- oder Eigenschaftsausprägungen im empirischen Relativ zu Zahlen im numerischen Relativ (Rogge 1995: 84). Die fundamentale Messung ist dementsprechend anzusprechen als eine, bei der eine homomorphe Abbildung im Sinne der Repräsentationstheorie der Messung existiert und die nicht ihrerseits auf einer anderen Messung beruht (Gigerenzer 1981: 121; Steyer; Eid 1993: 88f). Diese Messmodelle charakterisieren sich somit über die Eigenschaft, dass sich die empirische oder physikalische Verknüpfungsoperation durch die numerische Operation der Addition repräsentieren lässt (Steyer; Eid 1993: 87). Gegenstand der Betrachtung sind dabei zwei empirische Relationen auf einer Menge U physikalischer Gegenstände als eine „physikalische Vergleichung“ \geq und einer „physikalischen Verknüpfung“ \circ (Steyer; Eid 1993: 87). In der Tradition von Helmholtz ist herzuleiten, dass unter bestimmten, physikalisch plausiblen Annahmen über diese Relationen eine Abbildung $f: U \rightarrow \mathfrak{R}_+$ existiert, wobei \mathfrak{R}_+ die Menge aller positiven reellen Zahlen bildet (Steyer; Eid 1993: 87). Diese Abbildung besitzt in der Tradition von Helmholtz folgende zwei Eigenschaften (Steyer; Eid 1993: 88):

$$u \geq v \text{ genau dann, wenn } f(u) \geq f(v), \text{ für alle } u, v \in U,$$

$$f(u \circ v) = f(u) + f(v), \text{ für alle } u, v \in U.$$

Diese Annahmen definieren die Funktion nicht vollkommen eindeutig, wobei jedoch nachgewiesen werden konnte, dass es bei Gültigkeit dieser zwei Eigenschaften für jede andere Funktion eine reelle positive Zahl existiert, so dass gilt (Steyer; Eid 1993: 88):

$$f(u) = \beta \cdot f(u), \text{ für alle } u \in U.$$

Dies bildete die Grundlage für die Weiterentwicklung zum abgeschlossenen extensiven Messmodell, deren sechs Annahmen oder Bedingungen hier keine Berücksichtigung erfahren soll (Steyer; Eid 1993: 88).¹⁶⁸

¹⁶⁸ Ein Beispiel für eine fundamentale oder extensive Messung bildet die Längenmessung mit Hilfe eines Zollstocks, welche unter der Prämisse der Existenz eines Messobjektes in unproblematisch in direkter Weise darstellbar ist (Steyer; Eid 1993: 89; Wiese 1997: 39).

Die hiervon zu unterscheidende, abgeleitete Art quantitativer Messung beruht auf zwei Messmodelle in Form von Datenmodellen einerseits, bei denen numerische Größen über statistische Verfahren weiterverarbeitet werden, und Parametermodellen andererseits, welche auf die Grundannahmen statistisch- probabilistischer Theorie Bezug nehmen (Gigerenzer 1981: 121ff; Rogge 1995: 85).¹⁶⁹

Die so hergeleiteten, metrischen Skalentypen, welche den Grad der Eindeutigkeit bestimmen, sind zu differenzieren in Intervall-, Ratio-, und Absolutskala (Steyer; Eid 1993: 91; Rogge 1995: 87f).

Das Skalenniveau der Intervallskala besitzt über die Merkmale der Nominal- und Ordinalskala in Form einer Identifikation und der Abbildung von Rangordnungen hinaus das Charakteristikum der Abbildung der Intervalle zwischen den Merkmalsausprägungen auf äquidistante Messwertklassen, so dass bei einem beliebigen Nullpunkt zur Äquivalenz- und Ordnungsrelation die Distanzrelation hinzutritt (Rogge 1995: 88). Von besonderer Bedeutung ist hierbei die indirekte Messung nicht extensiver Merkmale, wobei über die direkte Messung einer vermittelnden Merkmalsausprägung, die in bekannter Ausprägung vorliegt, auf die interessierende Merkmalsausprägung geschlossen werden kann (Wiese 1997: 39f; 115ff).¹⁷⁰ Der erwähnte, empirisch begründete absolute Nullpunkt ist auf der nächst höheren Ebene der Ratio- oder Verhältnisskala gegeben, so dass hier die Verhältnisrelation hinzukommt und enthalten ist (Rogge 1995: 88; Seife 2002; 177)¹⁷¹. Diese Skala wird aufgrund dieser Charakteristik und der damit einhergehenden Möglichkeit zu multiplikativen Aussagen bei zahlreichen fundamentalen wie abgeleiteten Messungen angewendet (Rogge 1995: 88). Das kognitive Äquivalent dieser Skalentypen bildet das Konzept „Maß“ der Zahlenverwendung, wobei die Quantifizierung einer Merkmalsausprägung über ein weiteres Messobjekt eine Erweiterung des mengenbezogenen Konzeptes ganzen Zahlen zum Konzept der rationalen Zahlen bedingt (Wiese 1997: 102f; 113ff).

Im Falle der Absolutskala ist neben dem Nullpunkt auch die Einheit empirisch verbindlich gegeben, so dass diese direkte Messung in praktischer Hinsicht als eine Zählskala angesprochen werden kann, da die theoretische Größe hier völlig eindeutig definiert ist (Steyer; Eid 1993: 91). Die kognitive Entsprechung bildet

¹⁶⁹ Als Beispiel einer abgeleiteten Messung sei die Bemessung von Geschwindigkeit als Division zweier fundamentalen Messungen in Form des zurückgelegten Weges und der dabei aufgewendeten Zeit genannt (Steyer; Eid 1993: 89; Rogge 1995: 88).

¹⁷⁰ Als klassisches Beispiel diene hier die indirekte Messung von Temperatur über die direkte Messung der Höhe einer Quecksilbersäule (Wiese 1997: 39).

¹⁷¹ Vgl. zur Interdependenz der Zahl Null mit der Physik Seife 2002: 177ff.

das Konzept „Anzahl“ als Abbildung von in direkten Messungen ermittelten Mengen auf Zahlen als Quantitätszuweisungen (Wiese 1997: 102ff).

5.4 Der kulturelle und individuelle Erwerb von Zahlen und Arithmetik

Nun folgend soll die Genese des kulturellen und individuellen Erwerbs der Zahlenverwendung mit den damit verbundenen wissenschaftlichen Ansätzen und Befunden rekonstruiert werden (Damerow 1983: 195ff). Dies erfolgt mit dem primären Ziel der Negation der im Alltagsverständnis aufgrund des allgegenwärtigen geistigen Gebrauchs von Zahlen beobachtbar vorhandenen und irrigen Vorstellung, Zahlenverwendung sei eine wie auch immer geartete, naturgegebene Eigenschaft und Fähigkeit von Menschen allgemein. Denn damit geht eine Leugnung der Charakteristik von Zahlen und Arithmetik als historisch gewachsenes, kulturelles Artefakt einher, welches uns, nachdem in der Sozialisation erworben, in einzigartiger und idealer Weise beim Denken hilft (Cigler 1992: 1; Ifrah 1992: 11; Schwemmer 1994: 24ff; Krämer, S. 1994; Barrow 1999; Dehaene 1999: 109).

Die Vorstellung einer Extraktion dieses kulturellen Artefaktes aus dem menschlichen Sein, mit der damit einhergehenden Beschränkung der Erfassung von Quantitäten lediglich mit Hilfe des, im nächsten Kapitel erläuterten, biologisch gegebenen Näherungsspeichers, würde eine präzise Vorstellung von Mengen auf die Häufigkeiten bis drei beschränken, einhergehend mit einer unpräzisen Indifferenz gegenüber der Darstellung größerer Mengen (Dehaene 1999: 109). In erster Annäherung wäre in diesem Fall der Nichtexistenz eines numerischen Symbolsystems zur präzisen Darstellung von Quantitäten somit eine Menge aus fünf Einheiten ebenso unpräzise und konfus vorstellbar wie die Vorstellung der Menge „einer Trillion Million“ für uns (Ifrah 1992: 18). „Diese Verschwommenheit würde nicht nur jeden Versuch eines Währungssystems unmöglich machen, sondern auch jede quantitative Wissenschaft und sogar die menschliche Gesellschaft, wie wir sie kennen“ (Dehaene 1999: 109).

Diese Vorstellung erhellt bereits die grundlegende Bedeutung einer Darstellung der Ontogenese und Historiogenese des Zahlenbegriffs im Kontext der Fragestellung dieser Arbeit, wobei diese zweigliedrige Vorgehensweise der historischen und kulturellen sowie der individuellen Genese des Zahlenbegriffs eine umfassende und teilweise auch komplementäre und aufeinander bezugnehmende Perspektive bildet (Damerow 1981: 14; Damerow 1993).

Diese Betrachtung realisiert somit eine evolutionäre Betrachtungsweise in der Kognitionswissenschaft, welche pointiert methodologisch gefordert wird, jedoch in der kognitionswissenschaftlichen Praxis keineswegs als selbstverständlich betrachtet werden kann, und differenziert dabei die Prozesse der Evolution in den

Bereich der genetischen Evolution und in den Bereich der nachgenetischen oder kulturellen Evolution (Hendrichs 1988: 135ff; Velichkovsky 1994).

5.4.1 Das Erbe der Evolution: Die biologische Basis der Zahlenverwendung

Die Erschließung der kognitiven Strukturen des Menschen zur Mengenerfassung ohne die Verfügbarkeit und Anwendung von Zahlensystemen erfolgt über verschiedene Vorgehensweisen, deren Befunde hier dargestellt werden sollen.

Ein bedeutender wissenschaftlicher Ansatz, diese biologische Basis der Mengenkognition zu beschreiben, bilden zunächst anthropologische und ethnologische Studien und deren Befunde von zur Zeit bestehenden Kulturen, deren alltägliche Mengenkognition unter Ausschluss eines Zahlensystems erfolgt (Arnheim 1985: 199; Ifrah 1992: 17). Ergänzt wird diese Perspektive durch kognitionswissenschaftliche Experimentalbefunde sowie über archäologische Ergebnisse zur Menschheitsgeschichte und zur expliziten Extraktion der grundlegenden biologischen Dispositionen zur Mengenkognition diesbezügliche Befunde aus der Evolutions- und Verhaltensbiologie bei Tieren (Ifrah 1992: 17f).

Diese Perspektive negiert dabei zunächst die seit der Antike bestehende Vorstellung, Zahlenverwendung und Arithmetik seien an die Bedingung der Sprachfähigkeit geknüpfte „Höhepunkte menschlicher Errungenschaften“ und somit exklusiv dem Menschen vorbehalten mit der damit einhergehenden Unvorstellbarkeit numerischer Fähigkeiten in der Tierwelt (Dehaene 1999: 39).

Die Bedeutung dieser, aus der genetischen Evolution entstandenen und ererbten, grundlegenden Dispositionen resultiert aus dem Tatbestand, dass diese jenseits der kulturellen Entwicklungen und Errungenschaften in das menschliche Verhalten als „Steinzeitmentalität“ hineinwirken und entsprechend in Bezug zur Anzahlerfassung und deren Häufigkeitsformate mental betrachtet in diesem Zusammenhang von „steinzeitlichen Statistikern“ gesprochen wird (Klix 1993: 277ff; Allman 1999: 49; Eibl-Eibesfeldt 2000: 10).

So ist mit allen damit einhergehenden Implikationen aufgrund einschlägiger Befunde als gesichert zu betrachten, dass neben kognitiven Eigenschaften des menschlichen Geistes, welche sich auf den Bereich der Wahrnehmung im engeren Sinne beziehen, auch weitere Bereiche der Kognition über genetische Vorgaben strukturiert sind, die „gewissermaßen das während der Phylogenese erworbene Wissen über die Struktur der realen Welt“ widerspiegeln (Singer 1994: 183f). Diese Vorgaben beziehen sich insbesondere auf die Architektur neuronaler Verbindungen, welche verschiedene Merkmalsdetektoren untereinander verbinden und so assoziative Verknüpfungen zwischen verschiedenen Merkmalsklassen ermöglichen (Singer 1994: 183; Strohnner 1995: 92f).

Diese assoziativen Verknüpfungen verfügen über Selektions-Strukturen in der Gestalt, dass über Selektions-Kriterien wie räumliche und zeitliche Kontinuität von Ereignissen korrelative Bindungen zwischen Merkmalen erfasst und über Strukturveränderungen dauerhaft verankert werden können (Singer 1994: 183).¹⁷²

5.4.1.1 Ursprünge und Formen der Erfassung von Mengen

Bereits aus der Tierwelt sind verhaltensbiologische Befunde bekannt, welche beispielweise bei Vögeln oder Säugetieren eine bedeutende Fähigkeit belegen, den Unterschied zwischen Mengen bis vier Elementen präzise zu erkennen, ohne jedoch beobachtbar über einen abstrakten Zahlbegriff und der damit einhergehenden Fähigkeit des Zählens zu verfügen (Ifrah 1991: 21f).

In Bezug auf menschliche Fähigkeiten der Quantitätserfassung lassen anthropologische und ethnologische Befunde zur Mengenkognition von Eingeborenensstämmen in Afrika, Australien, Südamerika, den Murray-Inseln und aus Brasilien den Schluss zu, dass ebenfalls eine Grenze der präzisen Erfassung von Mengen bei einer Größe von zwei bis drei Elementen besteht (Ifrah 1992: 17f). Dies belegt bereits die entsprechende Existenz von Zahlwörtern, welche von Ausnahmen der Beschreibung der Menge drei auf die Beschreibung der Menge eins als Einheit sowie der zwei als Paar beschränkt ist (Ifrah 1992: 17). Diese Beschränkung auf die Zählgrenze zwei begründet sich in der Gegenüberstellung der umgebenden Welt zum selbst im Sinne des „Ich-Du“ durch den erwachsenen Menschen und bildet den ersten grundlegenden Zählschritt des Menschen (Menninger 1979; Bd. 1: 22ff). Dabei belegen auch archäologische Befunde einen bedeutenden Einschnitt in der Benennung der Dreierheit, welche beispielsweise in der altägyptischen Kultur durch das Symbol der Vielheit symbolisiert wurde und erst später die Drei präzise repräsentiert wurde (Neugebauer 1969; Bd. 1; 85). Dieser Schritt zur Drei bildet den Beginn der eigentlichen Zählreihe, hervorgegangen aus Bezeichnung des „dies, das, jenes“ (Menninger 1979; Bd. 1: 27f).

Bei der Beschränkung der präzisen, nichtnumerischen Erfassung von Mengen wird der enge Bezug zum kognitionswissenschaftlichen Begriff des „Subitizing“ als direktes Erfassen von Quantitäten deutlich, welches ohne den Vorgang des Zählens schnell und mühelos erfolgt und präzise Ergebnisse hervorbringt, jedoch auf maximal drei bis vier Einheiten beschränkt ist (Seitz 1996: 6ff; Wiese 1997: 69).

¹⁷² In diesem Zusammenhang ist jedoch einschränkend anzumerken, dass in der ontogenetischen Hirnentwicklung bedeutende Prägeprozesse als gesichert gelten, welche die neuronalen und genetisch vorgegebenen Architekturen im Rahmen genetischer Erwartungswerte über Wechselwirkungen zwischen genetisch gespeichertem Vorwissen und ontogenetischen Prägeprozessen über Gesetzmäßigkeiten der Welt bedarfsgerecht modifizieren (Singer 1994: 182f; Strohner 1995: 92ff).

Die hiervon ausgehende, mentale Erfassung von Quantitäten kann in Anlehnung an Dehaene (1992) prinzipiell in drei verschiedene und zu unterscheidende, kognitive Prozesse unterschieden werden:

- Zählen (Counting): Die einzelnen Elemente der in ihrem Umfang zu bestimmenden Menge wird einer definierten Abfolge von Zahlwörtern oder Symbolen zugeordnet und damit abgezählt.
- Erkennen (Subitizing): Unverzögertes kognitives Erkennen der numerischen Quantität bis zu einer Mengengröße von 4 bis 6 Elementen, wobei experimentell die Reaktionszeit unabhängig von der Mengengröße ist.
- Schätzen (Estimating): Ab einer Mengengröße von ca. 6 Elementen nimmt bei vorgegebener konstanter Reaktionszeit die Fehlerquote mit steigender Mengengröße stark zu, was den Schluss zulässt, dass die gefragte Quantifizierung als Schätzung erfolgte.

5.4.1.2 Unpräzise Kognition von Mengen ohne Zahlenverwendung und Mengengefühl

Wie erfolgt in Anlehnung an die zuvor beschriebenen Formen der kognitiven Erfassung von Quantitäten die Beschreibung von Mengen größer als drei ohne die Verwendung von Zahlensystemen? Diesbezügliche anthropologische und ethnologische Befunde belegen ein verblüffend präzises Gefühl für Mengen in dem Sinne, dass der Verlust eines Elements dieser Menge ohne eine präzise numerische Beschreibung kognitiv auffällt (Arnheim 1985: 199f; Ifrah 1992: 17f; Seitz 1996: 6ff). Dieses Zahlengefühl ist bei Menschen generell und auch bei einigen Tieren beobachtbar und manifestiert sich in unserem Kulturkreis beispielsweise in dem unbestimmten, nicht numerisch bestimmten Gefühl einer Lehrperson, wenn eines der Klassenmitglieder fehlt bzw. eines Hirten beim Verlust eines Tieres seiner Herde (Menninger 1969; Bd. 1: 21; Grote 1983: 115f). Jedoch scheint die Fähigkeit eines solchen Erfassens von Mengen in anderen Kulturen weitaus stärker, und in einem für zahlenverwendende Kulturangehörige nicht nachvollziehbaren Maße, entwickelt zu sein, da von Kulturen berichtet wird, die numerisch betrachtet nicht mehr als acht Zahlen kennen und zugleich bei einer Herde von vier- bis fünfhundert Rindern unmittelbar und kurzfristig kognitiv erfassen, ob und wenn welches Tier aus der Herde fehlt (Grote 1983: 115). Dieses Zahlengefühl bildet somit hier ein kognitives Surrogat zur numerischen Mengenbezeichnung (Menninger 1979; Bd. 1: 21; Grote 1983: 117).¹⁷³

¹⁷³ Jedoch ist dieses Zahlengefühl auch als komplementärer Aspekt eines Zahlenverständnisses jenseits numerischer Abstraktion anzusprechen, da bei der Betrachtung des Zahlengefühls des durchschnittlichen Menschen heutiger Zeit das Ergebnis zutage tritt, dass „hinter dem ererbten System, mit dem wir große Zahlen schreiben, ein sehr beschränktes Gefühl für das steckt, was die Zahlensymbole über die Größe be-

Entsprechend des beschriebenen, nichtnumerischen Zahlengefühls beschränkt sich die Fähigkeit des präzisen Benennens von Mengen größer als zwei bzw. drei auf ungenaue und konfuse Beschreibungen wie „viele, mehrere, eine Menge, eine Vielzahl“ bzw. auf das Zeigen auf die Haare oder das Füllen der Hand mit Sand oder Gras als Symbol für eine unzählbare Menge (Grote 1983: 117; Ifrah 1992: 17f). Diese kommunikativen Verhältnisse der Mengenbeschreibung finden ihre Entsprechung in den Befunden zum kognitiven Begriff von Zahl und Menge, welcher mental die Gestalt konkreter Realität beibehält und somit nicht abstrakt von der Natur der betrachteten Entitäten gelöst wird, so dass aus dieser mentalen Perspektive des Konkreten keine Gemeinsamkeit zwischen fünf Personen und fünf Fingern besteht (Arnheim 1985: 200; Ifrah 1992: 18).

Als Substitut einer numerischen Benennung von Mengen dient aufgrund der Ermangelung eines abstrakten Mengenbegriffs im Alltag häufig die Beschreibung des Raumes, welchen die Menge einnehmen würde wenn ihre Elemente nebeneinander angeordnet wären (Menninger 1979; Bd. 1: 21; Grote 1983: 117).¹⁷⁴

Diese Befunde erhellen den Tatbestand, dass es sich bei der Fähigkeit des abstrakten Zählens zur Mengenerfassung um eine relativ junge Erwerbung der menschlichen Intelligenz handelt, welche auf bedeutende biologisch gegebene Dispositionen einer Mengenkognition Bezug nehmen (Arnheim 1985: 202; Ifrah 1992: 18; Seitz 1996: 6ff).

5.4.1.3 Das Gehirn als Zählmaschine: Evolutions- und verhaltensbiologische Befunde

Die konsequente Realisation einer evolutionären Perspektive bei der Bestimmung der kulturunabhängigen und somit biologischen Grundlagen der Mengenkognition beim Menschen lässt unter Berücksichtigung der evolutionären Abstammung des Menschen die Betrachtung in der Tierwelt beginnen (Feustel 1990: 173ff; Klix 1993: 277ff; Leakey; Lewin 1998). Diese evolutionsbezogene Vorgehensweise wird dabei von der Einsicht getragen, dass die Entwicklung der Menschheit als ein Resultat eines interdependenten Wirkungsgefüges von körperlicher Entwicklung, praktischer gesellschaftlicher Tätigkeit und Bewusstsein anzusprechen ist und dass somit im „Stoffwechsel von Mensch und Natur, in der Auseinandersetzung

sagen“ (Barrow 1999: 75). So erlaubt uns das Zahlensystem, Mengen unbegrenzter Größe in knapper Form anzugeben, ohne ein Gefühl zu diesen Größen voraus zu setzen, so dass der Unterschied zwischen einer und zehn Millionen bedeutungsbezogen diffus bleibt (Barrow 1999: 74f).

¹⁷⁴ Diese bildliche Vorstellung einer Menge kann auch dazu dienen, die Fähigkeit zur abstrakten numerischen Mengendarstellung durch jene eines Zahlengefühls zu ergänzen (Barrow 1999: 75).

mit der sich verändernden natürlichen und sozialen Umwelt, im Prozess der gegenständlichen, praktischen Aneignung und der abstrakten, theoretischen Erkenntnis der Welt“ vielfältige Wechselwirkungen bestehen (Hendrichs 1988: 193ff; Feustel 1990: 173; Klix 1993). Bezüglich der biologischen oder auch materiellen Manifestationen dieser geistigen Genese des Menschen ist eine Bezugnahme auf auch verhaltensbiologische Beobachtungen und Befunde aus dem Bereich der Tiere insoweit zu berücksichtigen, da davon auszugehen ist, dass zwischen höchstentwickelten Tieren und Menschen neben bedeutenden Unterschieden insbesondere aufgrund der anatomischen, entwicklungsgeschichtlichen und funktionellen Übereinstimmungen von Hirnen und Sinnesorganen bedeutende Analogien bestehen, welche vergleichbare Erlebnisqualitäten differierender Komplexität hervorbringen (Feustel 1990: 175; Klix 1993: 22ff). In Anlehnung an diese klassische evolutionsbiologische These, welche durch experimentelle Befunde der Verhaltensforschung gestützt werden konnte, bestehen keine fundamentalen Unterschiede bezüglich aller Verstandesfähigkeiten wie Induzieren, Deduzieren, Abstrahieren, Analysieren, Synthetisieren und Experimentieren zwischen Menschen und höheren Säugetieren (Feustel 1990: 175). Die beobachtbaren Differenzen geistiger Fähigkeiten zwischen Tieren und Menschen sind vielmehr gradueller Natur und werden hervorgerufen über den Entwicklungsstand der jeweiligen Methode, wobei die Grundzüge dieser Methoden identisch sind und im Falle der Anwendung im biologischen Sinne elementarer, kulturunabhängiger Methoden zu identischen Ergebnissen führt (Hendrichs 1988: 195f; Feustel 1990: 175).

In dem in diesem Nexus interessierenden Bereich der Anzahlerfassung und des Zahlenverständnisses belegen zahlreiche verhaltensbiologische Beobachtungen eine zum Teil bemerkenswerte Fähigkeit zur Anzahlerfassung bei Tieren (Klix 1993: 277ff; Dehaene 1999: 23ff). Diese auch experimentellen Befunde erstrecken sich dabei zunächst insbesondere auf Vögel und Säugetiere verschiedener Arten wie Hunde, Ratten und Pferde, aber auch Insekten, und gehen bis zur Untersuchung der Möglichkeit einer Beherrschung abstrakter Rechenverfahren wie beispielsweise der Fähigkeiten von Ratten im Bereich der Arithmetik (Ifrah 1991: 21; Klix 1993: 277ff; Dehaene 1999: 25ff; 35). So ist in erster Näherung festzuhalten, dass die Fähigkeit des Erkennens einer unterschiedlichen Quantität von Entitäten gleicher oder ähnlicher Art eine angeborene Leistung des Nervensystems darstellt (Klix 1993: 277). Ungeachtet dieser Forschungsthematik und der diesbezüglichen Diskussion ihrer methodologischen Durchführung und Begründbarkeit sind drei beobachtbare und abgrenzbare Stufen der Mengenkognition und Arithmetik bei Tieren als empirisch gestützte, diesbezügliche wissenschaftliche Erkenntnis zu betrachten (Dawkins 1996: 155ff; Dehaene 1999: 34ff):

- 1. Stufe: Die Fähigkeit zum Größenvergleich von Mengen in Form eines „mehr“ bzw. „weniger“ in Bezug zu einer Vergleichsmenge. Diese Fähigkeit ist im Tierreich überaus häufig anzutreffen, wobei jeder Hinweis auf

die Durchführung eines wie auch immer gearteten Zählaktes und damit eines abstrakten Mengenbegriffs fehlt.

- 2. Stufe: Die Fähigkeit zur Quantitätseinschätzung über das Erkennen eines Musters, welches verschiedene Zahlen bilden. Diese Fähigkeit zur Mustererkennung, wie sie beispielsweise bei der Bestimmung der Augenzahl beim Würfeln angewendet wird, ist insbesondere bei Vögeln stark ausgeprägt, beruht aber wie zuvor auf keinem beobachtbaren Zählakt, welcher einen abstrakten Zahlbegriff voraussetzen würde.
- 3. Stufe: Die Fähigkeit zu „Grundzügen des Zählens“ als präzise Quantitätsbestimmung in der Gestalt, dass die Quantitätsunterschiede zweier Mengen als numerische Differenz dargestellt werden können. Experimentelle Evidenzen belegen eine diesbezügliche Fähigkeit bei Ratten. Als Steigerung innerhalb dieser Stufe ist das sogenannte „echte Zählen“ jenen Tieren vorbehalten, die einen abstrakten und damit situationsunabhängigen und übertragbaren Zahlenbegriff zeigen. Wissenschaftlich allgemein anerkannte Belege und Evidenzen für solch abstrakten Fähigkeiten bestehen im Tierreich nicht, wobei jedoch entsprechende experimentelle Befunde zu einem ausgebildeten Graupapagei sowie zu verschiedenen Primaten den Gegenstand der diesbezüglichen Fachdiskussion darstellen.

Steht nunmehr die Fähigkeiten zur Zahlverwendung bei Primaten auf der Ebene der dritten Stufe im Fokus der Betrachtung, so illuminieren die diesbezüglichen experimentellen Befunde unabhängig von der Fragestellung, ob und inwieweit es sich dabei um „echtes Zählen“ mit einem übertragbaren, situationsunabhängigen Zahlenbegriff handelt, bedeutende biologische Strukturen der kognitiven Erfassung und Repräsentation von Quantitäten (Dehaene 1999: 35ff). Diese Strukturen erschließen sich über die Betrachtung von Fehlerraten bei der experimentellen Aufgabenstellung des Größenvergleichs von Mengen, wobei zwei interdependente Effekte zu benennen sind (Dehaene 1999: 38). Zunächst zu nennen ist in diesem Nexus der Distanzeffekt als systematische Abhängigkeit der Fehlerrate von der Differenz der Zahlen in der Gestalt, dass die Größe der Differenz der zu vergleichenden Mengen im reziproken Verhältnis zur Höhe der Fehlerrate steht (Dehaene 1999: 38). Damit verbunden ist der Größeneffekt als Zusammenhang zwischen der Größe der zu vergleichenden Mengen und der Fehlerraten, welcher bei konstanter Differenz der Mengen einen gleichgerichteten Zusammenhang zwischen der Größe der Mengen und der Höhe der Fehlerraten beschreibt (Dehaene 1999: 38). Die gemeinsame Wirkung dieser Effekte der Unschärfe ist als Kontinuum zu beschreiben, besitzt entsprechend einschlägiger empirischer Evidenzen Gültigkeit für alle Lebewesen einschließlich des Menschen und darf somit als allgemeines Verhaltensgesetz angesprochen werden (Dehaene 1999: 38).

Dieses Kontinuum beginnt im Falle kleiner Mengen bis drei Elementen mit einer ausbleibenden Wirkung des Distanz- und Größeneffektes und einer damit einhergehenden Fehlerquote nahe null, führt über kleine Mengen (geringer Größeneffekt) in Kombination mit kleinen Differenzen (hoher Distanzeffekt) bzw. großen Mengen (hoher Größeneffekt) in Kombination mit großen Differenzen (geringer Distanzeffekt) mit mittleren Fehlerquoten zum idealtypischen Fall großer Mengen (hoher Größeneffekt) in Kombination mit kleinen Differenzen (hoher Distanzeffekt) und den damit einhergehenden hohen Fehlerquoten (Dehaene 1999: 38).

Dieser universelle Befund spricht auch gegen ein digitales Format der neuronalen Speicherung von Quantitäten und zugunsten einer diesbezüglichen analogen Form (Dehaene 1999: 39ff). Diese „hardwarebezogenen“ Befunde lassen sich zusammenfassend so interpretieren, dass ein rudimentärer Zahlensinn, welcher auch beispielsweise bei Vögeln in ähnlicher Weise ausgeprägt vorfindbar ist, den neurologischen Kern bildet, aus dem die heute vorfindbare menschliche Zahlenvorstellung letztlich entstanden ist (Ifrah 1991: 24; Dehaene 1999: 53).

Als zentrale Differenz der Fähigkeit zur Repräsentation von Quantitäten zwischen Tieren und Menschen ist somit, neben der körperlichen Ausstattung mit einem zerebralen Sprachorgan und der Fähigkeit zur komplexen Handlungsplanung, insbesondere die näherungsweise auf den Menschen beschränkte diesbezügliche Verwendung von gegebenen formalen Zahlsequenzen und den damit verbundenen Zahlwörtern zu nennen (Roth 1996: 72ff; Dehaene 1999: 46). Da damit der Vorgang der Quantitätserfassung bei Tieren nur eine Ansatzweise vorhandene Analogie zur logischen Strenge des menschlichen Zählvorganges aufweist, wird auch vorgeschlagen, das quantitative Schätzen von Mengen bei Tieren nicht als Zählen zu bezeichnen, da dieser Begriff mit einer formalen Symbolverwendung assoziiert ist (Dehaene 1999: 46ff). Diese exklusiv menschliche Fähigkeit zur Symbolverwendung ermögliche das kulturelle Lernen des mentalen Hilfsmittels Zählen und lies so die begrenzten neurologischen Voraussetzungen einer direkten und in den Restriktionen der Unschärfe verhafteten Quantitätserfassung überwinden (Ifrah 1991: 24; Roth 1996: 188ff; Leakey; Lewin 1998: 275ff). Diese Verhältnisse zwischen biologischen und neurologischen Gegebenheiten, welche in der Evolution hervorgebracht wurden, und dem darauf aufbauenden kulturellen und individuellen Erwerb des kognitiven Hilfsmittels Zahlen soll hier, unter bewusster Vernachlässigung der wissenschaftlichen Diskussion über das Verhältnis und den Anteilen angeborener und erworbener Elemente bei dieser Entwicklung, als Schnittstelle dienen und so die kulturelle und individuelle Dimension dieser Thematik einleiten (Singer 1994: 166ff).

Dennoch ist festzuhalten, dass ein Gefühl für Quantitäten und Zahlen im Lichte experimenteller und neurobiologischer Befunde „tief im Gehirn verankert ist“ und so die Zahl „offenbar eine der fundamentalen Kategorien“ darstellt, „mit deren Hilfe unser Nervensystem die Wahrnehmung der Außenwelt verarbeitet“ (Dehaene 1999: 280).

5.4.2 Die Historiogenese der Zahl als kulturelle Evolution: Zahlensysteme als Kulturtechnik

Nachdem zuvor die biologischen Grundlagen der Erfassung von Quantitäten beleuchtet wurden ist nunmehr die historische Genese der Entwicklung von Zahlensystemen, welche als kulturelle Artefakte auf diese biologischen Grundlagen aufbauen, Gegenstand der Betrachtung.

Die Untersuchung der Interdependenzen zwischen menschlicher Quantitätserfassung und ihren biologischen Grundlagen eröffnen die Einsicht, dass sich die mathematischen Hilfsmittel von Zahlensystemen sowohl durch das Gehirn als auch für das Gehirn entwickelt haben (Krämer, S. 1994: 94ff; Klix 1993: 277ff; Dehaene 1999: 135). Die Dimension des „durch das Gehirn“ besteht, da die Entwicklung von Zahlenschreibweisen durch die begrenzte Fähigkeit des menschlichen Gehirns zur Entwicklung alternativer Prinzipien des Zählens eingeschränkt ist (Dehaene 1999: 135f). Die Entwicklung von Ziffernsystemen erfolgt „für das Gehirn“, da eine Erfindung solcher Systeme nur dann in kulturevolutionärer Perspektive erfolgreich weitergetragen werden können, wenn sie den biologisch gegebenen Strukturen und Grenzen des Wahrnehmens und Erinnerns gerecht wurden und so als Hilfsmittel die Repräsentation und Verarbeitung von Quantitäten verbesserten (Dehaene 1999: 136).

Die Grundeinsicht zur Annäherung an diesen Gegenstand bildet der Tatbestand, dass sich dieser kulturelle Erwerb der Fähigkeit zum Zählen mit der damit einhergehenden Erfindung von Zahlensystemen auf einer erfahrungsbezogenen Grundlage anhand zweckbezogener und praktischer Bedürfnisse vollzog (Ifrah 1992: 26; Seife 2002). Diese zweckbezogenen und praktischen Bedürfnisse entstanden aus der nachgenetischen Evolution von Sozialgefügen als sozioökonomische und kulturelle Entwicklung, wie sie bereits bei höheren Wirbeltieren eine Rolle spielt und beim Menschen als maßgeblich zu betrachten ist (Hendrichs 1988: 135ff). Die so aus den primär vorfindbaren Vorformen von Bewusstsein, Symbolsprache, abstraktem Denken, Selbstbestimmung, Gewissen, Rechtsgefühl, Ausrichtung auf eine überindividuelle und sogar übersoziale Einheit prozessartig entstandene, momentane Syntheseebene bildete sich aus einer hochexplosiven, flugrationsfähigen Mischung, in der sich u.a. abstraktes Denken und die bewusste Verwendung von Symbolsprache gegenseitig steigern und im Sinne eines wissenschaftlichen Denkens domestiziert werden (Hendrichs 1988: 199ff). Die erwähnte Interdependenz der Genese von Zahlensystemen mit dem sich sozioökonomisch und kulturell herausbildenden Bedarf einer präzisen Quantitätserfassung belegen dabei die anfänglich allgegenwärtigen Differenzen zwischen einer offiziellen Amtsschrift, die häufig keine rekonstruktive Bedeutung für den jeweiligen Kulturkreis besitzt und nur von einer kleinen Bevölkerungsgruppe beherrscht wird, und einer Volksschrift, welche über konkrete Aufgabenstellungen des täglichen Umfelds heraus individuell bis regional abgegrenzt generiert wurden und entsprechende Reichweiten aufweisen (Menninger; Bd. 2: 26). Trotz dieser regionalen bis

individuellen Keimzellen der Entwicklung von Zähl- und Ziffernsystemen sind jenseits deterministischer Zusammenhänge verblüffende kulturübergreifende Parallelen und Regelmäßigkeiten auszumachen (Dehaene 1999: 136). So entwickelten „über Grenzen und Meere hinweg“ ... „Männer und Frauen aller Hautfarben, Kulturen und Religionen immer wieder die gleichen Schreibweisen“, was weniger über einen eher unwahrscheinlichen Austausch dieser Kulturen, als vielmehr darüber erklärlich wird, dass es sich um die Lösung ähnlich bis gleich gelagerter Probleme handelte bei einem identischen Gehirn, welches die Lösung dieser Aufgabe eines Übergangs von einer näherungsweise zu einer symbolischen Repräsentation von Quantitäten vorantrieb und so zugleich den Beginn der Mathematik begründete (Klix 1993: 277ff; Meschkowski 1997: 16ff; Dehaene 1999: 109; 136). Als entwicklungsbezogene soziokulturelle Quellen der Entstehung leistungsfähiger Zahlensysteme sind hierbei trotz der kulturübergreifenden Charakteristik folgende Motive festzuhalten (Klix 1993: 280ff). Zunächst förderte die Entwicklung ökonomischer und sozialer Austauschbeziehungen in frühen Stadtstaaten den Bedarf einer eindeutigen und verständlichen Fixierung der Regelungen zum Handel, für Eigentums- und Besitzverhältnisse sowie über Schulden und Guthaben (Klix 1993: 280ff). Diese Motive erzeugen einen Bedarf nach einem leistungsfähigen Zahlensystem, wobei die Berechenbarkeit von Sachverhalten ein bedeutendes Leistungskriterium darstellt (Klix 1993: 280ff). Darüber hinaus bedingte die Beobachtung von Regularitäten in der Natur und das Bedürfnis ihrer Vorhersage als Beginn wissenschaftlichen Denkens ein leistungsfähiges Zahlensystem einschließlich der darauf darstellbaren Operationen (Klix 1993: 280ff). Das Zahlensystem selbst ist darüber hinaus ebenfalls als Quelle zur Leistungsfähigkeit der Zahlbegriffe und der Berechenbarkeit anzusprechen, da es als Gegenstand menschlicher Erkenntnistätigkeit verfeinert, spezialisiert und homogenisiert werden kann (Klix 1993: 280ff). „Zahlen sind demnach – wie Begriffe, die Lautsprache und die Schrift- sowohl Ergebnis als auch Instrument der menschlichen Erkenntnisfähigkeit“ (Klix 1993: 291).¹⁷⁵

Bevor im folgenden eine präzisere Rekonstruktion wesentlicher Phasen der kulturellen Entwicklung von Zahlensystemen erfolgt, soll zunächst schematisch eine kurze, überblicksartige Betrachtung dieser kulturelle Evolution anhand des Schemas von Problem und Lösung und, soweit möglich, zwischen mündlichen Zahlensystemen und schriftlichen Ziffernsystemen unterschieden vorangestellt werden (Dehaene 1999: 136f):

¹⁷⁵ In Anbetracht dieser Quellen der Entwicklung eines leistungsfähigen Zahlensystems erscheint es als nicht zufällig, dass die ersten Zahlensysteme der Menschheitsgeschichte mit den Stadtstaaten der Frühgeschichte im Orient entstanden sind (Klix 1993: 280).

Die Evolution des mündlichen Zählens:

- Ausgangspunkt: Die mentale Repräsentation quantitativer Größen, die wir mit Tieren gemeinsam haben.
- Problem: Wie lassen sich diese Größen durch die gesprochene Sprache vermitteln?
- Lösung: Die Wörter *eins*, *zwei* und *drei* beziehen sich auf die unmittelbar wahrgenommenen Anzahlen 1, 2 und 3.
- Problem: Wie bezieht man sich auf Größen über 3?
- Lösung: Man stelle eine eindeutige Entsprechung zu Körperteilen her.
- Problem: Wie zählt man, wenn man die Hände voll hat?
- Lösung: Verwandle die Namen der Körperteile in Zahlenamen.
- Problem: Es gibt nur endlich viele Körperteile, aber unendlich viele ganze Zahlen.
- Lösung: Erfinde einen begrenzten Wortschatz und eine Zahlensyntax.
- Problem: Wie verweist man auf näherungsweise Größen?
- Lösung: Man wähle eine Menge runder Zahlen und erfinde Zweiwortkonstruktionen.

Die Evolution der Zahlenschreibweise:

- Problem: Wie lassen sich Größen dauerhaft aufzeichnen?
- Lösung: Mit Hilfe eindeutiger Entsprechungen wie Ritze und Kerben in Knochen, Holz usw.
- Problem: Diese Darstellung ist schwer lesbar!
- Lösung: Gruppier die Kerben. Ersetze Gruppen durch ein einziges Symbol.
- Problem: Für große Zahlen braucht man auch dann viele Symbole!
- Sackgasse 1: Führe neue Symbole ein.
- Sackgasse 2: Verwende unterschiedliche Symbole zur Bezeichnung von Einern, Zehnern und Hundertern.
- Lösung: Benenne Zahlen unter Benutzung einer Kombination von Multiplikation und Addition.
- Problem: Diese Notation leidet unter der Wiederholung der Wörter Hunderter und Zehner.
- Lösung: Lasse diese Wörter weg. Das führt zu einer kürzeren Notation, einem Vorläufer der modernen Stellenschreibweise.
- Problem: Diese Schreibweise ist mehrdeutig, wenn Einheiten eines bestimmten Ranges fehlen.
- Lösung: Erfinde einen Platzhalter, das Symbol der Null.

Aufbauend auf diese Entwicklungsskizze sind in erster Annäherung folgende sieben Prozesskomponenten zur Entstehung einer mentalen Verfügbarkeit von Zahlbegriffen und ihren Merkmalen auf der Basis einer nativen Mengenerfassung zu isolieren (Klix 1993: 294ff):

- Das unreflektierte, genetisch gegebene und neuronal manifestierte Erkennen der Mächtigkeit einer Menge im Sinne eines gleich/ ungleich bzw. größer/ kleiner.
- Die Isolierung der Elemente einer Menge zum Zwecke ihrer Reihung unter Entstehung jeweils eines Vor- sowie ordinalen Nachfolgers.
- Die kognitive Erstellung einer Zuordnung verschiedener Elemente einer Menge zu in Relation hierzu relativ homogenen Elementen einer Hilfsmenge bei damit vorausgesetzten Betonung der Gleichartigkeit der verschiedenartigen Elemente zum Zwecke ihrer Zählbarkeit.
- Die Entstehung einer Benennung von Mengen unterschiedlicher Mächtigkeit über jene der Elementbezeichnungen im ordinalen Zählen, so dass aus der Position in der Reihung die Benennung der Mächtigkeit resultiert.
- Die Bildung von Bündelungen zur Reduktion der zu Benennung anzuwendenden Zahlenamen, wobei Hilfsmengen wie Körpermerkmale angewendet werden können.
- Die Ausbildung einer gewohnheitsmäßigen Bündelungsgröße.
- Die Bildung eines Positions- oder Stellenwertsystems, in der die Bündelungsgröße als Basiszahl auftritt.

Hierbei ist beachtlich, dass aufgrund der feststellbaren Universalität der menschlichen Sprechfähigkeit bei einer nicht universellen Zählfähigkeit die Sprache dem Zählen evolutionsbezogen vorgelagert und somit als menscheitsgeschichtlich älter zu betrachten ist (Klix 1993: 277ff; Barrow 1999: 160). Hieraus lässt sich Schließen, dass das Gehirn solche Denk- und Analysemuster bevorzugt, welche der Effektivität sprachlicher und nichtsprachlicher Verständigung förderlich sind als solchen, die zum Zählen erforderlich sind (Klix 1993: 277ff; Barrow 1999: 160). In Entsprechung hieran scheint sich das Zählen aus einer allgemeinen Motivation zu symbolischer Darstellung entwickelt zu haben, dem zunächst die Sprache als Ursprung allen menschlichen Erkennens und Denkens entspricht (Gipper 1992: 27ff; Barrow 1999: 160). Dem ist somit das schriftliche Festhalten gesprochener oder gedanklicher Entitäten mit Quantitätsbezug in Form von Zahlen auf der Basis eines Ziffernsystems evolutionsbezogen nachgeordnet, wobei diese schriftliche Manifestation dem Bedürfnis entspringt, solchen zunächst vergänglichen und unsichtbaren Entitäten eine sichtbare, erhaltende und dauerhafte Entsprechung zu geben (Ifrah 1991: 184; Klix 1993: 277ff). In diesem Kontext sind Zahlensysteme explizit als formale Sprache mit abkürzendem und abstrahierendem Charakter anzusprechen, wobei diese als kognitive Instrumente eine operative mentale Geistes-technik repräsentieren und somit als Intelligenzverstärker fungieren (Arnheim 1985: 200ff; Krämer, S. 1991; Krämer, S. 1994: 93ff).

5.4.2.1 Die erste Stufe der Abstraktion: Aggregat und Hilfsmenge

Die erste und grundlegende historische Vorstufe zur menschlichen Fähigkeit des Zählens besteht im Lichte archäologischer und ethnologischer Befunde in der paarweisen bijektiven Zuordnung der Elemente einer zu zählenden Menge zu den Elementen einer Hilfsmenge (Ifrah 1992: 26ff; Klux 1993: 277ff). Die Hilfsmenge, auf die die zu zählende Menge Einheit für Einheit abgebildet wird, besteht dabei aus zu erstellenden Kerben oder Knoten aus unterschiedlichem Material, vorliegenden Steinchen oder Tonkügelchen bzw. der Nutzung von Merkmalen des menschlichen Körpers wie Finger, Zehen usw. (Menninger 1979; Bd. 1: 29ff; Damerow 1981: 41; Ifrah 1991: 79ff; 110ff; Ifrah 1992: 30f; Cigler 1992: 71f; Dehaene 1999: 115).¹⁷⁶ Hierauf weist noch der lateinische Ausdruck für Zählen hin, welcher „Rationem Putare“ lautet und so mit „Ratio“ auf das Denken des In-Beziehung-Setzen eines Gegenstandes mit einer darstellenden Markierung abhebt und mit „Putare“ die Handlung beschreibt, mit einem scharfen Gegenstand die erwähnte Markierung in einen Holzstock zu schneiden (Ifrah 1991: 175f).

Eine Vorstufe dieser Vorgehensweise als bijektive Zuordnung der Elemente zweier zu vergleichender Mengen ermöglicht es bereits, den Umfang zweier Mengen zu vergleichen und Aussagen wie „weniger“, „mehr“ oder „gleich viel“ zur Bewältigung zweckbezogener und praktischer Bedürfnisse zu generieren (Ifrah 1992: 27; Seife 2002: 11ff). Somit werden mit diesem Prozedere unter dem Charakteristikum der Vergleichbarkeit Zahlen gebildet, ohne zu zählen, ohne diese Zahlen benennen zu können und ohne die jeweilige Anzahl der Elemente zu kennen (Ifrah 1992: 27f). Doch trotz dieser Einschränkungen wird bereits auf dieser Ebene des bijektiven Vergleichs von Mengen eine elementare Grundlage des Zählens gebildet in Form des abstrakten Begriffs der Anzahl (Ifrah 1992: 30; Klux 1993: 278f). Über diese Bildung des Begriffs der Anzahl wird ein völlig abstraktes Merkmal der zu vergleichenden Mengen begründet und über die Paarbildung, die jeweiligen Unterschiede der Elemente beider Mengen kognitiv unterdrückt, womit der „Kunstgriff der Abstraktion“ vollzogen wurde (Ifrah 1992: 30; Klux 1993: 277ff).¹⁷⁷

Die eingangs dargestellte Anwendung einer Hilfsmenge im Rahmen dieser Vorgehensweise stellt eine Erweiterung dieser paarweisen Zuordnung da, welche eine Ausweitung auf größere Mengen ermöglicht sowie über die Verwendung externer Hilfsmengen wie Kerben, Knoten oder Steinchen mit ihrem nicht vergänglichen Charakter eine an einfachen und konkreten Abläufen orientierte

¹⁷⁶ So lautet das lateinische Wort „Calculus“ formal übersetzt „kleiner Kieselstein“ (Ifrah 1991: 189; Seife 2002).

¹⁷⁷ Zu nennen wäre hier beispielsweise das gemeinsame, abstrakte Merkmal zweier zu vergleichender Mengen, die Mächtigkeit „I“ als „zwei“ zu haben (Ifrah 1992: 30).

Buchführung ermöglicht (Ifrah 1992: 29ff; Wiese 1997: 87). Die Anwendung von Hilfsmengen signalisiert somit eine bedeutende Abstraktion, da es sich aufgrund ihrer universellen Anwendbarkeit um ein relativ abstraktes numerisches Symbol und Hilfsmittel handelt, um die kognitiven Grenzen des Menschen zu überschreiten (Klix 1993: 277ff; Dehaene 1999: 115).¹⁷⁸ Diese Anwendung externer Hilfsmengen, die regional- und branchenbezogen noch heute anzutreffen sind, führen entwicklungsbezogen eher zum schriftlichen Festhalten von Quantitäten, wohingegen die Anwendung von Körpermerkmalen als Hilfsmittel eine Kontinuität zur sprachlichen Vermittlung unter Bildung von Zahlwörtern erkennen lässt (Menninger 1979; Bd. 1: 44f; Bd. 2: 59ff; Klix 1993: 277ff; Seife 2002: 14ff).

Ungeachtet dieses entwicklungsbezogenen Ausblicks befindet sich die hier dargestellte Bestimmung von Quantitäten mit gegenständlichen Hilfsmitteln auf der Ebene der Bestimmung von Anzahlen als abzählbare Mengen und nicht auf jener hiervon zu unterscheidenden Nutzung von Zahlen mit dem zugrundeliegenden abstrakten Raum der Zahlen (Krämer, S. 1994: 94f). Unabhängig davon, ob es sich bei den Elementen der Hilfsmenge um konkrete Gegenstände oder homogenisierte Einheiten handelt, bildet die damit realisierte elementare Fähigkeit des Zählens als kognitive Operation zugleich den begrenzenden Faktor einer sich darauf entfaltenden Rechentechnik, welche auf der Anzahlbildung beruht und damit auf den Raum der natürlichen Zahlen beschränkt bleiben muss mit entsprechenden Implikationen für das numerische Denken (Krämer, S. 1994: 94f). Doch trotz dieser Einschränkungen besteht eine ausgeprägte Interdependenz zwischen der Anwendung von Hilfsmengen zur Anzahlerfassung und der Ausbildung erster, damit im Bereich der natürlichen Zahlen verhafteten, Rechentechniken, so dass z.B. die Hand auch als älteste und verbreitetste Rechenmaschine zu bezeichnen ist und Rechensteine den Beginn der Buchführung markieren (Damerow 1981: 41; Ifrah 1991: 79ff; Ifrah 1992: 62; Seife 2002: 14ff).

Als wesentlicher Unterschied zwischen diesen, auf einer eins-zu-eins Relation der Elemente zwischen Hilfsmenge und Menge basierender Anzahlerfassung, und der im folgenden zu besprechenden, sprachlichen oder schriftlichen Zahlbezeichnungen, sind hilfsmengenbezogene Anzahlerfassungen nicht über phonologischen oder graphemischen Merkmale bestimmbar, so dass alle Vorgängerelemente zur Anzahlbeschreibung reproduziert werden müssen (Klix 1993: 277ff; Wiese 1997: 87).

¹⁷⁸ Die allgegenwärtige Bedeutung der Abstraktion belegt hierbei eine authentische Umschreibung der Verwendung eines Kerbholzes als einfacher Zählstock zur Abbildung der Anzahl von Lügen mit der Darstellung der entsprechenden Hilfsmenge, „auf die die Lügen, all ihrer Buntheit entkleidet, der farblosen, reinen Anzahl wegen abgebildet werden“ (Menninger 1979; Bd. 2: 30)

5.4.2.2 Sprachliches Zählen als symbolhafte Abfolge: Riten, Körperzahlen und Litaneien

Den zuvor dargestellten Anfängen einer anzahlbezogenen Quantitätserfassung unter Verwendung einer Hilfsmenge mangelt es zunächst an der Möglichkeit, diese kommunikativ in eine sprachliche Form zu bringen. Hierbei ist beachtlich, dass Zählen als eine rein menschliche Fähigkeit anzusprechen ist, die den Elementen einer Menge fortlaufend eine gegebenen Reihung von Symbolen zuordnet, bis das letzte Element benannt ist und dieses Symbol als die Ordnungszahl des letzten Elementes als Zahl zur Anzahlerfassung der Menge herangezogen wird (Ifrah 1992: 38). Numeralia als sprachliche Zahlenausdrücke bezeichnen dieser Vorstellung folgend keine Verschriftlichung von Zahlen, sondern generieren selbst alle Funktionen von Zahlen (Menninger 1979; Bd. 1: 64; Klix 1993: 282ff; Wiese 1997: 64). Ihnen kommt somit ein sprachlicher Sonderstatus zu, da sie nicht, wie andere sprachliche Ausdrücke, eine außersprachliche Entität bezeichnen, sondern Numeralia mit nichtsprachlichen Zahlen auf einer Stufe zu positionieren sind (Wiese 1997: 59).

Diese sprachliche Anzahlbenennung und damit die sprachliche Anzahlermittlung setzt eine Ordnung von Begriffen in Form einer gegebenen Reihenfolge als Zählsequenz voraus, so dass potenziell jede Folge von Wörtern oder Symbolen eine Verwandlung zu numerischen Begriffen erfahren kann und so zu Zählsequenzen natürlicher Sprache würden (Ifrah 1992: 36f; Wiese 1997: 58f). Diese mit der Abstraktion von den zu zählenden Entitäten eng verwobene Zuordnung von Symbolen ist in ihrer Entwicklung als graduell ansteigend zu betrachten, was das Eingehen von gegenstandsabhängigen Bildern in Maß- und Zahlbegriffe sowie der Tatbestand belegt, dass die Anwendung von Numeralia anfänglich nur im Rahmen einer objektbezogenen Zuordnung erfolgte (Menninger 1979; Bd. 1: 127f; Klix 1993: 280ff).¹⁷⁹

Entgegen dieser Perspektive einer sich aufbauenden Ablösung der Anzahlbezeichnungen von den zu zählenden Entitäten wurde wiederholt die Hypothese vorgebracht, es existiere ein kausaler Zusammenhang zwischen menscheitsgeschichtlich früh auftretenden symbolischen Riten mit den dazugehörigen Litaneien als symbolische sprachliche Ausdrücke, bestehend aus einer definierten Reihung von Wörtern, und der Entwicklung von Zählsequenzen und Zahlwörtern ein-

¹⁷⁹ Zeugen dieser bildlichen Ursprünge von Maß- und Zahlbegriffen bildet z.B. die Maßeinheit des „Morgen“ als Ackerfläche, welche innerhalb des Morgens eines Tages bearbeitet werden konnte (Menninger 1979; Bd. 1: 127).

schließlich der damit einhergehenden Abstraktion (Ifrah 1992: 36; Leakey; Lewin 1998: 259ff; 275ff).¹⁸⁰

Neben dieser Perspektive besteht ein über ethnologische und historische Befunde belegter Entwicklungsstrang der Benennung von Anzahlen über die als Hilfsmenge fungierende menschliche Anatomie, indem zunächst zur Anzahlbeschreibung auf das entsprechende Körperteil gezeigt wurde und später die sprachliche Bezeichnung der anatomischen Bezugspunkte als Anzahlbezeichnung Verwendung fanden (Ifrah 1991: 36ff; 79ff; Klix 1993: 283; Barrow 1999: 82; Dehaene 1999: 110ff)¹⁸¹. Die zur Anzahlbezeichnung benutzten Namen anatomischer Bezugspunkte verlieren durch ihren Gebrauch beim Zählen und als Zahlen zunehmend ihre ursprüngliche Bedeutung und weisen damit die Tendenz auf, sich von diesem Kontext zu lösen und so abstrahiert auf alle Gegenstände übertragbar zu sein (Ifrah 1991: 40; Klix 1993: 282f; Dehaene 1999: 111). Die Verwendung des anatomischen Bezugspunktes, der als letzter einer gegebenen sprachlichen Reihung bei der Anzahlerfassung zugeordnet wurde, als Bezeichnung der Quantität der gezählten Menge, bildet dabei einen bedeutenden und zentralen Schritt zum kognitiven Verständnis der komplementären, kardinalen und ordinalen Aspekte der Zahlen (Klix 1993: 282ff; Barrow 1999: 83). Am Ende dieser mentalen Entwicklung steht die Durchsetzung des Zahlenwortes, indem dieses ebenso anwendbar ist wie der Gegenstand, den es ursprünglich benannte, diese Bezeichnungen wohlunterschieden sind und so die kognitiven Voraussetzungen darstellen, durch die ein artikuliertes abstraktes Zahlwort eine konkrete mentale Mengenvorstellung erzeugt (Ifrah 1991: 42; Klix 1993: 277ff).

Die Begründung einer Zahlensyntax, welche es ermöglicht, große Zahlen aus kleineren zu generieren, war dabei, aufgrund der Begrenzung darstellbarer Mengen mit Hilfe anatomischer Körpermerkmale auf eine Größe von ca. 30, unumgänglich und ist wahrscheinlich aus dieser körperbezogenen Vorgehensweise als Erweiterung hervorgegangen, was die körpernahe Erklärbarkeit dabei entstandener Basiszahlen wie 5, 10 und 20 belegen (Dehaene 1999: 112f).

¹⁸⁰ Dieser Hypothese folgend wäre auch die noch heute existierenden symbolisch/mystischen Bedeutungszuweisungen von Zahlen jenseits ihrer quantitativen Dimension erklärlich, wobei auch diese Bedeutungszuweisungen von Zahlen eine historische Kontinuität aufweisen (Ifrah 1991: 319ff; Bindel 1998).

¹⁸¹ Diese enge Verbundenheit zwischen anatomischen Merkmalen und der kommunikativen Darstellung belegt beispielsweise das englische Wort „Digit“, welches Ziffer und Finger zugleich bedeutet (Dehaene 1999: 111).

Das Ziel der dabei zu generierenden Bildungsregeln von Numeralsequenzen ist es, aufgrund einer sie enthaltenden rekursiven und internen Struktur zwei charakteristische Merkmale von Numeralsequenzen in Form einer Ordnung mit potenzieller Unendlichkeit zu erzeugen (Wiese 1997: 59f). Hierbei ist jedoch beachtlich, dass die Genese einer derart voll ausgebildeten Zahlensyntax von sozio-kulturellen und -ökonomischen Kontexten abhängig ist, da auch eine auf nicht-rekursive Strukturen aufgebaute Numeralsequenz innerhalb bestimmter Grenzen Zahlfunktionen erfüllen kann, soweit der Umgang mit höheren Zahlen nicht erforderlich ist (Wiese 1997: 60f).

5.4.2.3 Die Erfindung der schriftlichen Ziffern: Additive Zahlssysteme

Die Erfindung der Ziffern beeinflusste nach der Erfindung der Schrift die Geschichte der Menschheit nachhaltig, da hiermit die Möglichkeit eröffnet wurde, dem individuellen und sozialen Bedürfnis entsprechend gesprochene Sprache als dauerhaften Ausdruck und Kommunikationsmittel aufzuzeichnen und so, um es mit Voltäre auszudrücken, „eine Malerei der Stimme“ zu begründen (Ifrah 1991: 184f; Ifrah 1992: 100).

Einen bestimmbar Ursprung der Zahlschrift bilden die Fingerzahlen, die mit dem Zahlwort ihre Vergänglichkeit und mit der Zahlschrift ihre Bildhaftigkeit teilen, und so eine Zwischenstufe zwischen Zahlwort und Zahlschrift bilden (Menninger, Bd. 2: 26). Darüber hinaus bestehen bedeutende Parallelen zwischen der Anwendung einer kulturell und zeitlich universell anzutreffenden Zählweise, die auf die Bildung einer Anzahl von Knoten in Schnüren oder Kerben in Holzstücken basiert, wobei insbesondere bei letzterer eine Differenzierung der Markierungen zunehmend vollzogen wurde und erstmals die Reihung als frühes Ordnungsgesetz zum tragen kommt (Menninger 1979; Bd. 2: 30ff). Diese bilden zugleich die älteste uns bekannte Verfahrensweise, um Zahlen dauerhaft aufzuzeichnen und damit dem Defizit der Vergänglichkeit einer ausschließlich sprachlichen Anzahlangabe zu entgehen (Dehaene 1999: 114).

Zur Lösung der Aufgabenstellung einer dauerhaften materiellen Manifestation von festgestellten Anzahlen im Sinne einer einfachen Buchführung wurde bereits ca. 3500 v. Chr. in den Kulturen der Sumerer und Elamiter am persischen Golf eine Vorgehensweise verwandt, die zunächst nicht schriftlich war (Ifrah 1992: 101ff; Koch 1997: 51ff). Die Kultur von Elam verwandte um 3500 v. Chr. Tonkügelchen verschiedener Größen und Formen zur Repräsentation verschieden großer Mengen und damit eine rein symbolische und numerische Darstellungsform (Damerow 1981: 41; Ifrah 1991: 188ff; Ifrah 1992: 109; Koch 1997: 52ff). Diese unterschiedlichen Mengen von Scheiben, Kügelchen und Stäbchen, die 100, 10 und 1 repräsentieren, wurden zum Zwecke der Verbindlichkeit und einer leichteren Mobilität in Behältnisse aus weichem Ton, sogenannte Bullen, gefüllt, die anschließend verschlossen wurden, um für den Zweck einer Kontrolle oder Veränderung der gezählten Menge wieder zerstört zu werden (Damerow 1981: 41; Ifrah 1991:

190ff; Ifrah 1992: 108f). Da sich dieses Prozedere einer ersten „doppelten Buchführung“ in der Praxis als überaus aufwendig erwies, vermerkte man später mit symbolischen Ziffern die im Inneren repräsentierte Menge auf der äußeren Tonhülle der Bullen, so dass entwicklungsbezogen die Hilfsmenge im Inneren der Bullen entbehrlich wurde (Damerow 1981: 41f; Ifrah 1991: 190ff; Ifrah 1992: 108f). Dieser Entwicklung entsprechend wurden ca. 500 Jahre und einige hier zu vernachlässigende entwicklungsbezogener Zwischenphasen später Tontafeln eingesetzt, auf denen Zeichen zur Mengendarstellung verwendet wurden, welche einer zweidimensionalen Entsprechung der überkommenen Tonformen entsprachen und somit Stäbchen durch längliche Kerben, Kugeln durch kleine runde Abdrücke und Scheiben durch große runde Abdrücke ersetzten (Ifrah 1991: 196).¹⁸²

Weitere Vorläufer von Ziffern im heutigen Sinne stammen als eigenständige kulturelle Entwicklung aus der Zeit der Pharaonen in Ägypten und bestehen aus einfachen Ideogrammen als bildhafte Symbole, deren Bedeutung alle Variationen umfasst, welche der dargestellte Gegenstand aufweisen kann (Neugebauer 1969: 82; Ifrah 1991: 222ff; Ifrah 1992: 114f). Seit Ende des 4. Jahrtausends vor Chr. verwandten die Ägypter Ziffern als Bestandteil ihrer Hieroglyphenschrift, mit denen sie ganze Zahlen bis zu einer Größe von einer Million über ein additives Prinzip mit dezimaler Basis darstellen konnten (Ifrah 1991: 230). Hierbei wurde jede der sieben Zehnerpotenzen durch ein eigenes Zeichen dargestellt: Die 1 durch ein I, die 10 durch ein umgedrehtes U, die 100 durch eine Spirale, die 1000 durch eine Lotusblume samt Stiel, die 10.000 durch einen erhobenen Finger, die 100.000 durch eine Kaulquappe und 1 Million durch einen knienden Genius, der die Arme gen Himmel erhebt (Neugebauer 1969: 82; Ifrah 1991: 231). Die Darstellung der Quantität einer Menge erfolgte wie bei anderen Zahlssystemen nach dem additiven Prinzip, wonach eine Reihung von Zeichen entsteht, bei der mit der höchsten Dezimalordnung der Menge beginnend die Zeichen so oft wiederholt werden, wie diese Dezimalordnung in dieser Menge vorkommt (Ifrah 1991: 231ff). Dieses Prinzip der Reihung und Wiederholung brachte es mit sich, dass schon für die Darstellung relativ kleiner Mengen trotz des ansonsten relativ einfachen Aufbaus dieses Ziffernsystems eine exorbitant hohe Anzahl an Zeichen niedergeschrieben werden musste, was überaus aufwendig war und zu zahlreichen Fehlern führte (Ifrah 1991: 234).¹⁸³

¹⁸² Dabei ist zu erwähnen, dass die Keilschriftziffern der Sumerer etwa zeitgleich ebenfalls auf Tontafeln festgehalten wurden und in ihrer Gestalt jenen der Elamiter ähneln, jedoch auf einem Sexagesimalsystem mit den alternierenden Basen Zehn und Sechzig basieren (Ifrah 1991: 210ff).

¹⁸³ So benötigt die Darstellung der Zahl 98.737 in ägyptischen Ziffernsystem die Erstellung von 34 Zeichen (Ifrah 1991: 234).

Diese Anfänge einer Mengendarstellung entwickelten sich somit über die Erstellung einer bildlichen und detailreichen Abbildung der Elemente der zu zählenden Menge, wurde zunehmend abgelöst von einer stärker abstrahierten Darstellungsform in Form von Strichzeichnungen und endete schließlich darin, dass der ursprüngliche Bildcharakter vollständig verzichtbar wurde und in ein System formaler Zeichen überging (Neugebauer 1969: 50). Als Parallele zur Entwicklung der Zahlsprache ist damit auch in der Genese einer Zahlschrift zu konstatieren, dass sich auch hier eine langsame Loslösung der Zifferdarstellung von einer gegenstandsbezogenen Darstellungsform hin zu einer reinen Zahlschrift vollzog, welche für alle zu zählenden Entitäten gilt und entsprechend anzuwenden ist (Menninger 1979; Bd. 2: 54ff). Diese Entkopplung der schriftlichen Zahlendarstellung vom Gezählten erst ermöglicht eine Verselbständigung der grafischen Darstellungsformen, wodurch diesbezügliche Kriterien und Maßstäbe an Bedeutung gewinnen und so eine Bündelung von Zahlzeichen unter ihrer Substitution durch neu eingeführte Symbole forciert wird, was gleichbedeutend ist mit der Begründung des Prinzips einer regelhaften Zahlendarstellung aus Ziffern (Koch 1997: 64f). So ist bereits in dieser frühen Phasen der Entwicklung von Zahlschriften die Idee der Bündelung allgegenwärtig, welche im Gegensatz zur Bildung einer einfacheren Hilfsmenge bestimmte Mengen von Markierungen zu Bündeln von beispielsweise 10 Einheiten zusammenfasst und so die Möglichkeit eröffnet, geeignete Symbole und Namen für größerer Mengen zu konstruieren (Cigler 1992: 71). Aus kognitiver Perspektive wird hierdurch der Umgang mit so erstellten Zahlen zu einem rein formalen Unterfangen, da eine referierende Bezugnahme auf die gezählte Menge nicht vollzogen werden kann (Koch 1997: 65).¹⁸⁴ Darüber hinaus sind kognitive Gründe der Entstehung von Bündelungen anzuführen, die aus dem Tatbestand resultieren, dass die Bildung einer Hilfsmenge durch Striche oder Kerben die Übersichtlichkeit und Lesbarkeit der so abgebildeten Menge nicht erhöhen, so dass ein Bedarf nach Regeln zur übersichtssteigernden Strukturierung entsteht (Dehaene 1999: 115).

Entsprechend der so zu charakterisierenden Entwicklung seien in dieser näherungsweise chronologischen Herleitung exemplarisch für andere frühen reinen Zahlschriften wie die griechischen oder hebräischen das bis ins Mittelalter bedeutende und z.T. noch heute gebräuchliche römische Ziffernsystem zur Anschauung gebracht, dessen Zahlzeichen sich bekanntlich aus den Symbolen I für die Eins, V für die Fünf, X für die Zehn, L für die 50; C für die 100, D für die 500 und M für die 1000 zusammensetzen (Menninger 1979; Bd. 2: 47ff; Ifrah 1991:

¹⁸⁴ Die Dimensionierung solcher Bündelungen stehen dabei in engem Bezug zu der Größenordnung von Körpermerkmalen und deren vorhergehender Gebrauch zur Darstellung von Quantitäten, so dass die Bündelung zur 5 durch die Anzahl der Finger einer Hand, zur 10 durch die Anzahl der Finger beider Hände und zur 20 über das Zählen mit Fingern und Zehen entwickelt wurden (Dehaene 1999: 113).

163ff; 277ff; 286ff). Wie alle Ziffern sind auch diese griechischen Ursprungs, wobei die Genese der Symbole L, C, D und M als relativ späte Abwandlungen erheblich älterer und auch römischer Ziffern anzusprechen sind und die Zeichen I, V und X die ältesten noch vor dem Alphabet entstandenen römischen Ziffern darstellen, die wie andere Ziffernsysteme antiker Kulturen dem kognitiven Prinzip entsprechen, dass das unmittelbare nichtzählende Erkennen einer Quantität von Elementen auf die Menge vier begrenzt ist und sich historisch direkt aus dem Gebrauch von Kerbhölzern ableitet (Ifrah 1991: 169ff; 181 ff). Die Gestalt der 5 als V und der 10 als X ist somit aus dem minimierten Aufwand der Erstellung solcher Zahlsymbole auf Kerbhölzern abzuleiten, da andere Materialien im Kulturvergleich andere Formen hervorriefen (Dehaene 1999: 115). Die so einsetzende Entwicklung von Zahlensymbolen für Bündelungen markiert zugleich eine einsetzende Entflechtung und Differenzierung schriftlicher Verfahren zwischen jenen, welche zum Zählen einer Menge als Bestimmung ihrer numerischen Größe verwendet werden und denen, die den Zweck der Registrierung des Ergebnisses dieses Zählvorganges verfolgen mit dem Ziel der ständigen Verfügbarkeit dieser Information und der Option ihrer weiteren Verarbeitung (Koch 1997; 55).

Das römische Ziffernsystem, dass die Verwendung dieser Symbole zur Darstellung von Quantitäten konstituiert, basiert wie die zuvor dargestellten auf dem additiven Prinzip (Ifrah 1991: 355ff). Dieses additive Prinzip ermöglicht die Darstellung von Zahlen über die Wiederholung von Symbolen, so dass beispielsweise die 7 in der römischen Schreibweise als $5 + 1 + 1$ (VII) geschrieben wird (Dehaene 1999: 115).

Die Bezeichnung additiv erhält dieses Prinzip somit aus der Regel, dass der numerische Wert einer Zahl aus der Summe der Werte jener Ziffersymbole resultiert, aus denen sich die Zahl zusammensetzt (Dehaene 1999: 115f). Diese additive Notation erspart im Vergleich zu einer, die auf einer bijektiven Zuordnung im Sinne einer Hilfsmenge beruht, viel Zeit und Raum (Dehaene 1999: 116).¹⁸⁵ Es beinhaltet jedoch auch durch den beschränkten Zeichenvorrat den Nachteil, dass zur Darstellung von größeren Mengen wie z.B. 87.000 eine Reihung von 87 identischen Symbolen (M) produziert werden müsste (Ifrah 1991: 355ff). Diverse Rettungsversuche des römischen Ziffernsystems durch die Begründung von Zusatzregeln einschließlich der Einführung neuer oder ergänzender Symbole bis ins christliche Mittelalter hinein eröffneten zwar die Möglichkeit einer vereinfachten Darstellung großer Quantitäten, führten jedoch häufig zu unpräzisen und damit missverständlichen Mengendarstellungen und könnten somit die strukturellen

¹⁸⁵ So erfordert die schriftliche Darstellung einer Zahl wie 38 so anstatt einer Reihung von 38 identischen Symbolen für 1 (I) im Falle des römischen Zahlensystems nur noch eine Reihung von sieben römischen Ziffern gemäß $38 = 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1$ oder XXXVIII (Dehaene 1999: 116).

Defizite eines additiven Ziffernsystems nicht kompensieren (Ifrah 1991: 355ff). Prinzipiell kann die Lösung zu Vermeidung von Wiederholungen im Rahmen des additiven Prinzips nur realisiert werden, indem für jede der Zahlen zwischen 1 und 9, zwischen 10 und 90, zwischen 100 und 900 usw. ein eigenes Symbol eingeführt wird (Dehaene 1999: 116). Dieser von der griechischen und jüdischen Kultur beschrittene Weg realisiert diesen Ausschluss von Wiederholungen in der Zahlendarstellung mit dem bedeutenden kognitiven und gedächtnisbezogenen Aufwand, welcher die Kenntnis dieser zahlreichen Symbole erfordert und verstärkt so das ohnehin bestehende Defizit additiver Zahlendarstellungen in Form einer komplizierten Erstellung und Lesbarkeit (Ifrah 1991: 277ff; 286ff; Dehaene 1999: 116).¹⁸⁶ Das additive Prinzip kann somit aufgrund seiner Struktur lediglich eine zumindest als suboptimal zu bezeichnende Antwort auf die Fragestellung geben, mit welchen rekursiven Regeln unter Anwendung konkreter Mitteln große Zahlen mit möglichst wenig Symbolen bezeichnet werden können (Ifrah 192: 45).

Wie erinnerlich endete diese näherungsweise chronologische Historiogenese additiver Ziffernsysteme unter besonderer Berücksichtigung kognitiver Bezugnahmen in der Zeit des Mittelalters. Ab diesem Zeitpunkt ist auch sinnvoll die Frage zu beleuchten, welche Formen einer schriftlichen Darstellungsform quantitativer Größen breite Bevölkerungsschichten anwendeten, da diese gemäß bisheriger Befunde vor dem frühen Mittelalter über solche nicht verfügten und sich somit die bisherigen Darstellungen auf gebildete Eliten wie jenen aus Klöstern beschränkt, welche zum damaligen Zeitpunkt in einer römischen Tradition der Zahlendarstellung standen (Menninger 1979; Bd. 2: 26). Die im Mittelalter beginnende Genese einer Zahlschrift bei der breiten Landbevölkerung vollzieht sich nicht in Form einer Übernahme des in den gebildeteren Kreisen bekannten und angewendeten römischen Ziffernsystems, sondern erfolgt über die eigene Entwicklung von für die täglichen Bedürfnisse ausreichenden Zahlzeichen (Menninger 1979; Bd. 2: 26). Diese an zahlreichen Befunden belegten Volksziffern und Bauernzahlen zeichnen sich durch eine überaus geringe kommunikative Reichweite und einen kleinen Geltungsbereich aus, der sich von individuellen Zahlzeichen bis zu einer maximal regionalen Begrenzung erstreckt und damit nicht als allgemeines Kulturgut angesprochen werden kann (Menninger 1979; Bd. 2: 26f). Der Begriff der Volksziffern beschreibt dabei eine frühe Entwicklungsstufe einer diesbezüglichen Zahlenschreibweise, in der unter der noch dominierenden Bildung von Hilfsmengen Zahlenschreibweisen auf der Basis einer Reihung und ersten Bündelung entstehen (Menninger 1979; Bd. 2: 27ff). Eine darauf aufbauende Entwicklungsstufe bilden die Bauernzahlen als die Entwicklung einer Zahlschrift, die

¹⁸⁶ Die hier dargestellten Defizite additiver Ziffernsysteme im Bereich der Darstellung von Quantitäten werden in Ihrer Brisanz durch die an dieser Stelle bewusst vernachlässigten Implikationen aus der Verbindung von Ziffernsystem und Arithmetik übertroffen. Siehe hierzu Kap. 5.3.2.8.

vom zu zählenden Gegenstand weitgehend abstrahiert auf alle Entitäten anzuwenden ist und dem entsprechend auch eine Konstanz in der Benutzung aufweist (Menninger 1979; Bd. 2: 54ff). Zur Klärung des Verhältnisses zwischen den Volksziffern und Bauernzahlen der breiten Bevölkerung einerseits und der amtlichen römischen Zahlschrift andererseits ist anzumerken, dass die Zahlenschreibweise des Volkes aufgrund der Ermangelung eines allgemeinen Geltungsanspruch kein Konkurrenzverhältnis zur amtlichen aufweist und sich die amtliche Zahlschrift aufgrund ihrer kulturexternen Genese nur sehr begrenzt in die kulturelle Entwicklung einfügt, so dass sie entwicklungsgeschichtlich als „Fremdgut“ anzusprechen ist (Menninger 1979; Bd. 2: 1; 65).

5.4.2.4 Multiplikative Zahlensysteme: Das Stellenwertsystem und die Null

*Nun bist du eine Null ohne Ziffern;
Jetzt bin ich mehr als du:
Ich bin ein Narr, du nichts*

William Shakespeare¹⁸⁷

Die Lösung der mit dem additiven Prinzip von Zahlensystemen verbundenen Probleme in der Darstellung von Mengen lag in der Erfindung von Ziffernsystemen, welche auf dem multiplikativen Prinzip beruhten (Ifrah 1992: 175; Klix 1993: 277ff; Seife 2002). Hierbei besitzen die verwendeten Symbole nicht wie im additiven Fall einen konkret bestimmten numerischen Wert, sondern ist dieser abhängig von der Position des Symbols innerhalb der dargestellten Zahl (Ifrah 1992: 175; Klix 1993: 290ff; Seife 2002).¹⁸⁸ Damit beinhaltet das so begründete Stellenwertsystem der Zahlenschreibweise eine Kombination aus additiver und multiplikativer Darstellung, da das Prinzip der Reihung der Stellen die Bedeutung der Addition aufweist und die Stellen selbst nicht nur Freiplätze für Zahlen darstellen, sondern eine multiplikative Form der Zahlenschreibweise bilden, bei der ein Faktor nicht mehr nur durch ein Zeichen, sondern über eine Position repräsentiert wird (Damerow 1981: 30; Klix 1993: 290ff; Seife 2002). Dieser Faktor muss somit aus dem Gesamtaufbau der Zahlendarstellung erschlossen werden und wird als bekannt vorausgesetzt wie beispielsweise das heutige Stellenwertsystem mit den zugrundeliegenden Potenzen der Zahl 10, die den erschließenden Faktor oder die Basis dieses Dezimalsystems bildet (Damerow 1981: 30; Klix 1993: 290ff; Seife 2002). Dieses Stellenwertsystem setzt somit einen kognitiven Prozess der abstrakten Verdichtung voraus, in dem die Ziffernfolge den Hierarchiewert des Zeichens und den damit markierten Verdichtungsgrad in Zehnerpotenzen ausdrückt (Klix 1993: 290).

¹⁸⁷ Zitiert nach Barrow 1999: 132.

¹⁸⁸ So bedeutet in unserem Dezimalsystem die „5“ in der Zahl „8735“ 5 Einheiten, in der Zahl „2756“ 50 Einheiten, in der Zahl „4576“ 500 Einheiten usw. (Ifrah 1991: 175).

In historischer Perspektive erfanden, beginnend im 2. Jahrtausend v. Chr., zunächst drei Kulturen, namentlich die Babylonier, Chinesen und Maya, diese multiplikative Zahlenschreibweise (Ifrah 1992: 176ff; Seife 2002: 18ff). Diese zeichnet sich durch eine im Vergleich zu additiven Ziffernsystemen sparsameren Bedarf von Symbolen aus, da es lediglich für die Zahlen $1, 2, 3, \dots, (B-1), B, B^2, B^3, \dots$ eigene Symbole braucht (Barrow 1999: 147; Seife 2002). Die durch die babylonische Kultur realisierte Einstiegseinsicht zur Begründung eines numerischen Positionssystems bildet hierbei die Übertragung der Erkenntnis, dass durch die Permutation einer kleinen Menge von Zeichen eine Vielzahl von Symbolen verschiedener Bedeutungen generiert werden können, aus der Struktur von Schriftsprachen auf das Schreiben von Zahlen mit der Konsequenz, dass die Stellung der Ziffern ihren Wert bestimmt (Barrow 1999: 133; Dehaene 1999: 116f; Seife 2002: 21ff).

Eine stringente Anwendung dieses Positionssystems ist jedoch nur umzusetzen unter der Bedingung der Erfindung der Zahl Null (0), welche mit Einschränkungen zwei der drei Kulturen, die ein Positionssystem der Zahlendarstellung hervorbrachten, auch begründeten (Ifrah 1992: 190; Klix 1993: 310ff; Seife 2002: 18ff). Diese zwei Kulturen in Form der Babylonier und Maya verwendeten das Symbol für die Null jedoch lediglich mit Einschränkungen der Gestalt, dass im Falle der Maya eine unregelmäßige Anwendung die Entfaltung der mathematischen Vorzüge unterbindete (Ifrah 1992: 190f; Seife 2002). Die altbabylonische Kultur entwickelte um 2000 v. Chr. ein sexagesimales Stellenwertsystem zur Basis 60, dass die strukturelle Eigentümlichkeit aufwies, dass aufgrund der Ermangelung eines Sexagesimalkomata und der Zusammensetzung der 59 Grundzahlen unter Benutzung der zusätzlichen Grundzahl 10 aus lediglich zwei Symbolen die Zahlzeichen grundsätzlich mehrdeutig verwendet wurden (Neugebauer 1969: 93; Damerow 1981: 44; Klix 1993: 310ff; Barrow 1999: 136ff; Dehaene 1999: 117f; Seife 2002: 21ff). Die konkrete Zahlenschreibweise stellte so aufgrund der Basis 60 mit der weiteren Grundzahl 10 und einer Mischung von additiver und multiplikativer Kodierung „eine obskure Folge von Keilschriftzeichen“ dar, so dass die babylonische Zahlenschreibweise ein außerordentlich aufwendiges und unhandliches System darstellte, dass nur für die gebildete Oberschicht nutzbar war (Ifrah 1991: 367ff; Dehaene 1999: 117f). Als weitere Eigentümlichkeit der babylonischen Zahlendarstellung ist die relativ späte Einführung der Null ab ca. 200 bis 300 v. Chr. beachtlich, wobei anzumerken ist, dass dies durch den sexagesimalen Aufbau zur Basis 60 im Vergleich zum Dezimalsystem sechs mal seltener Probleme hervorrief und vorangestellte bzw. nachgestellte Nullen aufgrund des Fehlens eines Komata ohnehin entbehrlich waren (Damerow 1981: 45ff; Klix 1993; Barrow 1999: 137ff).

Dennoch führte die Jahrhunderte währende Ermangelung einer Null mit ihrer Substitution durch Leerstellen und Platzhalter trotz der beobachtbaren Präzision der babylonischen Schreiber immer wieder zu Missverständnissen, so dass in Konsequenz hieraus eine Null als Recheneinheit entwickelt wurde und Verwendung fand, ohne ihr jedoch den Status einer Zahl zukommen zu lassen (Klix 1993; Barrow 1999: 136ff; Dehaene 1999: 117f; Seife 2002).

Aufgrund dieser Einschränkungen ist Indien historisch als Ursprung der Umsetzung des Positionsprinzips in der Zahlenschreibweise anzusprechen, wobei Anregungen und Einflussnahmen durch das babylonische Positionssystem nicht ausgeschlossen werden können und die zeitliche Einordnung strittig bleibt (Neugebauer 1969: 42; Menninger 1979; Bd. 2: 207ff; Ifrah 1991: 383ff; Ifrah 1992: 193ff; Barrow 1999: 142f). Ungeachtet dieser wissenschaftlichen Diskussion und unter bewusster Vernachlässigung der diesbezüglichen Entwicklungen in China ist Indien als jener kultureller Ort zu betrachten, wo ab ca. 3000 v. Chr. das Stellenwertsystem entwickelt wurde, welches im Vergleich zu den sonstigen diesbezüglichen Entwicklungssträngen überaus frühzeitig ein Symbol für die Null integrierte und so eine weitere Steigerung der Sparsamkeit im Bedarf von Symbolen realisierte (Ifrah 1991: 428ff; 480ff; Barrow 1999: 142ff). Diese ausgebaute Sparsamkeit im benötigtem Gebrauch von Symbolen resultierte daraus, dass nunmehr lediglich B verschiedene Symbole einschließlich der Null gemäß $1, 2, 3, \dots, (B - 1)$ benötigt wurde (Barrow 1999: 147). Jede beliebige Zahl N lässt sich so über die allgemeine Formel

$$N = a_n B^n + a_{n-1} B^{n-1} + \dots + a_2 B^2 + a_1 B + a_0$$

als Bündelung in Blöcken ausdrücken und in einem Stellenwertsystem als die Zahlenreihe nach $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$ darstellen (Cigler 1992: 71ff; Klix 1993: 293ff; Barrow 1999: 147; Dehaene 1999: 117). Die dabei angewendete Basis B ist variabel und nicht a-priori bestimmbar, wie die Übertragung von Zahlen dezimaler Schreibweise in das binäre bzw. hexadezimale System als rein arithmetische Aufgabenstellung anschaulich belegt (Voß 1989: 57ff; Cigler 1992: 72ff). Die diesbezügliche historische Entwicklung ist jedoch der Gestalt verlaufen, dass in unserer Kultur die Basis 10 in der alltäglichen Zahlenschreibweise dominiert sowie selbstverständlich vorausgesetzt wird und aufgrund elektronischer Gegebenheiten bei Computeranwendungen die binäre Basis 2 Ihre Anwendung findet (Voß 1989: 57ff; Cigler 1992: 72f).

Dieses Stellenwertsystem der Zahlenschreibweise einschließlich der Anwendung der Null ermöglicht somit unabhängig von der verwendeten Basis eine schnelle, einfache und rationelle Zahlendarstellung sowie die Anwendung formaler Rechenoperationen und ist somit allen früheren additiven Zahlschriften überlegen

(Ifrah 1992: 175; Klix 1993: 310ff).¹⁸⁹ Diese Vorteile und Überlegenheit einer multiplikativen Zahlenschreibweise erkannte die arabische Kultur und übernahm somit die vor ca. 1500 Jahren in Nordindien entwickelte indische Zahlenschreibweise im Rahmen einer im Kontext von Eroberungen entstandenen fruchtbaren Zeit kultureller Assimilation und wissenschaftlicher Synthese relativ schnell (Menninger 1979; Bd. 2: 221ff; Ifrah 1991: 515ff; Ifrah 1992: 220f; Seife 2002).¹⁹⁰

Im Gegensatz zu dieser zügigen Übernahme der indischen Zahlschrift innerhalb des arabischen Raums verhielten sich die christliche Kultur Europas, wo die Einführung des mit Argwohn und Misstrauen betrachtete Positionssystems in der Zahlenschreibweise in der zweiten Hälfte des 10. Jahrhunderts begann und von ausgeprägten Widerständen geprägt über 200 Jahre andauerte (Menninger 1979; Bd. 2: 213ff; 339ff; Ifrah 1991: 528ff; Ifrah 1992: 220f; Seife 2002: 80ff). Gekennzeichnet war diese, in Zusammenhang mit dem gesellschaftlichen Bedeutungsgewinn von Wissenschaft und der Zugänglichkeit sowie Vermittlung arabischer Werke im lateinischen Abendland zu betrachtende, Einführung des Stellenwertsystems in Europa von einer langwierigen und leidenschaftlich geführten Auseinandersetzung zwischen „Abacisten“ und „Algorithmikern“, welche historisch betrachtet bekanntlich zugunsten Letzterer entschieden wurde (Menninger 1979; Bd. 2: 248ff; Ifrah 1991: 533f; Seife 2002: 80f).

Diese Darstellung der kulturhistorischen Genese der Zahlenschreibweise als Kulturtechnik erlangt neben der damit verbundenen Negation der naiven Vorstellung einer wie auch immer gearteten Gegebenheit der Quantitätsdarstellung seine Relevanz in kognitiver Perspektive aufgrund der damit verbundenen Wirkungen dieser Techniken auf die „Art und Weise, wie wir denken“, wobei erst die Betrachtung der Verbundenheit zwischen Zahlensystem, Kognition und Arithmetik diese Dimension gänzlich zu entfalten vermag (Krämer, S. 1994: 90).¹⁹¹ Doch bereits hier ist festzuhalten, dass die Einführung eines Stellenwertsystems mit Positionsschreibweise als eine herausragende kulturelle Leistung anzusprechen ist, welche nicht nur neue Möglichkeiten der numerischen Mengendarstellung eröffnete, sondern auch zu neuen Denkwegen führte (Klix 1993: 314). Diese Einschätzung begründet sich in dem Tatbestand, dass gleiche und große Mengen

¹⁸⁹ Hierbei ist der zahlentheoretische Sonderstatus der Null beachtlich, welche nicht auf ein Numeral bzw. eine konkrete Menge von Objekten rekurriert, sondern als Menge aller leeren Mengen definiert ist und somit aus formal-abstrakten Überlegungen der Zahlendarstellung entstanden sein muss (Wiese 1997: 111; Seife 2002).

¹⁹⁰ Hierin ist auch die im Alltagsverständnis bestehende, historisch im Lichte zahlreicher Befunde jedoch inkorrekte Bezeichnung des multiplikativen Dezimalsystems als „arabische“ Zahlschrift begründet (Ifrah 1991: 485ff).

¹⁹¹ Siehe Kap 5.2.3.8.

oder Anzahlen in vereinfachter Form dargestellt werden konnten und diese Vereinfachung die Option eröffnete, bei konstantem kognitivem Aufwand neue und komplexere Probleme über ihre numerische Ausdrückbarkeit handhabbar zu machen (Klix 1993: 314). „Die Vereinfachung einer Problemsicht oder (was dasselbe ist) der Mittel ihrer Darstellung und Behandlung ist als Resultat kognitiver Prozesse eine bedeutsame Grundlage der Steigerung menschlicher Erkenntnistätigkeit und Erkenntnisfähigkeit“ (Klix 1993: 314).

5.4.2.5 Zahlen jenseits natürlicher Zahlen: rationale und irrationale Zahlen

Die Genese und Begründung der in der Geschichte entstandenen Zahlensysteme zur Quantitätserfassung und –darstellung waren, wie zuvor dargelegt, eng verwoben mit der Vorstellung der Abbildung einer Menge von Elementen und somit zunächst auf die natürlichen Zahlen begrenzt (Ebbinghaus; Hermes 1992: 1). Dementsprechend orientieren sich erste Definitionsversuche noch ganz am Vorgang des Zählens und werden erst später durch eine mathematische Präzisierung des Zahlenbegriffs aus dem Bereich der Logik durch Frege, der Mengenlehre durch Cantor und der Axiomatik durch Peanos theoretisch erfasst (Ebbinghaus; Hermes 1992: 13).

Noch in der Antike treten zudem natürliche Zahlen, ausgelöst durch Rechenvorgänge, und die rationalen Zahlen als Brüche und Verhältnisse hinzu (Ifrah 1991: 235; Ebbinghaus; Hermes 1992: 1f). Insbesondere die beobachtbaren Restriktionen im Falle der Division als Umkehrung der Multiplikation im Bereich natürlicher Zahlen fanden bereits sehr früh Beachtung (Neugebauer 1969: 86ff). Hierbei ist am Beispiel der altägyptischen Bruchrechnung und –darstellung zunächst anzumerken, dass eine ausdifferenzierte und damit nicht einheitliche Nomenklatur für die zeichenbezogene Benennung von Brüchen bestand (Neugebauer 1969: 86ff; Klix 1993: 316ff). Allgemein wurden Brüche in dieser altägyptischen Zahlendarstellung durch das Voranstellen eines Zeichens für „Teil“ vor dem üblichen Zahlensymbol gebildet, so dass sich das altägyptische Wissen zu Brüchen somit auf Stammbrüche beschränkte, die durch eine 1 im Zähler charakterisiert sind (Neugebauer 1969: 87f; Ifrah 1991: 235; Klix 1993: 316ff). Ergänzt wurde diese Darstellung durch schriftliche wie sprachliche Individualzeichen für gängige Stammbrüche wie $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$, aber auch für Komplementbrüche wie $\frac{2}{3}$ oder $\frac{3}{4}$ (Neugebauer 1969: 88; Ifrah 1991: 235; Klix 1993: 281ff).¹⁹² Zu diesem auch als

¹⁹² Komplementbrüche besitzen die komplementäre Form $\frac{n-1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$, d.h. sie besitzen die Charakteristik, stets von der vollen Einheit um den entsprechenden Stammbruchanteil entfernt zu sein (Neugebauer 1969: 88).

„natürlich“ bezeichneten Bereich von Brüchen kommen die übrigen, die als „algorithmische Brüche“ bezeichnet werden können und erst im Zuge der Ausbildung einer Rechenfähigkeit an Bedeutung gewannen (Neugebauer 1969: 88; Klix 1993: 316ff). Diese aufkommende Rechenfertigkeit generierte Problembereiche der Ausführung von komplexen, nicht aufgehenden Divisionen, wurde bereits in der altägyptischen Lehre des Rechnens betrachtet und durch die Stammbruchzerlegung bearbeitet (Neugebauer 1969: 88; Damerow 1981: 17ff). In dieser Vorgehensweise kann jeder echte Bruch durch eine Summe voneinander verschiedener Stammbrüche auf der Basis des Euklidischen Algorithmus der Division mit dem „Rest“ zerlegt werden (Damerow 1981: 17f; Klix 1993: 300ff).¹⁹³ Dieses universell auf jede Division anwendbare Prozedere weist jedoch einige Problembereiche, wie die durch die nicht eindeutige Zerlegung nicht eindeutige Wiedererkennbarkeit identischer Brüche und die Unmöglichkeit des Erkennens einer Überschreitung des Bruches über die Zahl 1, auf, die durch die Anwendung von Tabellenwerken ansatzweise ausgeglichen werden konnten (Damerow 1981: 20ff; Klix 1993: 300ff). Dieses Verfahren der Stammbruchzerlegung belegt jedoch auch die additive Grundcharakteristik altägyptischer Rechentechnik, welche prinzipiell auf additive Grundoperationen beschränkt hier auf den Bereich der Bruchrechnung angewendet wird (Damerow 1981: 24ff; Klix 1993: 300ff). Erst über die Entwicklung multiplikativer Zahlensysteme sowie der Erfindung der Null wurde die Grundlage geschaffen für die Erweiterung des Zahlensystems auf rationale Zahlen im heutigen Sinne (Ifrac 1991: 434). So ermöglichte erst das multiplikative Positionssystem eine vereinfachte Berechenbarkeit beliebiger Zahlenverhältnisse sowie eine geschlossene, d.h. nach einem Regelsystem orientierte Strukturierung der Grundrechenarten (Klix 1993: 317f). Zur Illustration dieser Leistungseigenschaften des Zahlensystems sei ein Beispiel von van der Waeren herangezogen (aus Klix 1993: 317ff):

¹⁹³ Der Verlauf einer Stammbruchzerlegung ist wie folgt zu beschreiben (Damerow 1981: 18f): Division b durch a ergibt q und einen Rest r , d.h.: $b = qa + r; q \geq 0; 0 \leq r \leq a$. Bildet man nun den Wert b_1 gemäß $b_1 = q + 1$ und nennt die Differenz von r zum Divisor a_1 gemäß $a_1 = a - r$, so lässt sich dies wie folgt zusammenfassend festhalten: $b = b_1 a_1 - a_1; b_1 \geq 1; 0 \leq a_1 \leq a$. Somit erfolgt die Darstellung eines Bruchs nach seiner Umformung über die Stammbruchzerlegung gemäß: $\frac{a}{b} = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_1} + \frac{a_1}{b}$. Beispielsweise erfolgt die Darstellung des ursprünglichen

Bruchs gemäß: $\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ oder $\frac{47}{60} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ (Ifrac 1991: 235).

Betrachtet sei die Näherungsbestimmung der Quadratwurzel aus einer Zahl b . Man nehme dazu versuchsweise eine Zahl a , deren Quadrat möglichst nahe bei b liegen sollte und addiere dazu die entstehende Differenz zu b als d gemäß $b = a^2 + d$ (Klix 1993: 317). Darauf aufbauend wird eine bessere Approximation mit dem Wert y gemäß $(a + b)^2 = a^2 + d$ oder $2ay + y^2 = d$ versucht (Klix 1993: 318). Soweit a^2 nicht stark von b abweicht ist nun y^2 klein im Vergleich zu $2ay$ und wird negiert, so dass sich $2ay = d$ ergibt (Klix 1993: 318). Aus der Umformung nach y entsteht der Ausdruck $y = \frac{d}{2a}$, so dass $a + y = a + \frac{d}{2a}$ eine bessere Approximation bildet mit der Konsequenz, dass unter Wiederholung dieses Prozedere eine beliebig genaue Annäherung an die gesuchte Quadratwurzel von B erstellbar ist (Klix 1993: 318). Obwohl die sich hierbei anbietende Betrachtung irrationaler Zahlen noch ausblieb bietet dieses Beispiel eine Illustration der Einsicht, dass „es auf dieser Basis der kognitiven Repräsentation von Zahlen und Operationen zur Entstehung des frühesten mathematischen Denkens in der Menschheitsgeschichte gekommen ist; d.h. von Denkvorgängen, deren Gegenstand die Spezialität der Zahlenrepräsentation und ihre Ausdrucksfähigkeit selbst sind, ohne notwendigen Bezug darauf, welche Eigenschaften der Gegenstandswelt sie abbilden. Werden die Eigenschaften der Zahlen und der Operationen an ihnen zum Gegenstand der Erkenntnistätigkeit, dann werden Zusammenhänge, Ähnlichkeiten und Verwandtschaften in den mathematischen Strukturen kenntlich, die zuvor unerkennbar bleiben mussten, weil sie absolut nicht wahrnehmbar sind. Und dies, obwohl die kognitive Befähigung zum Erkennen dieser Zusammenhänge durchaus vorhanden sein konnte“ (Klix 1993: 318).

Die kognitiven Implikationen dieser Erweiterung des Zahlensystems sind dabei überaus bedeutend, da im Gegensatz zum Konzept natürlicher Zahlen, das über die Abstraktion konkreter Mengen und Anzahlen entsteht, hier erstmals bei der Begründung eines Konzeptes für rationale Zahlen eine Erweiterung dieser in der Gestalt vollzogen wird, dass auf abstrakte mathematische Objekte Bezug genommen wird (Wiese 1997: 113). Diese kognitive Erweiterung illustriert sich beispielsweise in dem Erwerb von Konzepten rationaler Zahlen über einen maßgeblichen Rekurs auf Ziffernsysteme wie dem gebräuchlichen Dezimalsystem, in dem dieses System um solche Elemente erweitert wird, welche eine „Grenzmarkierung“ in Form eines Kommas enthalten und darauf aufbauend die Stellen rechts des Kommas als Symbole für Kehrwerte der jeweils nächsthöheren Zehnerpotenz bestimmt werden (Wiese 1997: 112). Die heute selbstverständliche kognitive Operation, Zahlenverhältnisse als Brüche zu betrachten und auf diesem Wege den

Bereich der ganzen Zahlen zu erweitern, entsteht erst in der Neuzeit (Ebbinghaus; Hermes 1992: 20).¹⁹⁴

Die enge Verbundenheit zwischen der Entwicklung des Zahlensystems und der Ausweitung und zunehmenden Abstraktion des Zahlenbegriffs belegen auch die ersten Betrachtungen irrationaler Zahlen wie der Kreiskonstante und Quadratwurzeln in der chinesischen Mathematik, welche durch die Entwicklung eines leistungsfähigen Zahlensystems ermöglicht wurde (Ifrah 1991: 434; Klix 1993). Der Bereich der positiven irrationalen Zahlen konnte erstmalig von griechischen Philosophen und Mathematikern auch ansatzweise theoretisch beschrieben werden, wurden dabei jedoch als eigenständiges Theoriekonstrukt und nicht als Erweiterung der natürlichen Zahlen betrachtet (Ebbinghaus; Hermes 1992: 2; Klix 1993). Erst im 17. Jahrhundert setzt sich in Entsprechung der bereits Jahrhunderte andauernden Rechenpraxis auch die theoretische Einsicht durch: „Zahl ist etwas, das sich zu Ein so verhält wie eine beliebige Strecke zu einer gegebenen Strecke“ (Ebbinghaus; Hermes 1992: 2; Klix 1993).

Die lang andauernde und ausgeprägte Verbundenheit des Zahlenbegriffs mit der Abbildung einer konkreten Menge und der damit einhergehenden Hemmung der Ausbildung eines abstrakten Zahlenbegriffs illustriert die Genese der Betrachtung negativer Zahlen, deren Gebrauch im 6. Jahrhundert in Indien nachgewiesen ist, deren Existenz jedoch insbesondere in theoretischer Perspektive noch lange danach angezweifelt wurde (Ebbinghaus; Hermes 1992: 2). Ganze Zahlen wurden somit zunächst als „fiktive“ bzw. „falsche“ Rechenausdrücke interpretiert, verbunden mit einer Vorstellung des „unterhalb von nichts“ (Ebbinghaus; Hermes 1992: 20). Ihnen wird erst im 19. Jahrhundert durch Kronecker eine theoretische Bedeutung für die Entwicklung des Zahlenbegriffs zugewiesen (Ebbinghaus; Hermes 1992: 18ff).

5.4.2.6 Große Zahlen und Rangschwellen

Die Begründung und Nutzung von Symbolen und Bezeichnungen für große Mengen veranschaulicht, wie die Herausbildung des Zahlensystems, eine ausgeprägte Interdependenz dieser Entwicklungen zum allgemeinen sozioökonomischen Entwicklungstrend von Kulturen (Neugebauer 1969: 86; Klix 1993: 282ff).

So ist zunächst festzuhalten, dass bereits in der altägyptischen Kultur bei der sprachlichen wie schriftlichen Benennung von Mengen bezüglich der zum jeweiligen Zeitpunkt der kulturellen Entwicklung aktuell höchstmöglichen bekannten Zahl

¹⁹⁴ Die erste theoretische Abhandlung zur Entwicklung einer Theorie der rationalen Zahlen stammt von Bolzano und versucht, eine Zahlentheorie zu begründen, welche gegenüber den vier elementaren Rechenoperationen abgeschlossen ist (Ebbinghaus; Hermes 1992: 20).

eine ausgeprägte Verbindung zum unbestimmten Begriff der Vielheit zu beobachten ist (Neugebauer 1969: 85f; Klix 1993: 282ff). Diese kulturelle Ausweitung des Bereichs der präzise numerisch bestimmbaren Mengen beginnt mit dem Begriff und Symbol für die Menge dreier Elemente als erste Zählgrenze, deren Symbol zuvor die Bedeutung eines allgemeinen Begriffs für eine unbestimmbare Vielheit hatte und erst im Zuge dieser Ausweitung zu einem präzisen Zahlensymbol wurde (Neugebauer 1969: 85; Klix 1993: 282ff). Diese Entwicklungsstruktur der numerischen Erschließung größerer Mengen durch höhere Zahlen über eine präzisierte und gewandelte Verwendung unbestimmter Pluralbegriffe ist auch in weiteren Phasen dieser Entwicklung festzustellen wie beispielsweise bei der Zahl 1000 (Neugebauer 1969: 85).

Jedoch ist diese Kulturentwicklung nicht als unumkehrbar anzusprechen, da im Lichte historischer Belege zur Entwicklung der ägyptischen Kultur soziokulturelle Einflussfaktoren dazu führten, dass bereits erschlossene Bereiche der Benennung von großen Mengen durch hohe Zahlen wie Zehntausend, Hunderttausend und Million in absteigender Reihung durch unbestimmte Vielheitsbezeichnungen substituiert wieder außer Gebrauch kommen und in Vergessenheit geraten (Neugebauer 1969: 86).

Darüber hinaus bilden die höheren Rangschwellen wie Million, Milliarde, Trillion usw. einen Beleg für die Künstlichkeit dieser Entwicklung und markieren somit den Unterschied zwischen gewordener und geschaffener Zahlreihe (Menninger 1979; Bd. 1: 153ff). Dies belegt beispielsweise der Ursprung und die Entwicklung der Million, die heute offiziell als die Basis dezimaler Vielfache gemäß 10^{6N} mit $N = 1$ und somit als 10^6 definiert ist (Menninger 1979; Bd. 1: 154f; Jerrard; McNeill 1994: 55). Zunächst stand die Bezeichnung Million im 14. Jahrhundert gemäß der Schilderungen Marco Polos zu seiner Reise nach China für „Vieltausend“ als „Milli-one“ (Menninger 1979; Bd. 1: 155). Diesbezügliche dezimale Präzisierungen des Mengenbegriffs Million im 15. und 16. Jahrhundert offenbaren kulturbezogene Differenzen, da dieser Mengenbegriff im holländischen die sechste, in Spanien jedoch die 12. Rangstufe beschrieb und darüber hinaus auch unterschiedliche Bedeutungszuweisungen des Begriffs Million bei seiner offiziellen und alltäglichen Nutzung belegbar sind (Menninger 1979; Bd. 1: 155).

Ähnlich verhält es sich mit dem Begriff der Billion mit $N = 2$ gemäß 10^{6N} als 10^{12} , der bis ins 18. Jahrhundert in Amerika universell 10^9 repräsentierte (Menninger 1979; Bd. 1: 155). Diese Definition lebt heute in der globalen Finanzwelt fort, deren Nomenklatur gemäß 10^{3Y+3} ebenfalls zur Basis der Million als $Y = 1$ und somit 10^6 strukturiert ist (Jerrard; McNeill 1994: 55). Diesem System folgend

bezeichnet die Milliarde 10^9 , die Trillion für 10^{12} statt den offiziellen 10^{18} und eine Quadrillion für 10^{15} (Jerrard; McNeill 1994: 55).¹⁹⁵

Diese Darlegung der Entwicklung von Bezeichnungen hoher Zahlen für die Benennung großer Mengen zeigt, dass diese auf künstliche Festsetzungen und Konventionen beruhen und somit im Vergleich zu den kulturell und kognitiv gewachsenen Zahlreihen diese Genese und damit dieses Fundament als Grundlage des Gebrauchs lediglich überaus eingeschränkt besitzen (Menninger 1979; Bd. 1: 157). So ist es aufgrund dieser Verhältnisse möglich, mit großen Zahlen wie beispielsweise 28 Trillionen als $28 \cdot 10^{18}$ formal zu rechnen und Ergebnisse zu erzielen, ohne auch nur ansatzweise ein natürliches Gefühl oder eine wie auch immer geartete Vorstellung über die Quantität einer Trillion oder den quantitativen Unterschied zwischen einer und zwei Trillionen zu besitzen (Menninger 1979; Bd. 1: 157; Barrow 1999: 75).

Diese Einschätzung entspricht sich mit jenen kognitionspsychologischen Befunden, welche um den Begriff des Größeneffektes jene kognitive Invarianz beschreiben, dass mit zunehmender Größe von Zahlen die relative Genauigkeit der Repräsentation abnimmt und so diese mentale Repräsentation einer Komprimierung im Sinne einer quasilogarithmischen Folge gleichkommt (Dehaene 1999: 93f).¹⁹⁶

5.4.2.7 Maße, Maßsysteme und Maßangaben

In Anlehnung an die Übertragbarkeit messtheoretischer Konzepte auf die kognitive Anwendung von Zahlen zur Bemessung von Quantitäten geraten auch Maß- und Messmittel in den Blickpunkt der Betrachtung.¹⁹⁷ Im Falle dieses kognitiven Konzeptes der Messung wird entsprechend einer numerischen Quantifizierung das zu messende Messobjekt auf ein die zu messende Eigenschaft repräsentierendes Maßobjekt abgebildet, wobei die daraus resultierende numerische Quantifizierung die Ausprägung eben jener Eigenschaft des Messobjektes betrifft (Wiese

¹⁹⁵ Herauszustellen ist hierbei die Mengenbezeichnung Milliarde, die erstmal im 16. Jahrhundert in Frankreich zunächst als Bezeichnung der 12 und später der 9 Rangschwelle vorzufinden ist und mit Skepsis betrachtet wurde. Gebräuchlich im Sinne eines kulturellen Allgemeingutes wird sie hier erst im 19. Jahrhundert und fand erst aufgrund der Bemessung der monetären Kriegsschulden gegenüber Frankreich auf 5 Milliarden ab 1871 auch in Deutschland Beachtung und Anwendung (Menninger 1979; Bd. 1: 156).

¹⁹⁶ Vgl. hierzu ausführlicher Kap. 5.5.2.1.

¹⁹⁷ Vgl. hierzu Kap. 5.2. und insbesondere 5.2.2.2.

1997: 114ff). Dieses Konzept „Maß“ ist in direkte und indirekte Formen zu differenzieren (Wiese 1997: 114ff).

Im Falle der direkten Form der Messung besitzt das Konzept „Maß“ keine weiteren Elemente und Annahmen, da diese elementare Form der Messung auf extensive Aspekte von Objekten Bezug nimmt und dementsprechend Maß- wie Messobjekt die zu messende Eigenschaft in messrelevanter Weise aufweist (Wiese 1997: 115).¹⁹⁸ Spezialfälle direkter Messung von quasi- extensiven Merkmalen bilden zum einen die Messung des Wertes des Messobjektes über Währungseinheiten, wobei diese quantitativ generierende Abbildung auf der Basis von Konventionen zur Realisation der Messrelevanz erfolgt, da die Eigenschaft des Wertes nicht per se vorliegt um dieses gegenstandsfreie Universalmaß zu begründen (Menninger 1979; Bd. 1: 42; Wiese 1997: 117f). Zum anderen ist hier die Messung von Zeitintervallen als Dauer von Ereignissen zu nennen, bei der erst der Rekurs auf andere temporär definierten Vorgängen von periodischer Konstanz, welche zur Dauer des Messobjektes parallel ablaufen, die Messrelevanz des Merkmals herstellen und so eine Abbildung ermöglichen (Wiese 1997: 117f). Im Falle der indirekten Messung ist der quantitative Aspekt nicht-extensiver Eigenschaften von Objekten Gegenstand der Messung, so dass über eine vermittelnde, mit der zu messenden nicht-extensiven Eigenschaft korrelativ verbundene, extensive Eigenschaft des Maßobjektes eine quantitativ generierende Abbildung erstellt wird (Wiese 1997: 116).¹⁹⁹

Die quantitative Messung von Länge, Masse und Zeit wurde bereits zu Beginn der Geschichtsschreibung vollzogen (Jerrard; McNeill 1994: 1). Die Entwicklung von Messmitteln und Maßeinheiten zu diesen Arten der Messung entstanden aus dem Tatbestand, dass in vom primären Sektor geprägten Kulturkreisen aufgrund der soziokulturellen und insbesondere ökonomischen Entwicklung der Bedarf nach einer Buchführung entstand, wobei jedoch abgesehen vom Wirtschaftszweig der Viehzucht die dominierenden landwirtschaftlichen Produkte in keiner solch diskreten Form vorlagen, dass sie über eine Anzahlbildung in sinnvoller Weise quantifiziert werden konnten (Damerow 1981: 54). So entstanden in den frühen Dorfgemeinschaften durch das praktische Alltagsleben geformte und bezogene Maße für die Bemessung der Menge von Getreide, welche auf Tagesrationen

¹⁹⁸ Als klassisches Beispiel direkter Messung sei hier die Messung der extensiver Merkmale Gewicht und Länge anzuführen (Eschenbach 1995: 206ff; Wiese 1997: 114).

¹⁹⁹ Als Beispiel einer solchen indirekten Messung diene dabei die quantitative Bestimmung der nicht-extensiven Eigenschaft Temperatur in Form einer korrelativen Vermittlung über die Länge einer Quecksilbersäule, welche ihrerseits ein extensives Merkmal darstellt und somit in messrelevanter Weise vorliegt (Eschenbach 1995: 206ff; Wiese 1997: 114ff).

einer Person, Maßmittel wie Krüge oder die Bearbeitbarkeit durch einen Esel innerhalb eines Tages Bezug nehmen und damit auch als Flächenmaß Anwendung fanden (Neugebauer 1969: 102; Damerow 1981: 54f). Darüber hinaus existierten seit der dritten Dynastie in Ägypten (ca. 2800 bis 2300 v. Chr.) körperbezogene Maßeinheiten wie die Längenmaße Fingerbreit, Elle, Handbreit usw. aus der Sphäre es dörflichen Handwerks sowie Maßstandards aus konkreten und gegenständlichen Arbeitsvollzügen und Handlungszusammenhängen wie ein ca. 30 kg repräsentierendes Gewichtmaß als Masse, die ein Mensch tragen kann oder ein kombiniertes Zeit und Längenmaß der Wegstunde, die ca. 10 km und 2 Stunden Fußmarsch repräsentierten (Neugebauer 1969: 101; Damerow 1981: 55 Jerrard; McNeill 1994: 67). Als weitere Beispiele für gegenstands- und regionsspezifische Maßeinheiten von unterschiedlicher Historie und Geltungsdauer sei das Volumenmaß Barrel, dass seit den 15. Jahrhundert bis heute in Gebrauch ist, und Volumenvariationen aufgrund des Messgegenstandes aufweist, oder der Knoten als Geschwindigkeitseinheit der Seefahrt, deren Geschichte bis ins 15. Jahrhundert zurückreicht und die nach einer Neubestimmung mit zwei alternativen Definitionen noch heute in Gebrauch ist, genannt (Jerrard; McNeill 1994: 25; 118). Einzelne Maßgruppen entstehen somit unabhängig voneinander und sind zunächst isoliert in der Gestalt, dass Ungeachtet der aufgrund ihrer Konkretetheit bestehenden Abhängigkeiten und Verflechtungen der Maße zueinander diese in keinem definierten arithmetischen Verhältnis zueinander standen (Neugebauer 1969: 102; Damerow 1981: 55).

Somit ist festzuhalten: „Die frühen Maßstandards repräsentieren noch keine kontextunabhängigen Dimensionen der Wirklichkeit mit einer internen arithmetischen Struktur“ (Damerow 1981: 55).

Der erste Schritt einer Vereinheitlichung und Vereinigung dieser isolierten Maßgruppen bildete die sekundäre Bestimmung fester, quantitativ und arithmetisch genau definierter Verhältnisse zwischen diesen Gruppen, wobei im Falle der Konstanz der Bezeichnungen und quantitativen Maßwerte arithmetisch unhandliche Stufungen und Verhältnisse entstanden und entstehen (Neugebauer 1969: 102ff). Als sich daran anschließender, seit der französischen Revolution im Zuge der Aufklärung erfolgender, zweiter Schritt ist es somit auch aus praktischen Erwägungen unumgänglich, die zugrundeliegenden Dimensionen in den Maßeinheiten zu berücksichtigen und diese so kulturhistorisch betrachtet künstlich neu zu schaffen auch unter dem Kriterium, dass sich diese in ihren Abstufungen den Zehnerpotenzen des anzuwendenden Dezimalsystems entsprechen (Menninger 1979; Bd. 1: S. 42). Diese künstliche Neuerstellung von Maßeinheiten stellt jedoch in wissenschaftlicher Anschauung der Ersatz willkürlicher Maßeinheiten, welche die Existenz eines Prototyps voraussetzen, durch natürliche Einheiten dar, die auf Naturphänomene zurückführbar sind und zu mindestens potenziell jederzeit und überall reproduziert werden können (Jerrard; McNeill 1994: 1). Dieses Ziel der Begründung und Einführung eines arithmetisch homogen und über dimensionslose und damit skaleninvariante Konstanten naturwissenschaftlich begründeten

Einheitensystems ist bis dato relativ weit fortgeschritten, da das SI-Einheitensystem bereits Mitte der 1970er Jahre durch über 30 Länder ratifiziert und so an diesen Orten als gesetzliches Einheitensystem für Industrie und Handel übernommen wurde (Jerrard; McNeill 1994: 1ff; Mulser 1996:159ff).²⁰⁰

Diese, auch durch naturwissenschaftliche Entwicklungen und Diskussionskontexte initiierte, Neuformulierung von Maßeinheiten im Rahmen von Einheitensysteme bringt jedoch, verbunden mit der wissenschaftlichen wie rechtlichen Forderung ihrer korrekten und universellen Anwendung, den möglichen Effekt mit sich, dass bei Angaben von Quantitäten jenseits der Anzahl die konkrete Anschaulichkeit und die Bezugnahme der angewendeten Maßsysteme auf unmittelbare Alltagserfahrungen des Betrachters verloren geht mit der Konsequenz einer rein formalen und mechanisierten Betrachtung jenseits eines kognitiven Verständnisses (Jerrard; McNeill 1994: 2ff).

5.4.2.8 Verbundenheit von Zahlensystem, Arithmetik und Kognition

Abschließend sind die kognitiv relevanten Implikationen der kulturellen Entwicklung des Zahlensystems in Bezug zu darauf aufbauenden arithmetischer Rechenoperationen zu explizieren, da aus diesen anwendungs- und praxisbezogene Entwicklung bedeutende kognitive wie arithmetische Verknüpfungen ableitbar sind (Ifrah 1992: 26f; Klix 1993: 277ff).

In einer repräsentationsbezogenen Darstellung als Kontinuum bildet die Repräsentation einer Zahl durch ein individuelles Zeichen die einfachste Form einer Zahldarstellung, die als reine Notierung von Zahlen strukturell mit der Benennung von Zahlen gleichzusetzen ist, jedoch keine Optionen zur Begründung von Regeln eines schriftlichen Rechenverfahrens eröffnet (Damerow 1981: 29; Ifrah 1992: 27f; Klix 1993: 291ff). Die hieraus anzuwendenden Operationen erschöpfen sich einem richtungsgebundenen Zählen, bei dem auch Hilfsmengen zum Einsatz kommen können, und die von arithmetischen Operationen des Rechnens zu unterscheiden sind (Menninger 1979; Bd. 2: 102; Ifrah 1991; 96ff; Ifrah 1992: 28ff). Diese Unterscheidung begründet sich darin, dass die Formulierung solcher repräsentationsbezogener Regeln eines Rechenverfahrens an die Voraussetzung geknüpft ist, dass diese Repräsentation durch das zugrundeliegende Zahlensystem in seiner gegenständlich-physikalischen Natur Zahlen in abstrahierbaren Modi repräsentiert (Damerow 1981: 29).

²⁰⁰ Dieses SI-Einheitensystem bildet dabei mit seinen sieben Basiseinheiten Ampere, Candela, Kelvin, Kilogramm, Meter, Mol und Sekunde ein absolutes Einheitensystem, dass für praktische Zwecke einfach angewendet werden kann, um ein rationalisiertes kohärentes Einheitensystem darzustellen, mit dem jede physikalische Größe gemessen und dargestellt werden kann (Jerrard; McNeill 1994: 10).

Dieser Anfangspunkt des erwähnten Kontinuums wurde auch aufgrund der Entwicklung schriftlicher oder schriftlich unterstützter Rechentechniken verlassen und Zahlrepräsentationen in Zahlensysteme zunehmend im Hinblick auf arithmetische Operationen regelhaft konstruiert sowie die Verwendung individueller Zahlzeichen den Belangen einer Rechentechnik angepasst (Damerow 1981: 29).

In Anlehnung an diesen Entwicklungsstrang sind additiv konstruierte Zahlensysteme als weiterer Punkt des Kontinuums zu beschreiben (Damerow 1981: 29f). Das dominierende Konstruktionsprinzip additiv zu nennender Zahlensysteme ist die Reihung, wodurch die Addition zum erschließenden Moment einer solchen Repräsentation wird (Damerow 1981: 29f; Ifrah 1991: 476ff).

Der Ausgangspunkt dieser historischen Genese sei am exemplarischen Beispiel der altägyptischen Kultur dargelegt, welche als Wurzel der westlichen Mathematik als systematische Beschäftigung angesprochen werden kann (Damerow 1981: 15ff; Davis; Hersh 1986: 5; Barrow 1999: 135ff)²⁰¹ Das zugrundeliegende altägyptische Rechenschema, welches in konkreter Anwendung überaus komplexe Formen annehmen konnte, basierte auf vier Grundoperationen in Form (Damerow 1981: 24f; Ebbinghaus u.a. 1992: 9):

- zu bestimmten Zahlen die Summe finden,
- bestimmte Zahlen zu einer vorgegebenen Summe ergänzen,
- Zahlen verdoppeln, d.h. ihre Summe mit sich selber finden,
- eine Zahl halbieren, d.h. eine Zahl finden, die mit sich selbst addiert die vorgegebene Summe ergibt.

Diesen vier Grundoperationen altägyptischer Rechenoperationen weisen einen exklusiv additiven Charakter auf und legen somit auch im Hinblick auf das additive Zahlensystem, in dem Zahlen nur die algebraische Struktur der additiven Verknüpfung aufwiesen, den Schluss nahe, dass das arithmetische Denken der ägyptischen Denker von den additiven Zahloperationen dominiert war (Damerow 1981: 25; Ebbinghaus u.a. 1992: 9f).

²⁰¹ Diese exemplarische Herangehensweise erfolgt unter bewusster Vernachlässigung der Darstellung griechischer und römischer Ziffernsysteme (Vgl. dazu einführend Ebbinghaus u.a. 1992: 10ff; Ifrah 1992: 130ff; Meschkowski 1997: 24ff; Barrow 1999: 133ff) sowie ohne die Erläuterung des Vergleichs zwischen altägyptischer und babylonischer Rechentechnik und deren zugrundeliegenden Zahlensystemen (Vgl. hierzu Neugebauer 1969: 80ff; Damerow 1981: 39ff).

Die hieraus resultierenden Eigentümlichkeiten altägyptischer Arithmetik sind geprägt durch eine Asymmetrie zwischen einem überaus differenzierten und entwickelten mathematischen Denken von additiver Gestalt einerseits, dass auch zur Bearbeitung und Lösung multiplikativer Probleme verwendet wurde, und einer barrieregleichen kognitiven Unfähigkeit andererseits, multiplikative Rechenverfahren als arithmetische Grundoperation zu begreifen (Damerow 1981: 25f; Ebbinghaus u.a. 1992: 9f). Erklärlich werden die Eigentümlichkeiten altägyptischer Arithmetik und ihre Verwobenheit mit dem additiven Zahlensystem über die altägyptischen Rechenmittel (Damerow 1981: 26ff). Das Ausführen von Berechnungen war in der altägyptischen Kultur dem Tätigkeitsbereich der Berufsgruppe der Schreiber zugeordnet, so dass das einzige Mittel, dass zur Ausführung von Rechenoperationen als Lösung von Planungs- und Verwaltungsproblemen angewendet wurde, die Schrift war (Damerow 1981: 28). Dieser sozialhistorische Kontext erklärt die Entwicklung schriftlicher Rechenverfahren in der altägyptischen Arithmetik 2000 Jahre bevor diese zum allgemein dominierenden Rechenmittel jenseits von Rechentafel und Kugelbrett wurden (Damerow 1981: 28; Ifrah 1992: 90ff).²⁰² Schriftliches Rechnen auf der Basis der über das zugrundeliegende Zahlensystem konstituierten Repräsentation von Zahlen durch Zeichen oder Zeichenkombinationen ist dabei anzusprechen als „Umformen der Zeichenkombinationen nach festgelegten Regeln, die sich unmittelbar nur auf diese Zeichenkombinationen beziehen und erst vermittelt auf die repräsentierten Zahlen“ (Damerow 1981: 28). Das konsequent additiv konstruierte altägyptische Zahlensystem ermöglichte so ein rein mechanisch-formales Addieren von Zahlen, indem die Zahlzeichen nebeneinander angeordnet wurden und im Falle einer Überschreitung von Schwellen zu weiteren Zahlzeichen die erforderlichen Ersetzungen durch höherwertige Zahlzeichen durchgeführt wurden (Damerow 1981: 34). Dieses Vorgehensweise bedarf somit keiner spezifisch arithmetischen Denkopoperationen, da das additive Denken als Resultat des formalen Operierens mit Zahlzeichen zu betrachten ist und nicht bereits dessen Voraussetzung bildet (Damerow 1981: 34). So ermöglichen additiv konstruierte Zahlensysteme mechanische Rechenoperationen, ohne bereits spezifisch arithmetische Denkopoperationen vorauszusetzen (Damerow 1981: 31). Damit werden also additive Verknüpfungen über das Zeichensystem vermittelt und bilden in diesem Fall statt einer Voraussetzung des schriftlichen Rechnens dessen Ergebnis mit der Konsequenz, dass Multiplikationen und Divisionen auf der Basis dieses Zeichensystems überaus komplex, umfangreich und schwierig vollzogen werden können (Damerow 1981: 35).

²⁰² Die historische Rekonstruktion und Darstellung der Debatten in der Renaissance zwischen „Abacisten und „Algorithmikern“ und deren Ausgang zugunsten letzterer sollen hier zugunsten einer kognitionsbezogenen Darstellungsweise unterbleiben. Vgl. dazu Menninger 1979; Bd. 2: 102ff; Ifrah 1991: 136ff; Ifrah 1992: 220ff).

Hierin begründen sich die bis zur Entwicklung des Positionssystems trotz aller diesbezüglichen Bemühungen nur begrenzt realisierten Fortschritte im Bereich der Arithmetik (Ifrah 1991: 478).

In Anlehnung an die Definition schriftlichen Rechnens unterscheiden sich differierende Rechenverfahren und deren Charakteristik insbesondere dadurch, dass diese auf unterschiedliche Formen der Repräsentation von Zahlen durch Zeichen entsprechend des zugrundeliegenden Zahlensystems beruhen und die spezifische Art und Weise dieser Repräsentation die kognitiven Voraussetzungen bedingt, welche zur Durchführung der Operation einer Berechnung benötigt werden (Damerow 1981: 28f). In dieser Perspektive bilden die altägyptischen Rechenverfahren mit ihrem als mechanische Rechenhilfe für die Addition konzipierten additiven Zahlzeichen nur ein überaus eingeschränktes Äquivalent zu den heutigen schriftlichen Rechenverfahren, da diese ausgehend von der Repräsentation durch das heutige Zahlensystem von der kognitiven Grundvoraussetzung ausgehen, dass additive Verknüpfungen gegeben sind (Damerow 1981: 34f).

Die heutige Zahlendarstellung in einem Stellenwertsystem kombiniert additive mit multiplikative Elemente in der Gestalt, dass die Reihung der Stellen die Bedeutung der Addition aufweist, die Stellen selbst jedoch nicht nur als Platzhalter fungieren, sondern einer multiplikativen Form der Darstellung entsprechen, bei der ein Faktor anstatt durch ein Zeichen durch eine Stelle repräsentiert wird (Damerow 1981: 30). Darüber hinaus eröffnet diese stellenwertbezogene Darstellungsform in Kombination mit ein- oder mehrstelligen Funktions- oder Operator-symbolen wie Bruchstrich, Dezimalkommata oder Vorzeichen flexible Möglichkeiten der Zahlrepräsentation, wobei das Gesamtsymbol dem jeweiligen Funktionswert bzw. dem Operatorergebnis entspricht (Damerow 1981: 30).

Diese durch das Positionssystem realisierte dynamische Flexibilität der Zahlendarstellung ermöglichte unter der kognitiven Voraussetzung der Gegebenheit additiver Verknüpfungen die Lösung und Vereinfachung von bis dahin bestehenden Problembereichen der Arithmetik mit damit einhergehenden kognitiven Implikationen (Ifrah 1991: 480; Barrow 1999: 132ff). Diese entfalten sich im Zuge der Entwicklung des Zahlzeichensystems zum heutigen Dezimalsystem dahingehend, dass die verwendeten Symbole zur Realisation einer Rechenoperation einzig der Formalisierung gilt und sich die Frage nach der Referenz der Zahlen- und Rechenzeichen im Rahmen der Operationen, zu denen sie verwendet werden, nicht mehr stellt (Krämer, S. 1988: 1ff; Koch 1997: 65).²⁰³

²⁰³ In dieser Perspektive wird ersichtlich, warum „wir mit formalen Beschreibungen keine Geschichten erzählen können“ (Krämer, S. 1988: 1; Paulos 2000).

Die kognitiven Implikationen dieser kulturell bedingten „Mediatisierung des Denkens“ bildet eine Grundeinsicht der kognitiven Anthropologie und Psychologie, welche besagt, dass Kultur allgemein als „das nichtvererbte Gedächtnis eines Kollektivs“ zu einer „zweiten „Natur“ des Menschen geworden“ ist (Krämer, S. 1994: 89). Diese „zweite Natur“ ist dabei in der Weise zu verstehen, dass die Entwicklung der Zahlendarstellung als operatives Mittel der Arithmetik auf kognitive Gegebenheiten Bezug nimmt und dass das sich ausgehend hiervon entwickelnde arithmetische Denken als ideeller Ausdruck dieses Entwicklungszusammenhangs zu betrachten ist (Damerow 1981: 31). Das Gehirn des Menschen ist in dieser Betrachtungsweise als in evolutionärer Perspektive auf formale Berechnungen unzureichend vorbereitet anzusprechen, dass hier lediglich suboptimale und eingeschränkte kognitive Leistungen erbringt und so kulturell über kognitive Werkzeuge zur Substitution dieser Defizite gebildet werden mussten (Dehaene 1999: 157). Die Einsicht in diesen Wirkungszusammenhang ist verbunden mit der These, dass „Wo immer literale Gesellschaften gegeben sind, also der schriftliche Text die vorherrschende Gestalt kollektiver Überlieferung des Wissens ist, und erst recht wo das Schreiben, das Lesen und das schriftliche Rechnen zu Kulturtechniken werden: Da ist zu vermuten, dass gerade diese Techniken ihre Spuren hinterlassen werden in der Art und Weise wie wir denken“ (Krämer, S. 1994: 90). Dieses medienmaterialistische Paradigma richtet sich in seiner Forderung nach diesbezüglicher kognitionswissenschaftlicher Forschung zur materiellen Gestaltungskapazität externer Symbole auf ein Denken, welches sich anhand dieser Symbole vollzieht, insbesondere an den Forschungsgegenstand operativer Symbolsysteme aus den Bereichen des schriftlichen Rechnens, der Mathematik, der Logik und der Formelsprache der Naturwissenschaften, denn die „Konstitution des Denkens durch externe symbolische Verfahren scheint nirgendwo deutlicher zu Tage zu treten als da, wo wir formale Sprachen als kognitive Instrumente“ anwenden (Krämer, S. 1994: 89ff). Diese operativen Symbolsysteme oder „operative Schriften“ sind dadurch charakterisiert, dass diese allein kognitiven Erfordernissen dienen und ihnen so als Geistestechnik und kognitives Instrument und Werkzeug genutzt den mentalen Operationen im Ordnungsgefüge dieser Schrift eine kognitionsbegleitende und unterstützende Funktion als Kultur- und Geistestechnik zukommt (Krämer, S. 1994: 91f). Zudem besitzen diese operativen Schriften eine doppelte Funktion als Medium der schriftlichen Darstellung und zugleich als Instrument zum symbolischen Operieren mit diesen Gegenständen (Krämer, S. 1994: 93). In dieser Perspektive sind operative Schriften nicht isoliert als eine repräsentierende Abbildung kognitiver Gegenstände anzusprechen, sondern stellen diese im Sinn einer kalkülisierenden Konstruktion erst her (Krämer, S. 1994: 94). Diese Kalküle sind damit als Intelligenzverstärkende Geistestechnik zu betrachten, da festzuhalten ist: „Ein intellektuelles Problem, sofern es als kalkülisierter Ausdruck notierbar ist, kann gelöst werden allein durch ein mechanisches Umformen dieses Ausdrucks gemäß den Kalkülregeln“ (Krämer, S. 1994: 93f).

Die Bedeutung dieser Zusammenhänge zwischen formaler Repräsentation und mentaler Leistungsfähigkeit ist vor diesem Hintergrund für numerische Symbolsysteme überaus virulent: Im über die Einführung des arithmetischen Kalküls entwickelten, dezimalen Positionssystem, konstituiert und manifestiert sich zunächst ein abstrakter Zahlenbegriff, in dessen Betrachtungsweise Zahl nicht als konkrete Anzahl, sondern als Referenzgegenstand eines Zeichenausdrucks betrachtet wird, der als Medium eines arithmetischen Kalküls generierbar ist (Krämer, S. 1994: 95). Dies bedeutet: „Das, wofür diese Symbole stehen, können wir uns überhaupt nicht anders vergegenwärtigen, denn in Gestalt von symbolischen Ausdrücken“ (Krämer, S. 1994: 95). Zudem wandelt sich mit diesem abstrakten Zahlenbegriff auch die kognitiven Grundlagen elementarer arithmetischer Rechenfertigkeit, in der Rechnen zum regelgeleiteten Akt schriftlicher Zeichenmanipulation avanciert und so die Rechenfertigkeit nicht wie zuvor auf „Zählen können“, sondern vielmehr auf „sich mit Ziffern auskennen“ Bezug nimmt (Krämer, S. 1994: 95f). Im Falle der numerisch-konkreten Arithmetik verliert so die allgemeine Annahme, Mathematik würde betrieben mit einem Minimum an Instrumenten und einem Maximum an Hirntätigkeit, seine Gültigkeit, da das hierbei angewendete Zahlensystem als bedeutendes kognitives Instrument aufgefasst werden kann und muss (Davis; Hersh 1986: 9).²⁰⁴

In Konsequenz dieser Betrachtungsweise ergibt sich die Bedeutungsindifferenz derartiger kognitiver Prozesse, welche die Tatsache bezeichnet, dass über die formale und abstrakte Mechanisierung numerischer Symbole arithmetisch korrekte Zeichenmanipulationen gemäß der gültigen Umformungsregeln ermöglicht werden, ohne das auch nur ansatzweise eine Perspektiv zur anzahlbezogenen Bedeutung dieser Operation realisiert werden muss oder pointierter ausgedrückt: „Eine geistige Tätigkeit kann realisiert werden, ohne dass Geist dabei tatsächlich gezeigt werden muß“ (Krämer, S. 1994: 97).²⁰⁵ Entsprechende experimentelle Befunde gehen sogar darüber hinaus und belegen, dass ein Verständnis der inhaltlichen Bedeutung einer unverzüglichen und korrekten Zeichenmanipulation abträglich ist (Dehaene 1999: 155).

²⁰⁴ Doch trotz dieses kognitiven Instrumentes erreicht die Arithmetik in kognitiver Perspektive die Grenze der geistigen Leistungsfähigkeit, welche die allgegenwärtige Häufigkeit von Rechenfehlern illustriert (Dehaene 1999: 139f).

²⁰⁵ Auf diesem Zusammenhang zwischen beobachtbarer verbesserter Rechenfertigkeit aufgrund einer vermeintlich fortschreitenden Erweiterung menschlicher Intelligenz und deren realen Gründen in Form optimierter externer Symbolsysteme wies bereits Dantzig 1930 in seinem Werk „Number, the language of Science“ hin als er schrieb: „Die Entdeckung des Positionssystems hat alle Hindernisse hinweggefegt und die Arithmetik selbst dem stumpfsten Geist zugänglich gemacht“ (zit. nach Ibrah 1991: 480).

Diese Perspektive verweist auf einen interessanten Aspekt der Vermittlung oder „Demokratisierung“ arithmetischer Rechenfertigkeit in Form einer „Dissoziierung der exekutiven von der interpretativen Kompetenz“ als „Abspaltung der Effizienz, mit der wir ein Verfahren durchführen können, von der Kompetenz, dieses Verfahren auch rechtfertigen zu können“ (Krämer, S. 1994: 98).²⁰⁶ Dies führt zu einer reflexartigen Automatisierung von Rechenoperationen bei einer unterbleibenden Berücksichtigung der Bedeutung dieser formalen Symbolmanipulation (Dehaene 1999: 161; Paulos 2000: 90).

5.4.3 Die Ontogenese des Zahlenverständnisses: Der Erwerb dieser Kulturtechnik in der Sozialisation

In Anbetracht der zuvor erläuterten kognitiven Bedeutung des Zahlenverständnisses als intelligenzverstärkende Kulturtechnik, welche als erworbene und vermittelte „zweite Natur“ in die kognitiven Strukturen eingeht, erscheint es als unabdingbar, den Erwerb und die Vermittlung dieser Kulturtechnik in der Ontogenese im Rahmen dieser Arbeit kurz zu berücksichtigen (Barrow 1999: 259).²⁰⁷

Einleitend ist hierzu zunächst anzumerken, dass die kognitive Entwicklung des Menschen während der Kindheit als eine Periode bedeutender und tiefgreifender Fortschritte und Veränderungen in allen physischen und psychischen Bereichen zu betrachten ist, die in ihrer konkreten Ausgestaltung von prägender und bestimmender Relevanz für die kognitiven Funktionen und deren intellektuelles Niveau sowie für kognitive Denkstile und Eigenarten während des gesamten Lebens sind (Bonn; Rohsmanith 1972: 3f). Diese Einstiegseinsicht in jedwede pädagogische wie didaktische Betrachtungsweise wird von neurobiologischen Forschungsbefunden gestützt, da diese belegen, dass die zugrundeliegende neuronalen Netzwerke des Gehirns, die dessen kognitive Leistungen quantitativ wie qualitativ ermöglichen, nicht genetisch determiniert „fest verdrahtet“ und damit als gegeben zu betrachten sind, sondern innerhalb differierender Grenzen während der Ontogenese als Ergebnis selbstorganisierender Prozesse und der Interaktion mit der Umwelt ausgebildet und konstituiert werden (Strohner 1995: 94ff; Roth 1996: 192f).

²⁰⁶ Vor diesem Hintergrund unterscheidet Paulos (2000) zwischen einer formalen Gewandtheit und intuitivem Verstehen von numerischen Symbolmanipulationen. „Die Fähigkeit, Symbole und Objekte wie ein Hüttchenspieler auf der Straße zu manipulieren beinhaltet nicht notwendigerweise irgendein Verständnis für die zugrundeliegenden mathematischen Prinzipien“ (Paulos 2000: 90).

²⁰⁷ Hierbei soll die Darstellung von Befunden und Theorien mathematischer bzw. numerischer Begabung unterbleiben. Vgl. hierzu einleitend Dehaene 1999: 177ff.

Im Verlauf der Ontogenese sind über die hierbei sich vollziehende Interaktion mit der Umwelt folgende vier Entwicklungsstränge herauszustellen (Bonn; Rohsmann 1972: 3f):

- Im Verlauf der ontogenetischen kognitiven Entwicklung ist eine fortschreitende Differenzierung der Wahrnehmung von Geschehnissen in der Umwelt, des eigenen Körpers und des eigenen „Selbst“ zu konstatieren.
- Die ontogenetische Entwicklung ist verbunden mit dem aktiven Erwerb von Handlungs- und Ordnungsschemata, die auf die Umwelt anwendbar sind und die Möglichkeit eröffnen, Umwelteinflüsse zu adaptieren und Aufgaben zu lösen.
- Auch aus dem effektiven Gebrauch sich ausbildender abstrakter Bezeichnungen für Gruppierungen disparater Gegenstände und Informationen entsteht die Option zur längerfristigen und unmittelbaren Verfügbarkeit von Erfahrung.
- Ausgelöst von dem Erwerb der Sprache werden zunehmend Strukturen und Regeln von Symbolsystemen Gegenstand und Werkzeug der Kognition, welche die präzisere Bezeichnung äußere Ereignisse und innere Vorgänge ermöglichen und gedankliche Operationen eröffnen.²⁰⁸

Im folgenden sollen zunächst die mit dem Namen Piaget und Inhelder verbundenen klassischen Theorien und Ansätze, welche den Erwerb der Zahlenverwendung unter Bezugnahme auf diese Entwicklungsstränge entwicklungspsychologisch beschreiben, eine Würdigung erfahren. Hierauf aufbauend werden bedeutende neuere diesbezügliche Ansätze vorgestellt und diskutiert, welche sich von einer modifizierenden Erweiterung und Revision der bestehenden Befunde und Ansätze bis zur These einer Angeborenheit der Zahlenverwendung und des Rechnens erstrecken (Dehaene 1999: 140).

5.4.3.1 Piagets klassische Theorie zum Zahlerwerb

Die entwicklungspsychologische Betrachtung kognitiver Strukturen ist als kognitionswissenschaftliche Forschungsperspektive ein relativ junger Forschungsgegenstand, der jedoch bereits zu bedeutenden Erkenntnisgewinnen in der Denkpsychologie und umfangreichen Befunden geführt hat (Hussy 1986: 125; 1993; Oesterdiekhoff 1997: 49ff). Als Begründer dieser wissenschaftlichen Perspektive, welche zunächst den Disziplinen der Pädagogik und Entwicklungspsychologie zugeordnet war, kann J. Piaget und B. Inhelder betrachtet werden, die in ihrem umfangreichen Werk seit den 1950er Jahren auch den Zahlenerwerb im Rahmen

²⁰⁸ Vgl. hierzu auch Friederici 1994.

ihrer Theorie der sechs aufeinander aufbauenden Phasen die kognitiven Entwicklung beim Kind betrachten (Piaget 1969; 1972; 1980). Das ausgeprägte kognitionswissenschaftliche und in interdisziplinärer Perspektive auch sozialwissenschaftliche Interesse an diesem klassischen Ansatz der Entwicklungspsychologie kognitiver Strukturen war seine kulturübergreifende Generalität, die in entsprechenden ethnologischen Studien zu mindestens für die ersten beiden Stadien, bei einer zeitverzögerten bzw. ausbleibenden Ausbildung der darauf folgenden Stadien, nachvollzogen werden konnten (Oesterdiekhoff 1997: 49ff; 56ff).

Von diesen sechs aufeinander aufbauenden Phasen sind, da die chronologisch ersten drei die Phase des Säuglingsalters aufdifferenzieren, die folgenden vier für den Zahlenerwerb im Rahmen der kognitiven Entwicklung des Kindes von herausragender Bedeutung (Piaget 1972: 189ff; 1980; Flavell 1979: 28ff; Westermann 1987: 293f; Oesterdiekhoff 1997: 49ff):

- Die sensomotorische Phase (Geburt bis 2 Jahre).
- Die repräsentationale, präoperationale Phase (ca. 2 bis 7 Jahre).
- Die konkret- operationale Phase (ca. 7 bis 12 Jahre).
- Die formal- operationale Phase (ab 11 oder 12Jahre).

Grundlegend für diesen Theorieansatz ist dabei die Annahme, dass sich logische und mathematische Fähigkeiten im Denken des Kindes über eine Verinnerlichung wahrgenommener Regelmäßigkeiten in der Außenwelt ausbilden (Piaget 1972; 1980; Dehaene 1999: 54). Diese Annahme wird getragen von der Vorstellung, dass das genetische Erbe des Menschen keine Informationen über Strukturen und Gesetzmäßigkeiten der Außenwelt beinhaltet und das Denken sich ausgehend von einem kognitiven tabula rasa über einfache Kapazitäten der Wahrnehmung und Motorik formiert (Piaget 1972: 299ff; 1980; Wiese 1997: 106; Dehaene 1999: 54f). Die stadienbezogenen und damit diskontinuierliche theoretische Betrachtung der Entwicklung des Menschen ist gerahmt von einem kontinuierlichen Trend der psychisch-kognitiven Strukturen vom Undifferenzierten zum Differenzierten und vom Konkreten zum Abstrakten als „Fortschreitende Differenzierung, Intellektualisierung und Logisierung des Psychischen (...) in der Orthogenese der psychisch-kognitiven Phänomene“ (Oesterdiekhoff 1997: 50). Diese entwicklungsbezogene Betrachtungsperspektive ist eng mit der Bildung von abstrakten Repräsentationen der Kognition verwoben, so dass in Konsequenz hieraus der Erwerb des Zahlenbegriffs und des Zählens ohne das vor dieser Entwicklung bestehenden und hiervon abzugrenzenden Zahlengefühl mit der Fähigkeit des simultanen Erfassens für Mengen bis vier Elementen als Subitieren und der auch hierbei vorauszusetzenden Gruppenbildung dargestellt wird (Piaget 1980; Flavell 1979: 113; Ifrah 1992: 20f; Wiese 1997: 68f).

In der sensomotorischen Phase, als chronologisch erste hier hervorzuheben Phase dieses klassischen theoretischen Ansatzes, erkunden Kinder die Umwelt mit Hilfe ihrer Sinne und lernen, diese Umwelt über motorische Aktivitäten zu manipulieren, wobei sie gewisse Invarianzen entdecken und so eine Folge von zunehmend differenzierteren und abstrakteren kognitiven Repräsentationen der sie umgebenden Welt entwickeln (Piaget 1972: 197ff; 1980; Flavell 1979: 28ff; Barrow 1999: 260; Dehaene 1999: 55; Oesterdiekhoff 1997: 50f). In Anlehnung an diese grundlegende Gesetzmäßigkeit der Herausbildung abstrakter Repräsentationen muss auch der Zahlenbegriff, welcher hierunter zu subsumieren ist, durch sensorische Interaktionen mit der Umwelt konstruiert werden (Flavell 1979: 67ff; Dehaene 1999: 55; Oesterdiekhoff 1997: 50). So erwächst über die Interaktion mit der Umwelt eine Fähigkeit zum Erkennen und Wiedererkennen der Ähnlichkeiten von Objekten, worauf die Gruppenbildung als Grundlage der Bildung und Kognition von Mengen und Klassen aufbaut (Piaget 1980; Flavell 1979: 30ff; Barrow 1999: 260; Oesterdiekhoff 1997: 50). Vor diesem Lern- und Konstruktionsprozess zeichnet sich die Kognition von Objekten und Objektmengen nach Piaget durch einen kognitiven Mangel an dem Erkennen von Objektpermanenz und Mengeninvarianz aus (Piaget 1980; Flavell 1979: 110ff; Barrow 1999: 260; Dehaene 1999: 55f). Der Mangel an Objektpermanenz bezeichnet dabei den experimentell belegten Befund, dass Kinder im Alter von weniger als ca. 10 Monaten nach einem zuvor sichtbaren Objekt nicht mehr suchen oder greifen, nachdem es aus ihrem Blickfeld geraten ist und sie, so die Deutung der experimentellen Befunde, somit davon ausgehen, dass diese Objekte nicht mehr existieren (Piaget 1980; Barrow 1999: 260; Dehaene 1999: 55f; Oesterdiekhoff 1997: 50ff). Der Mangel an kognitiver Mengeninvarianz oder Mengenerhaltung bezeichnet den experimentellen Befund, dass im Vergleich zweier gleich großer Mengen die Kognition der Größe dieser Mengen durch veränderte Anordnungen der Objekte dieser Mengen beeinflusst werden, obwohl die Menge durch diese Veränderungen unbeeinflusst bleibt (Piaget 1980; Flavell 1979; Hussy 1986: 145; Barrow 1999: 260; Dehaene 1999: 56). Das kognitive Kriterium der Objektpermanenz wird gemäß Piaget noch in der sensomotorischen Phase erworben (Piaget 1972: 228; 1980; Flavell 1979: 77ff; Dehaene 1999: 55f).²⁰⁹

In der folgenden, präoperationalen Phase bildet sich die kognitive Möglichkeit des symbolischen Denkens als Fähigkeit einer inneren Repräsentation von Sachverhalten mit der damit einhergehenden kognitiven Unabhängigkeit von ihrer äußeren Präsenz als einsetzende Befreiung „von der Herrschaft der Dinge“ (Oesterdiekhoff 1997: 51). In dieser Phase im Alter von vier bis fünf Jahren wird in diesem Kontext auch die Fähigkeit des Erkennens der Äquivalenz von Mengen ausgebildet (Piaget 1972: 203ff; 1980; Dehaene 1999: 56; Oesterdiekhoff 1997:

²⁰⁹ Vgl. zum Erkennen von Objektpermanenz und Mengeninvarianz auch Piaget; Inhelder 1990.

51f). Zudem erfolgt in dieser Phase erstmalig eine Abbildung von Mengen auf als Hilfsmenge benutzte Körpermerkmale und auf die zuvor erworbenen linguistischen Zahlenreihe, womit die Fähigkeit des Zählens hergestellt ist (Piaget 1980; Flavell 1979: 114ff; Hussy 1986: 136ff; Ifrah 1992: 41; Barrow 1999: 260). Dies eröffnet die Option, jenseits der Wahrnehmung konkreter Mengen diese in quantitativer Hinsicht über mentale Repräsentationen zu vergleichen was eine erste Grundlage für mathematisches Denken realisiert (Piaget 1980; Barrow 1999: 261). Dennoch besteht nach der Phasentheorie von Piaget auch dann noch kein differenziert und präzise ausgebildetes begriffliches Verständnis der Arithmetik und der nach dieser Theorie hierfür fundamentalen Mengenlehre, da die Kinder beispielsweise im Lichte experimenteller Befunde nicht in der Lage sind, zwischen Teil-, Schnitt- und Gesamtmengen arithmetisch korrekt zu unterscheiden (Piaget 1980; Dehaene 1999: 56).

Diesbezügliche Fähigkeiten werden erst in der konkret-operationalen und in der formal-operationalen Phase hervorgebracht (Piaget 1972: 225ff; 1980; Flavell 1979: 113ff; Oesterdiekhoff 1997: 52; Dehaene 1999: 56). Ausgehend von dem Erkennen der Mengeninvarianz erfolgt eine Abstraktion dieser Erkenntnis auf weniger konkrete Begriffe zur Beschreibung der Welt mit der Konsequenz, dass Entitäten durch Symbole ersetzt mental repräsentiert und erkannte Gesetzmäßigkeiten auf diese symbolische Repräsentation übertragen angewendet werden können (Flavell 1979: 111ff; Oesterdiekhoff 1997: 52f; Barrow 1999: 262). Somit wurden gemäß dieser Entwicklungstheorie bis in die mittleren Kinderjahre grundlegende Kenntnisse von Gesetzmäßigkeiten der Welt und den Gebrauch des Zahlensystems erworben die da sind (Piaget 1972: 235ff; Flavell 1979: 113ff; Oesterdiekhoff 1997: 51ff; Wiese 1997: 67ff):

- Das Erkennen der Grenzen und Beschränkungen des Subitieren als simultanes Erfassen von Anzahlen ohne Abzählen,
- die Fähigkeit zum Zählen als Abbildung einer gegebenen sprachlichen Reihenfolge auf die Elemente einer Menge,
- das Bewusstsein um die kardinalen und ordinalen Aspekte der Zahl mit der damit einhergehenden Befähigung zum numerischen Vergleich von Mengen,
- das Lesen und Generieren von grafischen Zahlsymbolen sowie sprachlichen und schriftlichen Zahlwörtern über rekursive Regeln mit dem Erkennen ihrer Äquivalenz und einem einsätzenden Verständnis zum Wesen und Aufbau ganzer Zahlen,
- das Erstellen von Zuordnungen in Form direkter oder anzahlenbezogener Korrespondenz und somit verschiedener Abstraktionsgrade und

- das Unterscheiden anzahlbezogen relevanter und irrelevanter Transformationen von Mengen einschließlich der Einsicht der inversen Relation von Subtraktion und Addition als reversibles Denken.

Darüber hinaus entstehen, ausgehend von diesen numerischen Fähigkeiten sowie den hier nicht näher ausgeführten kognitiven Strukturen zu Logik und den Gesetzmäßigkeiten der Umwelt, eine erste Zufallsidee ohne Ausbildung eines quantitativen Wahrscheinlichkeitsbegriffs (Kütting 1994a: 94).

Als Abschluss dieser ontogenetischen Entwicklung wird es in der formal-operationalen Phase kognitiv möglich, Regeln für Symboloperationen zu formulieren und anzuwenden, die an keine empirische Erfahrung von Mengen und Operationen gebunden ist, und so die Fähigkeit zum Umgang mit symbolischen Repräsentationen erreicht (Piaget 1972: 269; 1980; Flavell 1979: 129ff; Barrow 1999: 262). Erst diese Phase ist somit in Anlehnung an Piaget als erkenntnisrealistisch anzusprechen, da „erst das formale Denken, in dem sich Gedanken auf Gedanken beziehen können, (...) die Konfusion von Subjektivem und Objektivem“ überwindet (Oesterdiekhoff 1997: 54). Zudem sind damit die Voraussetzungen eines quantitativen Wahrscheinlichkeitsbegriffs in Form von Operationen zweiter Stufe sowie der kognitiven Realisation kombinatorischer Operationen nunmehr gegeben (Kütting 1994a: 93f).

5.4.3.2 Neuere experimentelle Befunde und Ansätze

Die zuvor dargestellte und als klassisch zu bezeichnende Theorie des ontogenetischen Zahlenerwerbs von J. Piaget und B. Inhelder hat im Verlauf der weiteren wissenschaftlichen Thematisierung dieses Gegenstandes zahlreiche über experimentelle Befunde begründete Differenzierungen, Erweiterungen, Modifikationen und Kritiken erfahren, welche hier in ihren für die zugrundeliegende Fragestellung relevanten Bereichen zusammenfassend dargestellt werden sollen.

In wiederum chronologischer Herangehensweise gemäß der ontogenetischen Entwicklung des Zahlenbegriffs bestehen bei den als „Subitieren“ bezeichneten frühen Konzepten einer spontanen Quantitätserfassung für Mengen bis vier Elemente parallele Funktionsprinzipien zur entsprechenden Fähigkeit bei höheren Tieren, was als Evidenz zur Vermutung herangezogen wird, dass diese Fähigkeiten angeboren und somit genetisch vererbt sind (Simons 1981; Wiese 1997: 68ff).²¹⁰ Diese unabhängig von sprachlichen Fähigkeiten über figurative Charakteristika bestehenden frühen Quantitätserfassungen kleiner Mengen sind somit gemäß einer empirisch beobachtbaren Diskontinuität im Vergleich zur später erworbenen Quantifizierung zunehmend größerer Mengen, welche auf sprachliche Zählsequenzen basieren, zu differenzieren (Wiese 1997: 69f).

²¹⁰ Vgl. zum biologischen Erbe des Zahlenverständnisses auch Kap. 5.3.1.

Dem entsprechend bildet der Erwerb der sprachlichen Zählsequenz, als aufgrund ihrer rekursiven Struktur potenziell unendlichen Abfolge wohlunterschiedener Entitäten, die nächste Stufe in der Entwicklung des Zahlkonzeptes, welche später im Rahmen des kognitiven Erwerbs verschiedener Quantifizierungskonzepten auf der Basis der unterschiedlichen Arten der Messung als Menge natürlicher Zahlen fungieren (Friederici 1994: 113ff; Wiese 1997: 71).²¹¹

Die Entwicklungslogik des Erwerbs dieser messbezogenen Verwendung des Zahlensystems gestaltet sich dabei in der Art, dass aufgrund der Angeborenheit eines Anfangsstadiums des Konzeptes „Anzahl“ diesbezügliche Formen der Messung früher erworben werden als jene des Konzeptes eines ordinalen Rang oder einer nominalen Nummerierung, da entsprechende Zahlenverwendungen auf schwächere Definitionen basieren und somit in geringerem Umfang kognitiv nahe liegend sind (Wiese 1997: 127f). Die ontogenetische Abfolge des Erwerbs der Komponenten des Zahlkonzeptes entspricht damit der abnehmenden „Zahlartigkeit“ der Bilder der jeweils angewendeten Art der Messung (Wiese 1997: 128). Dies wird insbesondere in experimentellen Befunden zur nominalen Nummerierung bei Kindern deutlich, die belegen, dass diese auf einer schwachen Definition basierenden Art der Messung, welche nur auf den nominalen Aspekt von Zahlen Bezug nimmt, häufig zu Fehlinterpretationen und Schwierigkeiten führt, wobei versucht wird, die nominalen Nummerierungen als metrische Anzahlen oder als ordinalen Rang zu interpretieren (Wiese 1997: 128f). In dieser im Vergleich zur klassischen Phasentheorie kontinuierlicheren und kumulativeren messbezogenen Betrachtungsweise von Konzepten der Zahlenverwendung ist auch der ontogenetische Zeitpunkt der Entstehung wahrscheinlichkeitsbezogener Quantitätskonzepte zu revidieren, da einschlägige experimentelle Befunde die Vermutung nahe legen, dass Kinder bereits im Alter ab ca. 4 Jahren über ein gewisses intuitives Verständnis von Wahrscheinlichkeit verfügen, dessen Präzisierung und Konkretisierung ein entwicklungsbezogenes Phänomen mit bedeutenden Bezügen zur Sprachentwicklung darstellt (Kütting 1994a: 94ff).

Diese kontinuierlichere, messbezogene Betrachtungsweise mit ihrem bereits angedeuteten Bezug auf genetisch vorgegebene und somit vererbte Aspekte und Bezugnahmen im Erwerbs der Zahlenverwendung wurde durch weitere experimentelle Befunde erhärtet und führte zu einer grundlegenden Kritik der Grundannahme der Theorie von Piaget und Inhelder, welche wie beschrieben davon ausgehen, dass der Erwerb von Sprache, Zahlenverwendung und mathematischer Intuition spezielle Aspekte eines allgemeinen Lern und Anpassungsprozesses des Gehirn seien (Barrow 1999: 263ff; Dehaene 1999: 57ff).

²¹¹ Vgl. zur kognitiven Zahlenverwendung als Messung Kap. 5.2.

Vielmehr kommen einschlägige, auch neurologisch fundierte, experimentelle Befunde zum Ergebnis, dass der ontogenetische Erwerb von Sprache, Zahlenverwendung und mathematischer Intuition als Kulturtechnik auf angeborene und einzigartige Eigenschaften der neuronalen Strukturen des menschlichen Geistes Bezug nimmt (Strohner 1995: 94ff; Barrow 1999: 267f; Dehaene 1999: 61ff).

So sind heute die Befunde zur Objektpermanenz in experimenteller Hinsicht neurologisch erklärlich, da die Unreife eines abgrenzbaren und benennbaren Bereiches des Gehirns, dem präfrontalen Cortex, welcher die Greifbewegungen koordiniert, für das Nichtbestehen des Testes zur Objektpermanenz verantwortlich ist (Dehaene 1999: 67). Aus der Unfähigkeit des Kindes, einen verborgenen Gegenstand zu greifen, kann somit nicht geschlossen werden, es denke, dieser sei nicht mehr existent (Dehaene 1999: 67). Vielmehr zeigte die Messung der Aufmerksamkeitsdauer bei Experimenten zur Objektpermanenz, dass diese bereits bei Säuglingen signifikant anstieg und somit Erstaunen hervorruft, sobald in von ihnen beobachteten Situationen grundlegende Gesetze der Physik und des Rechnens offensichtlich keine Gültigkeit besitzen (Dehaene 1999: 67). So scheint es vor dem Hintergrund zahlreicher wie eindrucksvoller experimenteller Forschungsarbeiten als vielmehr so, dass der Zahlensinn des Menschen zu mindestens zu einem überaus frühen ontogenetischen Zeitpunkt auf fundamentale Naturgesetze wie der Tatsache, dass ein Objekt nicht an mehreren Orten gleichzeitig sein kann, dass zwei Dinge nicht zugleich am selben Ort sein können und dass ein Objekt nicht verschwinden und wieder auftauchen kann, und konstante Strukturierungsprinzipien der Umweltkognition Bezug nimmt (Dehaene 1999: 74).

Auch eröffneten durchgeführte, modifizierte Experimentalanordnungen zur Mengeninvarianz, die allgemein anerkannte Kommunikationsregeln entsprechen, eine irriige Adaption mentaler Strukturen des fragenden Erwachsenen minimierten und die in einem sinnvollen Kontext standen, den Befund, dass Kinder schon sehr viel früher die Konstanz von Mengen erkennen (Hussy 1986: 144ff; Dehaene 1999: 57ff). Diese Forschungsarbeiten führten neben weiter differenzierenden Ansätzen zum ontogenetischen Zahlenerwerb zum elementaren Ergebnis, dass selbst Säuglinge neben der Konstanz von Objekten auch deren Anzahl aus der Umwelt extrahieren können und die Analogie einer identischen Anzahl parallel dargebotener visueller und akustischer Reize erkennen (Hussy 1986: 144ff; Dehaene 1999: 61ff).

Darüber hinaus deuten Experimente im Größenbereich des „Subitrens“, also der Kognition von Mengen bis zu einer Größenordnung von ca. vier Elementen, darauf hin, dass das bisherige Verständnis dieser Fähigkeit zu revidieren ist (Dehaene 1999: 64ff). So belegen diese Befunde bereits im Alter von weniger als einem Jahr eine dominierende Bedeutung numerisch korrekter Situationen für das Ausbleiben von Verwunderungsreaktionen, ohne das hierbei figurative Anordnungen und genaue Konfigurationen von Objekten Relevanz besäßen und selbst extreme Gestalttransformationen der Objekte akzeptiert werden, solange ihre im Verlauf

des Rechenganges zu erwartende Anzahl beibehalten wird (Dehaene 1999: 70). Das numerische Denken von Kindern wird gemäß weiterer Experimentalbefunde somit gänzlich über raum- zeitliche Bahnen von Objekten bestimmt, so dass erst von der Existenz eines weiteren Objektes ausgegangen wird, wenn ein einzelnes Objekt die beobachtete Bewegung ohne eine Verletzung der Naturgesetze nicht ausführen kann (Dehaene 1999: 74f). Das „numerische Modul“ von Kleinkindern ist somit so gestaltet, dass es „zugleich überempfindlich für Informationen über die Bahn, die Lage und die Überlagerung als auch vollständig blind für Veränderungen der Form und der Farbe“ von Objekten ist (Dehaene 1999; 74). Die kindliche Kognition von Mengen nimmt damit exklusiv Bezug auf die bereits genannten fundamentalen Naturgesetze, agiert auf der Maxime der Anzahleigenschaft von Mengen unterscheidbarer Dinge und verweigert sich dabei systematisch, hierbei Objekteigenschaften zu erfassen, welche willkürlich und redundant sein könnten (Dehaene 1999: 75).

Somit ist die Grundannahme der klassischen Phasentheorie der ontogenetischen Entwicklung nach Piaget in Form eines kognitiven „tabula rasa“ im Lichte der hier dargestellten experimentellen Befunden zu verwerfen (Dehaene 1999: 57ff). Satt dessen ist jenseits aller detailbezogenen diesbezüglichen Diskussionen die so begründete Hypothese zu formulieren, dass im Gehirn ein „Zahendetektor“ genetisch angelegt und über die Evolution des Menschen entwickelt ist und so als „angeborenes protonumerisches System“ und „rudimentärer Zahlenakkumulator“ zu einer „angeborenen abstrakten Kompetenz für Zahlen“ führt, auf die zahlenbezogene Lernprozesse Bezug nehmen (Dehaene 1999: 76f). Relevant ist hierbei auch die neurobiologische Fragestellung, wie die Reifung von zerebralen neuronalen Netzen auf der Grundlage genetisch kodierter Information und die teilweise parallel dazu verlaufende Wahrnehmung der Umwelt in diesem Lernprozess miteinander interagieren (Dehaene 1999: 78; 140ff).

5.5 Ansätze und Befunde zum kognitiven Zahlenverständnis

Nachdem nunmehr einige Grundstrukturen der kognitiven Verwendung von Zahlen mit ihrer Charakteristik als kulturell entwickelte, mentale Denkwerkzeuge hergeleitet und dargestellt wurden, sollen im folgenden die zwei der einflussreichsten konkurrierenden theoretischen Ansätze sowie präzisierende experimentelle Befunde zum kognitiven Zahlenverständnis beleuchtet werden. Dies erfolgt unter der Zielsetzung, das bisher hergeleitete grundlegende Verständnis zur kognitiven Zahlenverwendung theoretisch wie empirisch zu präzisieren, um so ein tieferes Verständnis der Verwendung von Zahlen als Kommunikationsmittel herzustellen (Dehaene 1999: 130).

5.5.1 Kognitionswissenschaftliche Ansätze zum Zahlenverständnis

In der kognitionswissenschaftlichen Modellbildung und Theorieentwicklung zur mentalen Repräsentation von Zahlen sind seit Mitte der 1980er Jahre zwei konkurrierende Ansätze begründet worden, welche die Produktion und das Verständnis von Zahlenangaben als Ziffern und Numeralia sowie deren Verbundenheit modellieren (Seitz 1996: 8ff; Wiese 1997: 92).

5.5.1.1 Das modulare Modell

Das modulare Modell von McCloskey u.a. (1992) wurde unter der Zielsetzung formuliert, ausgehend von der empirischen Grundlage zahlreicher Experimente an gehirngeschädigten Personen die Organisation der Zahlenrepräsentation unter Berücksichtigung der kognitiven Strukturen, welche die Abbildung von Ziffern aus Numeralia bestimmen, zu modellieren (McCloskey 1991; McCloskey; Macaruso; Whetstone 1992; Seitz 1996: 9ff; Wiese 1997: 92).

Dieser Ansatz des modularen Modells geht dabei von einer zentralen und abstrakten Repräsentationsebene aus, welche die Korrelation von Ziffern und Numeralia über verschiedene Prozesse einer zusammenfassenden Vereinheitlichung und Produktion erzeugt (McCloskey 1991; McCloskey; Macaruso; Whetstone 1992; Seitz 1996: 9f; Wiese 1997: 92). Hierbei sind neben Rechenprozessen zwei grundlegende und unabhängige Mechanismen zu differenzieren (McCloskey 1991; McCloskey; Macaruso; Whetstone 1992; Seitz 1996: 9ff; Wiese 1997: 92f):

- „Numeral Comprehension Mechanismus“: Aufnahme von Ziffern und Numeralia als Input und Transformation dieses zu internen Repräsentationen.
- „Numeral Production Mechanismus“: Produktion von Zahlen in Form von Ziffern und Numeralia als Output über die Transformation interner Repräsentationen.

Dieser Ansatz, der zur Erklärung des Umgangs mit zahlenmäßigem Material und leichten Rechenaufgaben begründet wurde, wird getragen von der Vorstellung, dass Zahlen im Rahmen eines einzigen abstrakten Codes als Menge von Zehnerpotenzen repräsentiert sind, die individuell mit einem bestimmten Faktor in Form einer „Basisquantität“ assoziativ verbunden sind, wodurch sich eine unbegründete Bindung dieses Modells an das Dezimalsystem ergibt mit den damit einhergehenden Konsequenzen für dessen Geltungsbereich (Seitz 1996: 9ff; Wiese 1997: 93).

5.5.1.2 Der „Encoding Complex View“

Der Theorieansatz des „Encoding Complex View“ ging von einer Kritik am zuvor dargestellten Theorieansatz des „Modularen Modells“ aus, die sich auf die in ihm immanente Annahme eines einzigen abstrakten Codes zur Verbindung verschiedener Mechanismen der zusammenfassenden Vereinheitlichung und Produktion von Ziffern und Numeralia bezog, welche zu eingeschränkt sei, um erschöpfend die Charakteristika mentaler Zahlenrepräsentationen abzubilden und zudem durch verschiedene experimentelle Befunde falsifiziert worden wäre (Campbell; Clark 1989; 1992; Clark; Campbell 1991; Seitz 1996: 11ff; Wiese 1997: 94).

Als Reaktion auf diese vorgebrachte Kritik formulierten Campell und Clark zum Ende der 1980er Jahre den Theorieansatz des „Encoding Complex View“, dem gemäß die beobachtbaren, unterschiedlichen und zu differenzierenden mentalen numerischen Fähigkeiten auf verschiedene, modalitätsspezifische Repräsentationsformen basieren, die ihrerseits in einem integrativen „Komplex“ strukturiert und organisiert sind (Campbell; Clark 1989; 1992; Clark; Campbell 1991; Seitz 1996; 12f; Wiese 1997: 94). Campbell und Clark gehen somit konträr zum zuvor vorgestellten Ansatz des Modularen Modells von McCloskey nicht von einem mathematik- und numerikspezifischen Repräsentations- und Verarbeitungsmechanismus numerischen Wissens aus, sondern betrachten die Repräsentation und Verarbeitung dieses Wissens als Teil der allgemeinen Informationsverarbeitung (Campbell; Clark 1989; 1992; Clark; Campbell 1991; McCloskey u.a. 1992; Seitz 1996: 12).²¹² Vor diesem Hintergrund greifen mentale Zahlkonzepte auf unterschiedliche, modalitäts- und formatspezifische Codes zurück (Campbell; Clark 1989; 1992; Clark; Campbell 1991; Seitz 1996: 12; Wiese 1997: 94). Diese Codes sind gemäß dieses Theorieansatzes verbaler, artikulatorischer und auditorischer sowie nonverbaler, visueller und analoger Natur, wobei lediglich eine näherungsweise Zuordnung dieser Codes zu Numeralia, Ziffern und Mächtigkeiten erstellt werden kann (Wiese 1997: 94).

Diese unterschiedlichen Codes sind gemäß dieses Theorieansatzes untereinander assoziativ verwoben, so dass jeder Code andere aktivieren kann mit dem Endeffekt der Herausbildung einer komponentiellen Struktur der Repräsentation, des „Encoding Complex View“ (Wiese 1997: 94).

Der Vorzug dieses Theorieansatzes im Vergleich zum „Modularen Modell“ ist es somit, mit der Annahme eines so komplex strukturierten, assoziativ verbundenen „Encoding Complex View“ den im Lichte empirischer Evidenzen bestehenden, unterschiedlichen Repräsentationen einschließlich ihrer Korrelationen und spezifischen Charakteristika entsprechen zu können (Wiese 1997: 94).

²¹² Siehe zur diesbezüglichen wissenschaftlichen Auseinandersetzung den Sammelband von Campbell 1992.

5.5.2 Präzisierende Befunde zum kognitiven Zahlenverständnis

Im folgenden sollen auf der Grundlage der zuvor hergeleiteten und erläuterten Betrachtung der Grundstrukturen der kognitiven Zahlenverwendung als Konglomerat aus biologisch gegebener, evolutionär herausgebildeter und kulturell bzw. ontogenetisch erworbene Repräsentation von Quantitäten auf der Basis von Zahlensystemen als mentale Hilfsmittel oder Werkzeuge präzisierende Befunde zu kognitiven Zahlenverständnis dargestellt werden.

5.5.2.1 Der Größen-, Distanz- und Kongruitätseffekt

Das kognitive Zahlenverständnis des menschlichen Geistes ist im Lichte experimenteller Befunde durch zwei charakteristische Eigenschaften oder Effekte gekennzeichnet, welche sich auch gegenüber didaktischen Interventionen aus relativ resistent erweisen (Dehaene; 1999: 90). Diese charakteristischen und universellen Eigenschaften erschließen sich über die Betrachtung von Fehlerraten bei der experimentellen Aufgabenstellung des Größenvergleichs von Zahlen bzw. Mengen, wobei zwei interdependente Effekte zu benennen sind (Seitz 1996: 4ff Dehaene 1999: 38).

Hierbei zunächst genannt sei der Distanzeffekt als systematische Abhängigkeit der beobachteten Fehlerrate von der Größe der Differenz der zu vergleichenden Zahlen in der Gestalt, dass die Größe der Differenz der zu vergleichenden Zahlen in einem reziproken Zusammenhang zur Höhe der Fehlerrate steht (Dehaene 1999: 38). Als kognitive Erklärung dieses Effektes erscheint es schlüssig, dass mental eine Analogiedarstellung als Zuordnung der dargelegten arabischen Ziffern zu Mengenangaben als mentale Repräsentation besteht, welche die Nähe zu benachbarten Zahlen erhält und abbildet (Dehaene 1999: 91).

Der zweite Effekt bildet der Größeneffekt als Zusammenhang zwischen der Größe der zu vergleichenden Zahlen und der Fehlerraten, welcher bei konstanter Differenz der Mengen einen gleichgerichteten Zusammenhang zwischen der Größe der Mengen und der Höhe der Fehlerraten beschreibt (Dehaene 1999: 38). Diese, auch anschaulicher als Komprimierungseffekt benannte, kognitive Invariable lässt darauf schließen, dass die kognitive Repräsentation von Zahlen aufsteigendem Umfanges gemäß einer quasilogarithmischen Folge mental abgebildet werden (Dehaene 1999: 93f).²¹³

²¹³ Zudem bestehen einige Evidenzen für die Annahme raumbezogener Repräsentationen von Zahlen, die in die Existenz eines mentalen Zahlenstrahls münden und damit auch Bezüge für das Verhältnis von physikalischem und kognitivem Raum eröffnen (Lietzmann 1972: 9ff; Dehaene 1999: 97ff; May 2000: 35ff).

Die Überlagerung dieser beiden Effekte kognitiver Unschärfe der mentalen Repräsentation numerischer Angaben ist als Kontinuum zusammenzufassen, besitzt entsprechend einschlägiger experimenteller Befunde Gültigkeit für alle Lebewesen einschließlich des Menschen und kann demgemäß als allgemeines Verhaltensgesetz angesprochen werden (Dehaene 1999: 38). Dieses Kontinuum beginnt im Falle kleiner Mengen bis drei Elementen mit einer ausbleibenden Wirkung des Distanz- und Größeneffektes und einer damit einhergehenden Fehlerquote nahe Null, führt über kleine Mengen (geringer Größeneffekt) in Kombination mit kleinen Differenzen (hoher Distanzeffekt) bzw. großen Mengen (hoher Größeneffekt) in Kombination mit großen Differenzen (geringer Distanzeffekt) mit mittleren Fehlerquoten zum idealtypischen Fall großer Mengen (hoher Größeneffekt) in Kombination mit kleinen Differenzen (hoher Distanzeffekt) und den damit einhergehenden hohen Fehlerquoten (Dehaene 1999: 38).²¹⁴

Hiervon zu unterscheiden ist der Kongruitätseffekt, der darin besteht, dass der kognitive Verarbeitungsaufwand geringer ist, wenn die interne Repräsentation und die Antwortcodes kongruent sind, was sich experimentell darin manifestiert, dass vorgelegte große Zahlen unter der Aufforderung „Wähle die größere Zahl“ Antwortzeitbezogen schneller verglichen werden als unter der Aufforderung „Wähle die kleinere Zahl“ (Dehaene 1999).

Dabei sind interessante Analogien zwischen diesen kognitiven Grundstrukturen menschlichen Zahlenverständnisses und benennbaren Konventionen der Zahlendarstellung zu identifizieren, die als unausgesprochene Regeln und universelles Prinzip bestehen (Dehaene 1999: 127ff). Diese Regeln und Prinzipien der Zahlenverwendung besagen, dass die Anzahl der Nullen einer Zahlangabe zunächst die potenzbezogene Genauigkeit dieser Information angibt und somit kognitiv von einer Rundung ausgegangen wird, so dass im Falle einer präzisen numerischen Angabe dies mit einem Adverb ausgedrückt werden muss (Dehaene 1999: 128f). Diese Regel, die „19 ist ungefähr 20“ als akzeptabel und „20 ist ungefähr 19“ als paradox erscheinen lässt, begründet auch Akzeptanzschwellen für Vertrauensintervalle als Zweizahlenkonstruktionen, welche besagen, dass mindestens eine Zahl „rund“ sein soll und beide die gleiche Größenordnung aufweisen müssen (Dehaene 1999: 129f).

²¹⁴ Interessanter Weise bestehen klare Parallelen zu diesen Repräsentationsbefunden und experimentell beobachteten Phänomenen beim mentalen Multiplizieren. Siehe dazu Seitz 1996: 4ff).

Dieser Befund negiert die Vorstellung, mit Hilfe von numerischen Symbolsystemen, die als kognitive Werkzeuge „tatsächlich eine einzigartige Tür zu sonst unzugänglichen Arithmetik öffnen“, auch die mentale Repräsentation in einem numerischen Sinne präzisiert (Dehaene 1999: 89). Vielmehr ist repräsentationsbezogen eine numerische Präzision aufgrund protonumerischer Fähigkeiten, die zahlenunabhängig auch bei Kleinkindern und Tieren beobachtet werden kann, auf Mengen bis ca. 4 Elementen begrenzt (Seitz 1996: 6ff; Dehaene 1999: 103f). Über diese Begrenzung hinausgehende Mengen werden über eine quantitative mentale Repräsentation abgebildet, die genetisch vermittelt aus der evolutionären Genese entstammt und unser intuitives Zahlenverständnis mit den zuvor dargestellten Effekten konstituiert (Seitz 1996; Dehaene 1999: 104).

5.5.2.2 Zusammenfassung quantitativer Erfahrung und deskriptivstatistische Maßzahlen

Aus dem bereits angedeuteten kognitionswissenschaftlichen Paradigma des Menschen als intuitiver Statistiker entstammen, über die bisher dargestellten Modalitäten der kognitiven Repräsentation von Quantitäten hinaus, überaus interessante experimentelle Befunde zur kognitiven Generierung deskriptivstatistischer Kennzahlen (Peterson; Beach 1967; May 1987: 22).²¹⁵ Bei diesen ersten kognitionswissenschaftlichen Experimenten unter Hinzuziehung statistischer Konzepte wurden den Probanden differierendes Stimulusmaterial wie Buchstaben, Zahlen, Lichter usw. vorgelegt und diese anschließend aufgefordert, Häufigkeiten, Mittelwerte und Streuungsmaße zu bemessen (Peterson; Beach 1967; May 1987: 22).

Das Ergebnis dieser Laborexperimente war in generalisierender Perspektive, dass diese Aufgaben relativ gut gelöst wurden, wobei in Anbetracht des deskriptiven Charakters dieses Paradigmas Abweichungen zwischen empirisch ermittelten kognitiven Leistungen und dem statistischen Modell nicht als kognitiver Fehler, sondern vielmehr als auf intelligenten Reflexionen basierendes kognitives Verhalten interpretiert wurde (Peterson; Beach 1967; May 1987: 22). Vor diesem Hintergrund wurde beispielsweise die Angabe des Variationskoeffizienten anstelle der gefragten Varianz nicht als systematischer kognitiver Fehler bewertet, sondern als vorsichtiges und rationales, kognitives Verhalten, in dem die Probanden die Größe der Objekte in die Streuungsbetrachtung integrierten (Peterson; Beach 1967; May 1987: 22).

²¹⁵ Siehe zum Paradigma des Menschen als intuitiven Statistiker Kap. 3.5.1.1.

5.5.2.3 Quantitative Erfahrung und Unsicherheit

Ausgehend von den zuvor dargelegten mentalen Repräsentationsformen von numerischen Quantitäten, soll im folgenden der Frage nachgegangen werden, ob und wie die evolutionäre Entwicklung des Menschen mentale Repräsentationsformen quantitativer Erfahrung hervorgebracht hat, welche bestimmte Zahlenformate für die Vermittlung empirischer Erfahrungsdaten kognitiv bevorzugt (Gigerenzer 1993: 104). Diese unter dem Slogan „steinzeitliche Statistiker“ etikettierte, kognitionswissenschaftliche Fragestellung tangiert dabei bereits die hier strukturgebende Grenzziehung zwischen der Darstellung der Modalitäten der Repräsentation von numerischer Information und den Formen ihrer Verarbeitung und bildet somit ansatzweise auch einen repräsentationsbezogenen Ausblick auf die folgenden Kapitel. (Gigerenzer 1993: 99ff; Allman 1999: 49ff).

Da hierbei vor allem die Repräsentation von quantitativer Erfahrung von Bedeutung sein wird, welche mit Unsicherheiten behaftet ist, soll vor der Thematisierung der kognitionswissenschaftlichen Modellierung solch quantitativer Erfahrung zunächst eine grundlegende Betrachtung zum mentalen Status von Unsicherheit und dessen Formen vorangestellt werden.

5.6 Wahrscheinlichkeitsbasierte Formen von Unsicherheit und Information

Zufall, Unbestimmtheit und Unsicherheit bilden eine limitierende Kondition menschlichen Wissens, welches als Grundlage von Entscheidungen und Schlussfolgerungen herangezogen werden muss (Plach 1998: 1ff; Sorger 1999: 1ff).

Bevor jedoch die numerisch quantifizierende Unsicherheitsbemessung in Form einer kognitiven Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten zum Gegenstand der Betrachtung werden kann, sind zunächst grundlegende Begriffsbestimmungen und Klassifikationsdimensionen zum Phänomen der Unsicherheit zu betrachten.

5.6.1 Unvollständiges Wissen, Unsicherheit und Ambiguität

Im folgenden ist somit zunächst der Begriff der kognitiven Unsicherheit näher abzugrenzen sowie seine grundlegenden begrifflichen und formalen Grundlagen zu explizieren.

Zunächst einmal ist Unsicherheit im hier gemeinten Sinne Unsicherheit in Bezug zu einer Aussage oder Erfahrung, der potenziell ein eindeutiger Wahrheitswert zugeschrieben werden kann, was diese Unsicherheit von einer semantischen

Unschärfe in Form mehrdeutiger oder vager Aussagen abgrenzt (Plach 1998: 14; Kannetzky 2000: 267ff).²¹⁶

Die möglichen natürlichsprachlichen Ausdrucksformen von Unsicherheit im hier gemeinten Sinne ist dabei überaus vielfältig, was durch exemplarische Redewendungen wie „Glauben, dass p“, „für möglich halten, dass p“ usw. belegt sei (Plach 1998: 14). Aussagen solcher Art sind als eine Klasse von sprachlichen Wendungen dabei als Indikatoren propositionaler Einstellungen aufzufassen, welche als relationale mentale Zustände eine Person mit einer gegenstandsrepräsentierenden und wahrheitsfähigen Proposition assoziiert (Plach 1998: 14).

Eine Vielzahl unterschiedlicher und benennbarer Formen propositionaler Einstellungen können hierbei Dimensionen von Unsicherheit einer Person bezüglich eines Sachverhaltes ausdrücken, wobei propositionale Einstellungen, welche die Unsicherheit bezüglich der Gültigkeit einer Proposition explizit zum Ausdruck bringen, als Annahmen, Glaubenssätze oder „Beliefs“ bezeichnet werden und epistemische Zustände im Kontinuum zwischen Wissen und Glauben sprachlich kommunizieren (Plach 1998: 14f). Hierbei sind nach Lenzen (1980) drei Typen von alltagssprachlichen Glaubensaussagen zu differenzieren (Lenzen 1980; Plach 1998: 16):

1. Klassifikatorische Aussagen: z.B. Aussagen wie: „es für wahrscheinlich halten, dass p“, „bezweifeln, dass p“ oder „wissen, dass p“.
2. Komparative Aussagen: z.B. Aussagen wie: „p wahrscheinlicher halten als q“ oder „p eher für möglich halten als q“.
3. Quasi-metrische Aussagen: Feinstufige Aussagen wie z.B. „ziemlich wahrscheinlich, dass p“, „einigermaßen wahrscheinlich, dass p“ oder „fast sicher, dass p“.

Das empirische Vorkommen der beiden letztgenannten Kategorien und insbesondere jene der quasi-metrische Aussagen lassen hierbei die Vermutung zu, dass es sich bei dem Glauben an einem Sachverhalt um ein stetiges mentales Kontinuum handelt oder zu mindestens eine mehrstufige Variable vorliegt (Plach 1998: 16). Diese Einsicht führt zur Wahrscheinlichkeitsleiter als Zuordnung von verbalen und numerischen Unsicherheitsbemessungen, die sich wie folgt darstellt (Jungermann u.a. 1998: 157):

²¹⁶ Zur Formalisierung solcher auf Vagheit und Unschärfe basierender Unsicherheit sei auf den Bereich der Künstlichen Intelligenz, des Konnektionismus und der Fuzzy-Logik verwiesen. Vgl. hierzu Rommelfanger 1994; Träger 1994; Bothe 1995; Hauck; Klawonn; Kruse 1996; Schmid; Kindsmüller 1996; Plach 1998: 14; Kannetzky 2000: 267ff.

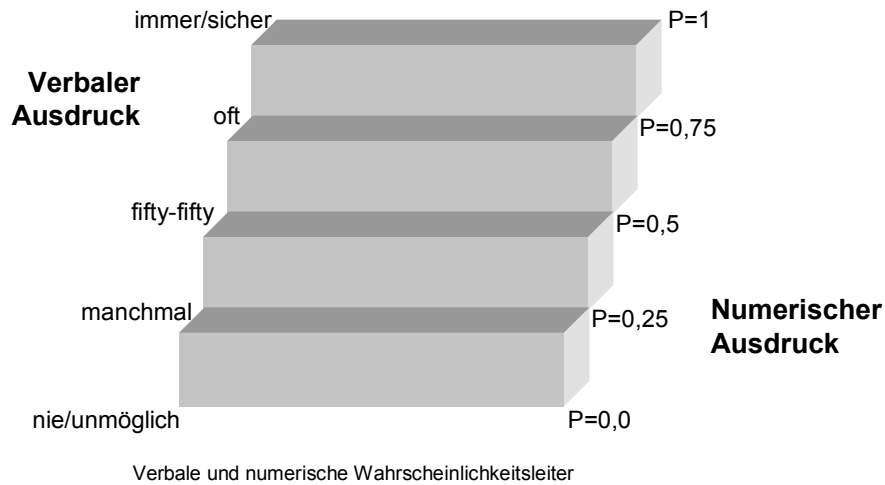


Abb. 12: Die Wahrscheinlichkeitsleiter bzw. –treppe zur Verbindung von verbalem und numerischem Ausdruck

5.6.2 Zum mentalen Status von Unsicherheit

Die bisherige Betrachtung natürlichsprachlicher Ausdrücke zu Unsicherheit begründet zwar die kognitionswissenschaftliche Betrachtung von epistemischen Zuständen des menschlichen Geistes als Kontinuum, beinhaltet jedoch keine Aussagen bezüglich des mentalen Status von Unsicherheit (May 1987; Nothbaum 1997: 14ff; Jungermann u.a. 1998: 137ff; Plach 1998: 17).

Der Mainstream der diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Ansätze geht hierbei von einer Betrachtung von Unsicherheit als theoretisches Konstrukt aus, was als Verbindung zu der zuvor dargestellten alltagssprachlichen Beschreibung von Unsicherheit nicht von der Annahme abhängig ist, dass die Existenz kognitiver Unsicherheit zwingend mit dem Bestand einer propositionalen Einstellung einhergeht (May 1987; 34ff; Jungermann u.a. 1998: 137ff; Plach 1998: 17). Diese Annahme entstand aus dem Erkennen jener Defizite, welche eine bis dato verfolgte negative Definition von Unsicherheit in Anlehnung an das so angesprochene Begriffsfeld beinhaltete (Nothbaum 1997: 21f). So wurde insbesondere moniert, dass das Fehlen einer Qualität in Form von Wissen keine psychische Realität beanspruchen kann und darüber hinaus eine Attribuierung von Unsicherheit mit einer Differenzierung in interne und externe Unsicherheit über eine negative Definition nicht erfolgen kann (Nothbaum 1997: 21f).

Unsicherheit im hier gemeinten Sinne ist somit als „Ergebnis eines Prozesses aufgefasst, in dessen Verlauf Argumente und Evidenzen für und gegen das zutreffen eines Sachverhaltes abgewogen werden“ (Plach 1998: 17). Die kognitionswissenschaftliche Betrachtung von Unsicherheit wird so zur Betrachtung eines emotionalen Zustandes und Unsicherheit als einem Gefühl (Nothbaum 1997: 22).

Die ausgehend von diesem Verständnis erfolgte kognitionswissenschaftliche Behandlung des phänomenalen Erlebens von Unsicherheit hat dabei eine Klassifikation verschiedener Formen kognitiver Unsicherheit auf der Grundlage postulierter Erlebnisunterschiede hervorgebracht (Jungermann u.a. 1998: 139; Plach 1998: 17f). Diese sind übersichtsartig wie folgt zusammenzufassen (May 1987: 39):

	Subjektive Wahrscheinlichkeit im empirischen Sinne			
Das empirische Individuum bezieht sich auf:	Klassen von Ereignissen (frequentistische Wahrscheinlichkeit)		Einzelne Ereignisse (singuläre Wahrscheinlichkeit)	
Attribution der Unsicherheit:	intern	extern	intern	extern
Kognitiver Prozess	Referenz-klassenbildung		Direkt (Introspektion)	Inferiert (Argumente) Propensitätsabwägung

Tab. 12: Taxonomie von empirischen subjektiven Wahrscheinlichkeitsurteilen

Diese als Zusammenfassung verschiedener kognitionswissenschaftlicher Ansätze und Befunde generierte Klassifikation basiert in ihren Dimensionen jeweils auf der Dichotomie zwischen subjektiven und objektiven Aspekten von Unsicherheit und ist wie folgt zu strukturieren: (Plach 1998: 17f):

- Die Attribuierung von Unsicherheit: Intern versus extern.
- Der Typ fehlender Information: Unsicherheit versus Ambiguität.
- Der Typ verwendeter Information: Singulär versus frequentistisch.

Diese einzelnen Dimensionen des mentalen Status von Unsicherheit sollen in folgenden eine kurze Darstellung erfahren.

5.6.2.1 Interne versus externe Unsicherheit: Die Attribuierung

Diese Dimension von Unsicherheit fokussiert die Fragestellung, ob Unsicherheit als Charakteristik der Realität, also extern, oder dem Wissenstand eines kognitiven Systems, also intern, hervorgerufen wurde (Nothbaum 1997: 22; Jungermann u.a. 1998: 139ff; Plach 1998: 18).

Diese auf das Konzept der Unwissenheit von Tversky, Slovic und Kahneman (1982) aufbauende Differenzierung betrachtet externe Unsicherheit als Charakteristik der realen Welt und interne Unsicherheit als Folge eines begrenzten individuellen Wissenszustandes (Nothbaum 1997: 22f; Jungermann u.a. 1998: 139ff). Diesen Formen der Attribuierung von Unsicherheit sind jeweils zwei Subklassen zuzuordnen, welche die so zu vollziehende Betrachtung von Unsicherheit weiter differenziert und in folgender Abbildung zur Anschauung gebracht ist (Nothbaum 1997: 23; Jungermann u.a. 1998: 137ff):

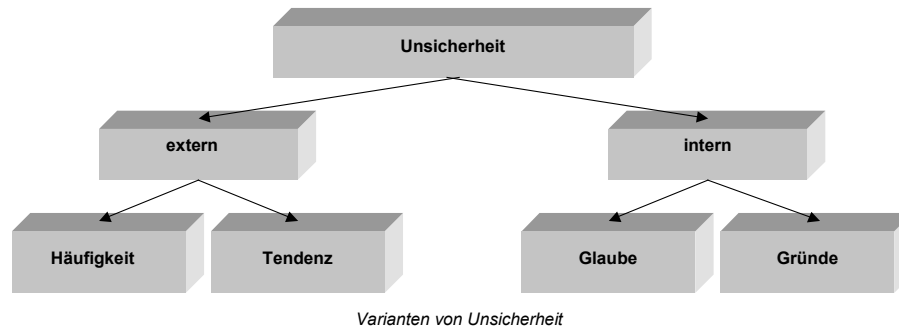


Abb. 13: Varianten von Unsicherheit

So sind der externen Unsicherheit zwei Verfahren ihrer Bildung zuzuordnen in Form eines Verteilungsmodus, in dem die Unsicherheit über die bekannten relativen Häufigkeiten beobachteter und ähnlicher Fälle geschätzt wird, und einem singulären Modus, in dessen Anwendung Wahrscheinlichkeiten über die Eigenschaften eines beobachteten Falls bemessen wird (Nothbaum 1997: 23; Jungermann u.a. 1998: 139ff). In der ersten, als frequentistische Unsicherheit bezeichneten Form external lokalisierter Unsicherheit, bildet ein häufigkeitsbezogenes Erfahrungsdatum einer Klasse ähnlicher Ereignisse die Grundlage der Unsicherheitsquelle (Jungermann u.a. 1998: 139f). In der zweiten Art external lokalisierter Unsicherheit ist solch ein verteilungsbezogenes Erfahrungsdatum nicht Grundlage der Unsicherheitsentstehung, da sich diese auf ein einmaliges Ereignis bezieht und als die Einschätzung einer „Tendenz“ näherungsweise angesprochen werden kann (Jungermann u.a. 1998: 140f).

Die Bildung interner Unsicherheiten ist ebenfalls zu unterscheiden in eine direkte Ableitung, in der das Gedächtnis nach einer plausiblen Einschätzung sucht, und einer gedanklichen Ableitung, in dessen Verlauf verbundene bekannte Faktoren erinnert und über weitere kognitive Prozesse aus diesen eine Schätzung abgeleitet wird (Nothbaum 1997: 23; Jungermann u.a. 1998: 137ff).

Die Bestimmung von Unsicherheit und damit der Definition des Begriffes der Unsicherheit ist entsprechend in der Betrachtungsperspektive der Attribuierung als zweigeteilt anzusprechen: Bei externer Unsicherheit betrifft das Urteil die Ereigniswahrscheinlichkeiten in der realen Welt und bei der internen Unsicherheit ist diese als der Grad der individuellen Unentschlossenheit anzusprechen (Nothbaum 1997: 23; Jungermann u.a. 1998: 141ff). In der direkten Form internal lokalisierter Unsicherheit ist diese Ausdruck eines nur durch Introspektion weiter ergründbaren, emotionalen Zustandes und wird somit als Gefühl bezeichnet (Jungermann u.a. 1998: 141). In der zweiten, begründeten Form internal lokalisierter Unsicherheit ist diese über aufgabenbezogene Reflexionen inferiert, indem die Unsicherheit im kognitiven Prozess argumentativ abgeleitet wird (Jungermann u.a. 1998: 141f).

Diese Dichotomie intern/extern bildet somit essentialistisch die strittige Fragestellung zwischen Vertretern eines objektivistischen und eines subjektivistischen Verständnisses von Wahrscheinlichkeiten (Plach 1998: 18).

Betrachtet man diese Dichotomie kognitionswissenschaftlich als eine Fragestellung der Attribuierung von Unsicherheit, so besteht eine Tendenz zur externen Attribuierung, wenn sich Aussagen auf unbekannte Ergebnisse von kausalen Systemen wie z.B. des Ergebnis eines Münzwurfes, die Ziehung von Spielkarten, aber auch dem Ausgang eines Fußballspiels oder das Verhalten eines Vulkans beziehen (Plach 1998: 18).

Hiervon zu unterscheiden sind Attribuierungen von Unsicherheit, welche auf den Zustand des Wissens bzw. Glaubens Bezug nimmt in Form von Aussagen wie „Ich glaube, dass der Jupiter der massenreichste Planet unseres Sonnensystems ist“ (Plach 1998: 18f). Kennzeichnend für solche Aussagen, deren Quantifizierung häufig als Konfidenz bezeichnet wird und die häufig zur experimentellen Untersuchung der Kalibrierung von Wahrscheinlichkeiten herangezogen wurden, ist, dass unabhängig vom jeweils beteiligten kognitiven System als sicher zu betrachten ist, ob der behauptete Sachverhalt wahr oder falsch ist und somit nicht die Gültigkeit des Sachverhaltes selbst den Gegenstand der Betrachtung bildet, sondern die Verlässlichkeit der zugrundeliegenden mentalen Prozesse (Plach 1998: 19).

5.6.2.2 Unsicherheit versus Ambiguität: Der Typ fehlender Information

In diese zweiten Bedingungsdimension des kognitiven Status von Unsicherheit wird nicht deren Attribuierung als Bestimmung ihrer Quelle als wesentlich betrachtet, sondern das Wissen über den ein reales Ereignis erzeugenden Prozess als grundlegender Bestimmungsfaktor für ein Urteil kognitiver Unsicherheit ausgemacht (Thüring 1991: 8; Plach 1998: 19; Kannetzky 2000: 267ff).

Den Arbeiten von Thüring (1991) folgend ist hierbei grundlegend zwischen Wissen zu Zufallsprozessen und über Kausalprozessen zu differenzieren, so dass unter dem Aspekt der Fragestellung zum Typ fehlender Informationen folgende zwei Formen von Unsicherheit zu isolieren sind (Thüring 1991; Plach 1998: 19f).

Im Bereich von Zufallsprozessen, welche in dieser ihnen eigenen grundlegenden Charakteristik bekannt sein müssen, bezieht sich die erste Form von Unsicherheit auf die Unvorhersagbarkeit von Ereignissen, wenn die Parameter des betrachteten Zufallsprozesses bekannt sind (Plach 1998: 20; Kannetzky 2000: 268f).²¹⁷ Sind diese Parameter des Zufallsprozesses a priori nicht bekannt, besteht eine zweite Form von Unsicherheit, welche als Ambiguität bezeichnet wird und als Unsicherheit über Eigenschaften eines Zufallsprozesses definiert ist (Plach 1998: 20; Kannetzky 2000: 268f).²¹⁸

Ambiguität ist somit auch als Unsicherheit zweiter Ordnung anzusprechen, in der begrenztes Wissen über den Prozess, der zum Eintreten bestimmter Ereignisse führt, wirksam wird und zur Bedeutungs Betonung mit dem Merksatz versehen werden darf: Je ausgeprägter die Unsicherheit bezüglich der Realisationswahrscheinlichkeit eines Ereignisses, desto größer die Ambiguität (Nothbaum 1997: 24f).²¹⁹

Diese so hergeleiteten Formen von Unsicherheit sind auf den Bereich von Kausalprozessen zu übertragen, da in der Regel nur rudimentäre Kenntnisse über tatsächliche Ursache-Wirkungsbeziehungen eines Kausalsystems bestehen und somit zur Vorhersage von Ereignissen subjektive Kausalmodelle konstruiert und angewendet werden, die als fehlerbehaftet beschrieben werden können (Plach 1998: 20). Die Unsicherheit erster Art entfaltet sich aufgrund der Kenntnis der Fehlerbehaftetheit der aus den subjektiven Kausalmodellen abgeleiteten Vorhersagen, wohingegen Ambiguität in dem Fall entsteht, in dem das bestehende sub-

²¹⁷ Z.B. sei im Falle eines konkreten einfachen Münzwurfes a priori bekannt, dass es sich um eine faire Münze handelt und somit die Wahrscheinlichkeit für eines der beiden möglichen Ereignisse 0,5 beträgt (Plach 1998: 20).

²¹⁸ Z.B. sei a priori nicht bekannt, dass es sich um eine faire Münze handelt, so dass potenziell unendlich viele Wahrscheinlichkeitsverteilungen diesen Zufallsprozess beschreiben können (Plach 1998: 20).

²¹⁹ Diese Definition von Ambiguität als Wahrscheinlichkeit zweiter Ordnung oder „Unsicherheit über Wahrscheinlichkeiten“ erscheint jedoch in wahrscheinlichkeitstheoretischer Perspektive als tautologisch im Falle primärer Unsicherheit aufgrund von partiellen Wissens, da hier bereits die primären Wahrscheinlichkeiten ein Maß für die subjektive Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses bemessen und so ein unendlicher Regress seinen Anfang nimmt (Nothbaum 1997: 30f).

jektive Kausalmodell aufgrund fehlender Information bezüglich der konkreten Situation nicht in hinreichender Güte spezifiziert werden kann (Plach 1998: 20).

5.6.2.3 Singulär versus frequentistisch: Der Typ verwendeter Information

Die aufgrund der Aufgabenstellung dieser Arbeit bedeutendste Dimension zur Bestimmung verschiedener Formen von Unsicherheit betrifft die Gestalt der zur Bewertung eines Sachverhaltes berücksichtigten Information (Plach 1998: 20f).

In Anlehnung an die von Tversky und Kahneman vorgeschlagenen zwei informationsbezogenen Modi zur Evaluation der Gültigkeit eines Sachverhaltes in Gestalt eines nach außen gerichteten, sogenannten Verteilungsmodus und eines nach innen gerichteten, sogenannten singulären Modus sind zwei Arten von Informationen zu unterscheiden (Plach 1998: 21).

Eine Art der zur Evaluation verwendeten Information bilden statistische oder frequentistische Informationen in Form numerischer Werte, welche Eigenschaften eines als repräsentative Stichprobe zu interpretierenden Erfahrungsdatums beschreiben und die Informationsgrundlage für induktive mentale Inferenzprozesse bildet (Plach 1998: 21). Die Annahme einer mentalen Interpretation von quantitativen Erfahrungsdaten als repräsentative Stichprobe besitzt dabei einen engen Bezug zur paradigmatischen Anwendung statistischer Modelle und Verfahren in der Kognitionspsychologie, wobei die Majorität der diesbezüglichen Ansätze hierauf basiert (Nothbaum 1997: 15ff; Plach 1998: 21f).²²⁰

Der Gegenpol dieser paradigmatisch dominierenden Perspektive bildet die kognitive Bewertung der Gültigkeit eines Sachverhaltes unter Anwendung von Information in Form singulärer Ereignisse, die aufgrund einer prinzipiell unmöglichen bzw. praktisch eingeschränkten Wiederholbarkeit diese Charakteristik aufweisen (Plach 1998: 22). Eine Innenperspektive wird hierbei insofern eingenommen, als dass in diesem singulären Modus Szenarien, Pläne und Vorstellungen konstruiert und generiert werden, in die spezifische Erfahrungen des Bewertenden kognitiven Subjektes einfließen und so introspektive Dimensionen von Bedeutung sind (Plach 1998: 22).

²²⁰ Hervorzuheben ist hierbei der Ansatz der „Heuristics And Biases“ um Daniel Kahneman und Amos Tversky sowie jener der „Probabilistisch Mentalen Modelle“ um Gerd Gigerenzer. Vgl. einführend hierzu Tversky, Slovic; Kahneman 1982; Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991 und siehe Kap. 3,6,8,9.

5.6.3. Zur mentalen Repräsentation von Unsicherheit: Natural sampling

Wie bereits ausgeführt sind bei der Betrachtung der mentalen Repräsentation von mit Unsicherheit behafteter Information die Interdependenz zwischen mathematischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Modellen, die zur kognitionswissenschaftlichen Modellierung angewendet werden, und den darauf aufbauenden, diese Annahmen überprüfenden experimentellen Befunden, zu unterscheiden.

Zur allgemeinen Einleitung sei daran erinnert, dass differierende numerische Repräsentationsformate als mathematisch äquivalent anzusprechen sind, mental jedoch diese Äquivalenz nicht aufweisen müssen und im Lichte experimenteller Befunde zur Verarbeitungsgüte auch nicht aufweisen (Gigerenzer 1993: 104ff). Somit ist im folgenden zunächst auf die paradigmatische Anwendung mathematischer und insbesondere wahrscheinlichkeitstheoretischer Modelle zur kognitionswissenschaftlichen Modellierung mentaler Repräsentationen dargelegt, bevor daran anschließend auf diesbezügliche experimentelle Befunde eingegangen wird. Ausgehend von experimentellen Befunden eingeschränkter kognitiver Fähigkeiten für die Verarbeitung von Wahrscheinlichkeitsangaben wurde in evolutionspsychologischer Perspektive die Frage aufgeworfen, welche Zahlenformate durch die evolutionäre Genese des Gehirn kognitiv bevorzugt werden könnten (Gigerenzer 1993: 99f; 104; 2002: 74; Allman 1999: 49f). Diese kognitionswissenschaftliche Forschungsfragestellung kam über vergleichende Experimentalanordnungen zu dem Ergebnis, dass das wie auch immer neurologisch strukturierte Denkmodul für quantitative Erfahrung so konzipiert ist, dass es die Häufigkeiten bestimmter Ereignisse und Fakten als Input registriert und diese entsprechend bestimmter Fragestellungen auch in Form von Häufigkeiten als Output wieder reproduziert, so dass die Fähigkeit intuitiven statistischen Denkens auch in Abhängigkeit zum numerischen Präsentationsformat quantitativer Erfahrungsdaten zu betrachten ist (Gigerenzer 1993: 104ff; 2002: 74ff; Allman 1999: 50f). Dies begründete die experimentelle Annahme, dass die Formen numerischer Information, obgleich im mathematischer Perspektive äquivalent, in Bezug auf deren mentale Repräsentation und Verarbeitung keine Neutralität aufweisen (Gigerenzer 1993: 104; 2002: 74ff). Wird nun auf dieser Grundlage die evolutionsbezogene Abfolge der Genese von Zahlenformaten illuminiert, so sind relative, prozentuale oder wahrscheinlichkeitsbezogene Formen wie 15% oder $p = 0,15$ aufgrund des späten Zeitpunktes ihrer Entstehung auszuschließen und ein Repräsentationsformat zu suchen, welche ohne Schrift und Mathematik bestehen kann (Gigerenzer 1993: 104; 2002: 74ff).

Dieses insbesondere über experimentelle Befunde zur kognitiven Revision von Wahrscheinlichkeiten und der dabei ermittelten Verarbeitungsgüte begründete, und als „Natural Sampling“ bezeichnete, kognitionswissenschaftliche Modell repräsentiert die bestehenden quantitativen Erfahrungen nicht in Form von Wahr-

scheinlichkeiten wie $P = 0,15$ oder 15%, sondern statt dessen, mathematisch äquivalent aber erfahrungsnäher, in Form von Häufigkeiten wie „3 von 20“ oder $\frac{3}{20}$, die im Vergleich zu diesen auch mehr Information über die Angabe des Umfanges des Erfahrungsdatums (hier $n = 20$) enthält (Gigerenzer 1993: 104ff; 2002: 76ff). Mit diesem Wandel in der kognitionswissenschaftlichen Modellierung der mentalen Repräsentation von mit Unsicherheit behafteter quantitativer Erfahrung hin zum Modell des „Natural Sampling“ gehen veränderte Annahmen der Repräsentationsformates und des verwendeten kognitiven Algorithmus einher, was als Vorgriff auf die später erfolgende Betrachtung kognitiver Wahrscheinlichkeitsrevisionen gemäß des Theorems von Bayes kurz anhand der folgenden Tabelle erwähnt sei (Gigerenzer 2002: 72):²²¹

Natural Sampling:	Wahrscheinlichkeiten:
Gegebene Information	
$n = 1000$ Davon 8 krank und 992 nicht krank. Von den 992 nicht kranken <u>70 positiv</u> und 922 negativ getestet. Von den 8 Kranken <u>7 positiv</u> und 1 negativ getestet.	$P(krank) = 0,008$ $P(pos. krank) = 0,9$ $P(pos. nichtkrank) = 0,07$
Berechnung Wahrscheinlichkeitsrevision nach Bayes:	
$P(krank positiv)$ $= \frac{7}{7 + 70}$ $= \frac{7}{77}$ $= 0,09$	$P(krank positiv)$ $= \frac{(0,008 * 0,9)}{(0,008 * 0,9) + (0,992 * 0,07)}$ $= \frac{0,0072}{0,0072 + 0,06944}$ $= \frac{0,0072}{0,07664}$ $= 0,093$

Tab. 13: Berechnung von Wahrscheinlichkeitsrevisionen im Natural Sampling

Diese repräsentationsbezogene Annahme wird neben diesbezüglichen biologischen Befunden auch über das kognitionswissenschaftliche Bild des menschlichen Gehirns als Zählmaschine gestützt, welches davon ausgeht, dass die Erfassung und Repräsentation von Häufigkeiten zu den wenigen Arten von Umweltinformationen gehören, die automatisch und somit ohne bewusste Intenti-

²²¹ Siehe hierzu vertiefend Kap. 8.2.4 und insbesondere Kap. 8.2.4.6.

on oder ohne Abhängigkeiten zu anderen kognitiven Prozessen mental vollzogen werden (Gigerenzer 1993: 105; 2002: 76ff).

Aus diesen Befunden wird im Sinne des „Natural Sampling“ geschlossen, dass ein wie auch immer gearteter kognitiver Verarbeitungsalgorithmus für Quantitäten auf eine diesbezügliche mentale Repräsentation in Form von Häufigkeiten ausgerichtet und optimiert sein müsste, so dass sich eine Ausrichtung der Darbietung quantitativer Befunde gemäß dieser Erkenntnis mit der Hoffnung verbinden lässt, statistisches Denken zu verbessern und diesbezügliche Fehler zu verringern (Gigerenzer 1993: 105ff; Gigerenzer 2002).

6 Die mentale Informationsverarbeitung

Nachdem in dem vorangegangenen Kapitel die kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde zur mentalen Repräsentation numerischer Informationen illuminiert wurden, gelangt nunmehr die Frage nach den Formen und Strukturen menschlicher Informationsverarbeitung in den Blickpunkt der Betrachtung.

Bevor jedoch die hier bedeutenden theoretischen Ansätze und experimentellen Befunde aus der Kognitionswissenschaft eine darstellende Würdigung erfahren, sind zunächst einige grundlegende Anmerkungen und Begriffsbestimmungen voranzustellen.

6.1 Grundlegende Begriffe und Differenzierungen zur mentalen Informationsverarbeitung

Wie bereits erläutert bezieht sich der Begriff der Informationsverarbeitung jenseits seines Ursprungs aus dem Kontext des Informationsverarbeitungsparadigmas auf alle mentalen Aktivitäten des psychischen Systems, durch die verschiedenartige Informationen erschlossen, selektiert, transformiert und organisiert werden und es darauf aufbauend und bezugnehmend Repräsentationen der Wirklichkeit konstruiert und Wissen aufbaut (Leyens; Codol 1992: 91). Diese so angedeuteten Dimensionen von mentaler Informationsverarbeitung sind überaus interdependent verbunden, da aus verarbeiteter Information Wissen entsteht und Informationsverarbeitung in seiner adaptiven und regulatorischen Funktion des Verstehens, Anpassens und Einwirkens auf die Umwelt auf Wissensbestände Bezug nehmen muss (Leyens; Codol 1992: 91).

Im Lichte dieser Perspektive umfasst somit der Begriff der Informationsverarbeitung sowohl kognitive Prozesse der Verarbeitung von Informationen als auch Inhalte psychischer Systeme in Form von Wissensbeständen, Meinungen, Ansichten und Einstellungen (Neisser 1974: 350f; Leyens; Codol 1992: 91).

6.1.1 Denken, Problemlösen und Schlussfolgern

Die Vielfalt menschlichen Denkens ist der Art umfangreich und evident, dass bereits von Seiten einiger Kognitionswissenschaftler ausgeschlossen wird, dieses jemals in erschöpfender Art und Weise erklären, verstehen und beschreiben zu können (Neisser 1974: 372; Johnson-Laird 1996: 247). Die beobachtbaren Formen des Denkens sind dabei als Kontinuum zu beschreiben, deren Endpunkte konkret mit „Tagträumen“ und „Kopfrechnen“ zu beschreiben sind und die in einer kriterienbezogenen Taxonomie des Denkens aufgehen können (Johnson-Laird 1996: 248).

Diese Skizze einer Taxonomie des Denkens lässt sich dabei wie folgt kriterienbezogen näherungsweise darstellen (Johnson-Laird 1996: 251):

1. Frage: Besteht eine Zielsetzung für den Denkprozess?			
Nein: Tagtraum	Ja: 2. Frage: Besteht ein deterministischer Zusammenhang zwischen Information und Ziel?		
	Ja: Berechnung	Nein: 3. Frage: Ist die Zielsetzung präzise?	
		Nein: Kreation	Ja: 4. Frage: Geht es bei der Realisation des Ziel um eine Vermehrung der semantischen Information?
			Ja: Induktives Denken/ Induktion
			Nein: Deduktives Denken/ Deduktion

Tab. 14: Skizze einer Taxonomie des Denkens

Gemäß dieser Taxonomie sind die verschiedenen Formen des Denkens jenseits der erwähnten Endpunkte des Kontinuums im Falle des Gegebenseins einer präzisen Zielsetzung, die als Charakteristikum den Denkbegriff in der Kognitionswissenschaft häufig abgrenzt, somit insbesondere über die Fragestellung zu unterscheiden, ob zur Zielerreichung im Denkprozess eine Vermehrung der gegebenen semantischen Information vollzogen werden muss oder nicht (Johnson-Laird 1996: 248ff). Die Fragestellung zur Vermehrung des semantischen Gehalts richtet sich in philosophischer Notation an das Kriterium, ob die im Denken produzierten Schlussfolgerungen in ihrem semantischen Gehalt über jenen der Prämissen als gegebenen Informationen hinausgehen (Andersson 1989: 150ff; Seiffert 1989: 22ff; Johnson-Laird 1996: 249). Ist diese Vermehrung der semantischen Information als Ziel gegeben, so sind die hierzu durchgeführten Denkprozesse dem induktivem Denken zuzuordnen, anderenfalls sind sie als deduktive Formen des Denkens anzusprechen (Johnson-Laird 1996: 249ff).

Zum Zwecke der Abgrenzung des, wie zuvor erläutert, überaus globalen Begriffs des Denkens wird häufig jener des Problemlösens verwendet, wobei hier eine Zielsetzung gegeben ist, da Problemlösen beschrieben werden kann als das Überführen eines unerwünschten Anfangszustandes in einen gewünschten Endzustand unter der Anwendung kognitiver Operatoren (Spies; Hesse 1987: 371). Ein Problem grenzt sich dabei von einer Aufgabe in der Weise ab, dass bei ersterem diese Operatoren als Weg zur Lösung unbekannt sind und generiert werden müssen (Spies; Hesse 1987: 371).

Eine der wichtigsten Determinanten des menschlichen Problemlösens ist hierbei die Fragestellung der Problemlösungsstrategie im Rahmen des Problemlöseverhaltens, welche die Problemschwierigkeit maßgeblich bestimmt und die Problemlösung beeinflusst (Spies; Hesse 1987: 398ff; Wessels 1994: 356). Diese Frage nach der Angemessenheit der verwendeten Lösungsstrategie ist anhand einer einfachen Additionsaufgabe zu illustrieren (Wessels 1994: 356):

85515	100000
14485	
3555	10000
6445	
85515	100000
14485	
3555	10000
6445	
$\Sigma = 220000$	$\Sigma = 220000$

Tab. 15: Problemlösungsstrategien am Beispiel einer Additionsaufgabe

Bereits an dieser relativ einfachen Additionsaufgabe illustriert sich der Tatbestand, dass die Repräsentation von Problemen und die hierauf angewendete Problemlösungsstrategie die Schwierigkeit der Aufgabe als auch den Aufwand ihrer Lösung in erheblichem Umfang beeinflusst, da die Berücksichtigung der numerischen Beziehungen zwischen den Zahlen als kognitive Strategie mit dem Erkennen der Möglichkeit von Zwischenaddition auf 100.000 bzw. 10.000 den Aufwand zur Aufgabenlösung erheblich reduziert (Wessels 1994: 356; Anderson 1996: 257).

Da der Begriff des Problemlösens ebenfalls deduktive wie induktive Bereiche des Denkens einschließt, wurden weitere Begriffe als Untergruppen eingeführt, um diese Bereiche präziser zu benennen.

Im Bereich des induktiven Denkens bzw. Problemlösens erfolgt diese Benennung häufig über die Begriffe der Entscheidung bzw. Urteilsbildung und nimmt aufgrund des induktiven Charakters dieser Denkformen häufig unter Heranziehung wahrscheinlichkeitstheoretischer und mathematischer Konzepte Bezug auf Formen unsicheren Wissens und unsicherer Entscheidung (Schaefer 1976; Nothbaum 1997; Plach 1998; Kannetzky 2000: 268ff). Zu unterscheiden ist hier als erste Annäherung zwischen einer Entscheidung unter Risiko, in der eine Wahrscheinlichkeitsschätzung darstellbar ist, und einer Entscheidung unter Unsicherheit ohne diese Option (Kannetzky 2000: 268f).

Der Begriff des Schlussfolgerns grenzt den mit dem Begriff des Problemlösens benannten und beschriebenen Bereich kognitiver Prozesse weiter ein und nimmt somit auf Teilaspekte und spezifische Ausgestaltungen problemlösender kognitiver Prozesse deduktiver Art Bezug (Hussy 1986: 11; Johnson-Laird 1996: 249).

6.1.2 Analytisches versus intuitives Denken

„Intuition ist Vernunft unter Zeitdruck“

Holbrook Jackson²²²

Eine grundlegende und vor dem Hintergrund der hier zu betrachtenden Denkprozesse bedeutende kognitionswissenschaftliche Differenzierung bildet die Unterscheidung zwischen analytischem und intuitivem Denken, wobei insbesondere letztere eine ausführliche Berücksichtigung erfahren soll (Neisser 1974: 372f; Nothbaum 1997: 43ff).

In Anlehnung an das Prozeß-Struktur-Modell von Scholz, dass diese Differenzierung als analytische bzw. intuitive Denkmodi modellbezogen integriert, sind folgende Attribute und Kennzeichen intuitiven und analytischen Denkens zu benennen (Scholz 1987; Nothbaum 1997: 46)²²³:

Intuitives Denken:	Analytisches Denken:
Vorbewusste Informationssammlung und Informationsverarbeitung.	Bewusste Sammlung, Auswahl und Verarbeitung von Information.
Verständnis durch Einfühlen und instinktive Empathie.	Rein intellektuelles oder logisches Schlussfolgern; unabhängig von vorübergehenden Stimmungen und physiologischen Zuständen.
Plötzliche, synthetische und parallele Informationsverarbeitung in einem globalen Wissensfeld.	Sequentielle, lineare und schrittweise geordnete kognitive Aktivität.
Probleme werden in ihrer Gesamtheit bearbeitet (gestalterkennend).	Es werden Informationsteile getrennt.
Abhängig von persönlicher Erfahrung.	Unabhängig von persönlicher Erfahrung.
Verwendet bildliche Metaphern.	Verwendet konzeptuelle oder numerische Muster.
Wenig kognitive Kontrolle.	Hohe kognitive Kontrolle.
Emotionale Beteiligung.	Emotionslose Aktivität.
Gefühlsmäßige Sicherheit bezüglich des Denkergebnisses.	Unsicherheit bezüglich des Denkergebnisses.

Tab. 16: Attribute und Kennzeichen von intuitivem und analytischem Denken

Diese zwei im Prozeß-Struktur-Modell modellierten Denkmodi sind modellgemäß als komplementäre Konzepte anzusprechen, die auch in normativer Perspektive mit den dabei beobachtbaren Abweichungen und kognitiven Fehler als in kognitiver Hinsicht gleichwertig zu betrachten sind (Scholz 1987; Nothbaum 1997: 45).

²²² Zitiert nach Barrow 1999: 305.

²²³ Vgl. zum Prozeß-Struktur-Modell von Scholz (1987) Kap. 3.3.1.3.

Diese Beziehungen, Verknüpfungen und Bewertungen zwischen analytischen und intuitiven Formen des Denkens und Wissens sind in theoretischer Perspektive auf drei Sichtweisen zusammenzufassen, wobei das Prozeß-Struktur-Modell gemäß der zuvor genannten Annahme der dritten Position zuzuordnen ist (Fischbein 1982; Scholz 1987; Nothbaum 1997: 43f):

1. Der Standpunkt von Bergson: Intuition und Intelligenz sind zwei verschiedene und entgegengesetzte Arten des Denkens und Wissens.
2. Der Ansatz von Piaget: Intuition und operationales Denken beschreiben zwei verschiedene Ebenen im Wissensprozess, wobei die Intuition dem operationalen Denken unterlegen ist.
3. Der synthetische Ansatz: Die intuitiven und analytischen Formen des Denkens und Wissens sind komplementär und eng miteinander verbunden.

In der Perspektive des dritten, synthetisierenden Ansatzes ist Intuition durch Selbstevidenz und Unmittelbarkeit charakterisiert und zeichnet sich durch intrinsisch gegebene Gewissheit sowie einem hohen Maß an Perseveranz aus, was ihre relative Stabilität gegenüber alternativen Deutungen bedingt (Fischbein 1987; Nothbaum 1997: 44). Intuitionen besitzen damit Theoriestatus, da erst theoretische Annahmen und Aussagensysteme Intuition als Ausdruck einer generellen Eigenschaft im Lichte einer bestimmten Erfahrung ermöglichen (Fischbein 1987; Nothbaum 1997: 44). Dieser Theoriestatus von Intuition erzeugt auch eine Abgrenzung dieser gegenüber der Wahrnehmung, da Wahrnehmung wie Intuition als unmittelbare Kognition anzusprechen sind, jedoch nur die Intuition aufgrund ihres Theoriegehaltes aussagenbezogen über die Erfahrungsdaten hinausgehende Informationen generieren kann und so einheitliche und globale Sichtweisen unbewusst zu bilden vermag (Nothbaum 1997: 44).

6.1.2.1 Der Theoriestatus von Intuition und dessen Gehalt

Die Feststellung des Theoriestatus von Intuition wirft die Fragestellung auf, welcher aussagenbezogene Gehalt intuitivem Denken zugrunde liegt oder anders ausgedrückt: Auf welchen theoretischen Annahmen beruht der sogenannte „gesunde Menschenverstand“ oder „Common Sence“?

Dies soll anhand des Systems aufeinander aufbauender und aufeinander bezogener kognitiver Hypothesen von Riedl (1980) im folgenden beleuchtet werden, welche den in der Natur beobachtbaren Formen des Erkenntnisgewinns zugrunde liegen und als angeborene Merkmale in dem Sinne anzusprechen sind, dass sie als ontogenetische a priori phylogenetische a posteriori darstellen (Riedl 1980: 172; 1982: 87; 1992; Lüke 1990: 34).

Die erste und für alle folgenden Hypothesen als basale Vorbedingung zu betrachtende Hypothese bildet die „Hypothese des anscheinend Wahren“, welche erwarten lässt, dass gemachte Erfahrung potenziell wiederholbar ist und somit unter Angabe von Bedingungen Prognosen zulässt sowie durch deren Wiedereintreten verifiziert werden kann (Riedl 1980: 53; 1985: 63; 1992; Lüke 1990: 35). In dieser Hypothese vom anscheinend Wahren findet die Redundanz der Zustände und Ereignisse der Welt und ihre nicht völlige Determiniertheit ihre Entsprechung, da ohne beobachtbare Wiederholung und potenzieller Wiederholbarkeit von Erfahrung mit dem uns gegebenen kognitiven System des Erkenntnisgewinns tatsächlich keine Erkenntnis zu eruieren wäre (Riedl 1982: 89f; 1992; Lüke 1990: 35). Der darstellbare Erkenntnisgewinn erwächst aus dem Status von Ereignissen zwischen den erkenntnisausschließenden Extremen identischer Wiederholung und purer Zufälligkeit von Ereignissen, wobei Erkenntnisgewinn eben aus dem Tatbestand erwächst, dass sich in der Welt Ereignisse eben nur in sehr ähnlicher Weise wiederholen (Riedl 1982: 89f; Lüke 1990: 35). Die parallele Bezeichnung dieser Hypothese als „Wahrscheinlichkeitshypothese“ bezeichnet dabei präziser diese Balancierung und kognitive Unterscheidung zwischen determinierter Notwendigkeit und purem Zufall im vor dem Hintergrund von Erfahrung realisierten Erkenntnisprozess (Lüke 1990: 34f).²²⁴

Von ebenfalls zentraler und grundlegender Bedeutung ist die zweite Hypothese in Form der „Hypothese vom Vergleichbaren“, die davon ausgehen lässt, im Vergleich gemachter Erfahrungen Gleiches und Ungleiches miteinander abwägen zu dürfen und darüber hinaus bei ähnlichen Erfahrungen die nicht wahrgenommenen Kontexte als ähnlich voraussetzen zu können (Riedl 1982: 90; 1985: 63; 1992; Lüke 1990: 38). Die Hypothese vom Vergleichbaren bildet die Basis allen Generalisierens, der Abstraktion, des Begreifens und der Begriffsbildung und damit die Entsprechung zur nicht gänzlichen Beliebigkeit von Merkmalen und deren Ausprägungen in Ereignissen und Zuständen der Welt (Riedl 1982: 90; 1992; 1985: 63; Lüke 38). Die Annahme vom Vergleichbaren ist damit als Voraussetzung anzusprechen, Gesetzmäßigkeiten in der Welt über erkenntnisgenerierende Vergleiche von Erfahrung zu eruieren, obgleich die Menge des wahrhaft gleichen zwingend eine leere Menge sein muss und somit Gleiches niemals dasselbe ist (Riedl 1980: 81ff; 1992; Lüke 1990: 38). Die Methode zur Unterscheidung von Gleichem und Ungleichem nennt Riedl dabei Koinzidenz als Grundlage aller Ordnung und Erkenntnis, wobei diese Vorgehensweise mit einer Selektion des Konstanten vom

²²⁴ Die diesbezüglichen Konzepte zur mathematischen Quantifizierung so entstandener Gewissheitsgraden unter Anwendung mathematischer und statistischer Wahrscheinlichkeitskonzeptionen, welche durch Riedl erstellt wurden, sollen hier einschließlich der diesbezüglichen Kritik unberücksichtigt bleiben. Siehe hierzu auch Lüke 1990: 35f.

Variierenden und des mutmaßlich Notwendigen vom Zufälligen zu beschreiben ist (Riedl 1980: 84; Lüke 1990: 38ff).

Die dritte Hypothese als die „Hypothese von der Ur-Sache“ fußt auf den beiden zuvor Dargestellten und ist somit als Hypothese zweiten Grades anzusprechen (Lüke 1990: 41). Diese „Hypothese von der Ur-Sache“ beschreibt die Annahme, dass sich als Gleiches bestimmtes nicht nur in gleicher Weise wiederholen lasse bzw. wiederhole, sondern dass dieses Gleiche auch durch dieselben Ursachen hervorgerufen worden sei (Riedl 1980: 119f; Lüke 1990: 41f).

Den Schlusspunkt dieses Systems aufeinander aufbauender Hypothesen bildet die „Hypothese vom Zweckvollen“, welche auf den drei zuvor Dargestellten basiert und die Vermutung beschreibt, dass als gleich bestimmte Dinge denselben Zweck haben und so die Grundlage eines finalen und teleologischen Denkens bildet, dass vor dem Hintergrund der Erwartung von „Ur-Gründen“ zielbestimmende und handlungsleitende Funktionen aufweist (Riedl 1985: 63; 1992; Lüke 1990: 42).²²⁵

Intuitives Denken basiert somit in seiner überaus bedeutenden, gehaltserweiternden Form auf der Annahme und Überzeugung, dass es in der Welt bestimmbare Regularitäten gibt sowie der „Lauf der Dinge“ gleichförmig sei, um von gleichen und beobachteten Bedingungskomplexen auf gleiche Ergebnisse als gegenstandsbezogene Übertragung oder zeitbezogene Prognose zu schließen (Seel 1991: 71f).

6.1.2.2 Differenzierungen zum Begriff der Intuition

Gemäß dieser grundlegenden Charakteristik von Intuition durch Riedl sind in Anlehnung an Fischbein (1987) zwei Kategorienschemata zur Differenzierung und Identifikation verschiedener Arten von Intuition herzuleiten (Nothbaum 1997: 44f).

Die erste dieser Klassifikationen von Intuition unterscheidet zwischen affirmatorischer, antizipatorischer, mutmaßender und schließender Intuition, welche wie folgt beschrieben werden können (Nothbaum 1997: 44f):

- Die affirmatorische Intuition beschreibt die Repräsentation oder Interpretation verschiedener Erfahrungstatsachen, die bezugnehmend auf den Gehalt eines Konzeptes, die Gültigkeit einer Aussage oder auf das Akzeptieren einer Schlussfolgerung als sicher, selbstevident oder selbstkonsistent betrachtet werden.

²²⁵ Siehe vertiefend zur Fragestellung der Inhaltlichen Struktur des Theoriegehaltes von Intuition Riedl 1992.

- Die antizipatorische Intuition bildet der einleitende, globale Blick auf die Lösung eines Problems, der ein Gefühl von Sicherheit in Bezug auf das Finden einer Problemlösung vermittelnd einer analytischen und systematischen Problembearbeitung vorausgeht.
- Die mutmaßende Intuition besteht aus generellen Annahmen, bei denen ein Gefühl von Sicherheit vorhanden ist.
- Die schließende Intuition synthetisiert die zentralen vorab gebildeten Ideen für die Lösung eines Problems zu einer abschließenden, globalen Einsicht und ergänzt damit formale, analytische Konstruktionen und Vorgehensweisen um das Gefühl intrinsischer, direkter Sicherheit.

Die zweite Differenzierung von Intuition unterscheidet primäre und sekundäre Intuition, wobei sich erstere als Folge persönlicher Erfahrungen unabhängig von systematischen Instruktionen individuell entwickeln und letztere unter dem Einfluss von systematischen Instruktionen ausgebildet werden (Nothbaum 1997: 45).

In Bezug auf die Anwendung von Intuition im Bereich des statistischen Denkens benennen Kahneman und Tversky drei Bedeutungsdimensionen des Begriffs Intuition (Kahneman; Tversky 1982: 493ff; Nothbaum 1997: 43):

1. Ein Urteil ist „intuitiv“, wenn dieses durch einen informellen und unstrukturierten Schlussfolgerungsmodus entstanden ist, bei dem keine analytischen Methoden oder willentliche Berechnungen durchgeführt wurden.
2. Eine formale Regel oder ein Wissenselement ist „intuitiv“, wenn die darin enthaltenen Aussagen mit dem „gesunden Menschenverstand“ oder „Common Sense“ übereinstimmen.
3. Eine Regel oder Prozedur ist dann Teil von Intuition, wenn es in alltäglichen Situationen üblicherweise zur Anwendung gelangt.

Diese drei Bedeutungsdimensionen des Begriffs der Intuition ist insbesondere für den Forschungsansatz der kognitiven Heuristiken von Kahneman, Slovic und Tversky (1982) von erschließender Bedeutung.²²⁶

6.1.3 Menschenbilder in der Kognitionswissenschaft

Die zunehmende wissenschaftliche Betrachtung der sozialen Dimension mentaler Informationsverarbeitung als soziale Informationsverarbeitung umfasst die Untersuchung von Prozessen von Kognition von uns selbst und anderer einschließlich der dabei zur Rechtfertigung aufgerufenen Wissensbeständen und „naiven Theorien“ (Leyens; Codol 1992: 94). Getragen wird dieses wissenschaftliche Unterfangen von der Annahme, dass menschliche Informationsverarbeitung in dreierlei

²²⁶ Siehe zu diesem Forschungsansatz Kap. 6.3.2.1 sowie Kap. 9.1

Weise sozial gekennzeichnet ist in Form eines universellen sozialen Ursprungs, ihres sozialen Objektes und ihres Charakteristikum der sozialen Differenziert- und Geteiltheit (Leyens; Codol 1992: 94).

Obgleich diese Grundannahmen im Lichte der bisher im Rahmen dieser Arbeit herangezogenen Ansätze und Befunde zu den biologischen Einflussgrößen mentaler Informationsverarbeitung zu relativieren sind, die beobachtbaren sozialen Differenzierungen von Informationsverarbeitung zum Zwecke der bevorzugten und in Anbetracht der Aufgabenstellung auch adäquaten Betrachtung kognitiver Universalien hier nahezu ausgeblendet ist bzw. die inhaltliche Abgrenzung sozialer Informationsverarbeitung den Gegenstand dieser Arbeit allenfalls streift, soll die „Social- Cognition“-Forschung hier Berücksichtigung finden, da diese in bester sozialwissenschaftlicher Tradition die in der Kognitionswissenschaft bestehenden und in der Betrachtung und Bearbeitung des Gegenstandes zugrundeliegenden Menschenbilder expliziert und so einen weiteren Blick auf grundlegende Prämissen der wissenschaftlichen Betrachtung eröffnet (Leyens; Codol 1992: 100).

Die Entwicklung der zugrundeliegenden Menschenbilder in der Kognitionswissenschaft ist auch in chronologischer Reihung von der zunehmenden Aufgabe der Auffassung des Individuums als konsistente oder rationalisierende Person gekennzeichnet (Neisser 1974: 372ff; Leyens; Codol 1992: 101).

Zunächst wurde in der Begründung eines rationalisierenden oder konsistenten Menschenbildes ab Mitte der 1950er Jahre auf die Annahme um die Begriffe des kognitiven Ungleichgewichtes von Heider, der Asymmetrie von Newcomb, der Inkongruenz von Osgood und Tannenbaum und der kognitiven Dissonanz von Festinger gesetzt, dass Inkonsistenz zwischen Kognitionen eine psychisch unangenehme Spannung hervorruft, welche durch die kognitive Suche nach Konsistenz minimiert wird und dass diese Suche nach kognitiver Konsistenz mit einer Rationalisierung kognitiver Prozesse einhergeht (Lüer 1973: 8f; Leyens; Codol 1992: 101).

Dieses Menschenbild als Auffassung des Individuums als konsistente und rationalisierende Person wurde in enger Wechselwirkung von dem der wissenschaftlichen Betrachtung zugrundeliegenden Paradigmas²²⁷ und der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung²²⁸ zunächst zunehmend aufgegeben, was in dem pessimistischen Menschenbild als „Kognitiver Geizkragen“ in der Theorietradition der Betrachtung kognitiver Heuristiken mit der Fokussierung auf kognitive Fehler im Forschungsprogramm über „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und

²²⁷ Vgl. hierzu Kap. 3.

²²⁸ Vgl. hierzu Kap. 6.3.

Tversky (1982) seinen Höhepunkt fand (Neisser 1974: 372ff; Leyens; Codol 1992: 105ff).

In Anbetracht der Kritik an diesem pessimistischen Menschenbild innerhalb der Kognitionswissenschaft und der damit einhergehenden normativen Betrachtungsweise experimenteller Befunde gerät der Mensch in seiner „Psycho-Logik“ wieder zunehmend in einen deskriptiven und erklärenden Blickwinkel der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung (Leyens; Codol 1992: 109f).

6.2 Die Frage nach der Betrachtungsweise menschlicher Informationsverarbeitung im statistischen Denken

Vor dem Hintergrund der Anwendung statistischer Verfahren zur kognitionswissenschaftlichen Modellierung menschlichen Denkens und dem dabei wissenschaftshistorisch vollzogenen Wechsel von einer anfänglich deskriptiven Modelanwendung zu einer später normativen Betrachtungsperspektive beobachtbarer Differenzen zwischen mathematisch-statistischem Modell und kognitiver Leistungen mit dem damit einhergehenden, hierzu analogen Wandel des Menschenbildes in der Kognitionswissenschaft eröffnet sich die grundlegende Fragestellung nach der Betrachtungsweise menschlicher Informationsverarbeitung.²²⁹

Diesbezügliche kognitive Prozesse im statistischen Denken sind dabei in Anlehnung an diesbezügliche Definitionen zum sogenannten stochastischen Denken zu definieren als der kognitive Umgang mit statistischen Situationen unabhängig von dem kognitiven Erkennen dieser situativen Qualität sowie als die kognitive Anwendung statistischer Modelle, Verfahren und Begriffe unabhängig von der situativen Adäquanz dieser kognitiven Nutzung (Scholz 1987: 4; Bea 1995: 5f).

Die wissenschaftliche Betrachtung und Erforschung solcherart kognitiver Prozesse besitzt dabei zwei auf vielfältige Weise miteinander verknüpfte Betrachtungsweisen in Form einer deskriptiven und einer normativen Perspektive (Coombs, Dawes, Tversky 1975: 139f; Gigerenzer; Murray 1987). Während die deskriptive Betrachtungsweise tatsächliche kognitive Prozesse unter Anwendung statistischer Verfahren als Modellgrundlagen zu beschreiben und erklären versucht, betont die normative Betrachtung die Dimension der Bewertung kognitiver Leistungen unter Angabe eines korrekten oder optimalen Ergebnisses (Coombs, Dawes, Tversky 1975: 139f). Im Lichte der diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Forschung versagt der menschliche Geist häufig im Vergleich mit diesen normativen Vorgaben von Statistikern, Mathematikern und Ökonomen, wobei in der Interpretation dieser experimentellen Befunde die Frage aufkommt, was diese Befunde

²²⁹ Vgl. hierzu Kap 3.4.

über die Güte menschlichen Denkens und über die Angemessenheit dieser Normen in diesem Kontext aussagen (Anderson 1996; 304).

6.2.1 Normative Modelle als gütebewertender Vergleich von Ist und Soll

Seit den 1950er Jahren wurden, angeregt von den Prämissen des Informationsverarbeitungsparadigmas und der damit verbundenen mathematischen Psychologie, deskriptive und induktive statistische Methoden und Verfahren als kognitionswissenschaftliche Methoden und Verfahren zur Modellierung kognitiver Informationsverarbeitungsprozesse angewendet (Coombs; Dawes; Tversky 1975; Gigerenzer; Murray 1987; Fiedler 1993: 7).²³⁰

Diese Anwendung von statistischen Verfahren in der post-behavioristischen Kognitionswissenschaft war zunächst von rein deskriptiver, theoriebildender und erklärender Zielsetzung geprägt und fußte auf der Annahme, dass die menschlichen Informationsverarbeitungsmechanismen aufgrund des beobachtbaren Phänomen einer überlebensbezogenen erfolgreichen kognitiven Adaption der Lebenswelt keine bedeutenden Defizite aufweist, was zu so programmatischen Titeln und Begriffen wie „Man As Intuitive Statistician“ und „Statistical Behaviorist“ führte (Peterson; Beach 1967; Brunswik 1955; Gigerenzer; Murray 1987; Plach 1998: 55ff). Zielsetzung dieses Forschungsansatzes war es somit zunächst nicht, die Güte oder Rationalität menschlicher Informationsverarbeitung zum Forschungsgegenstand zu erheben und so zu relativieren, sondern die Formulierung und Begründung deskriptiver Modelle und Theorieansätze kognitiver Prozesse auf der Basis des Informationsverarbeitungsansatzes, wobei die statistischen Modelle als normativer Ausgangspunkt der Theorieentwicklung verstanden wurden (Peterson; Beach 1967: 29; Gigerenzer; Murray 1987; Plach 1998: 55f). Anvisiert war hierbei eine Verknüpfung von normativen und deskriptiven Theorien stochastischen Denkens, was begründet wurde mit der Vorstellung, dass die durch normative Theorien beschriebenen Eigenschaften und Strukturen der Welt zu mindestens ansatzweise eine Entsprechung in den kognitiven Informationsverarbeitungsmechanismen aufweisen werden (Plach 1998: 56, Rock 1998).

Zu einer ersten systematischen wissenschaftlichen Thematisierung der Güte kognitiver Leistungen jenseits früher psychologischer Beobachtungen menschlicher Fehlleistungen kam es zunächst im Rahmen einer allgemeinen Betrachtung der menschlichen Informationsverarbeitungskapazität in der Tradition von Miller (1956), der sich als erster dieser kognitionswissenschaftlichen Thematik annahm und zeigte, dass menschliche kognitive Prozesse nur wenige Informationseinhei-

²³⁰ Siehe hierzu ausführlicher Kap. 3.

ten gleichzeitig berücksichtigen und verarbeiten können (Miller 1956; Schaefer 1976: 14; Reason 1994: 41ff).

Diese Anfänge einer relativierenden Betrachtung der Leistungsfähigkeit kognitiver Prozesse des Menschen wurden wenig später im Rahmen der Anwendung statistischer Verfahren als Modelle menschlicher Informationsverarbeitung durch einen normativen Vergleich zwischen diesen statistischen Modellen und menschlichen Denkens im Sinne eines Vergleichs zwischen Ist und Soll ergänzt (Schaefer 1976: 14f; Gigerenzer; Murray 1987).²³¹

Der hierin enthaltene Wechsel der Forschungsperspektive zu einer normativen vollzog sich, unter dem Eindruck von mit den statistischen Modellen nahezu unvereinbaren experimentellen Befunden sowie dem Erkennen einer offenbar in Bezug zur Selektion kognitiver Leistungen fehlertoleranten Umwelt, erst gegen Ende der 1960er Jahre (Scholz 1991; Rescher 1994: 31ff; Gigerenzer; Murray 1987; Gigerenzer u.a. 1999: 238ff). Ausgelöst wurde dieser Wechsel vor allem durch die Gruppe um Ward Edwards, die Untersuchungen systematischer Denkprozesse mit Aufgabenstellungen zur Bayes-Statistik unter der Bezeichnung „Human Information Processing“ durchführte, in der zunächst die Doppelrolle der Statistik als Forschungswerkzeug und als Modell zur Charakterisierung mentaler Prozesse gemäß der Aufgabenstellung wiederum gegeben ist (Gigerenzer u.a. 1999: 238f).²³² Die Fragestellung dieser Forschungsarbeiten war, ob das menschliche Denken in Situationen der Urteilsrevision den Regeln der Bayes-Statistik folgte. Die diesbezüglichen experimentellen Forschungen mussten diese Frage verneinen, da im Experiment die Wahrscheinlichkeiten auf der Grundlage neuer Beobachtungen generell in geringerem Umfang revidiert wurden als dies das Bayes-Theorem vorschrieb und diese so isolierte erste systematische kognitive Abweichung als „Konservatismus“ bezeichnet wurde (Gigerenzer; Murray 1987; Gigerenzer u.a. 1999: 239).²³³

Diese ersten Befunde kognitiver Fehlschlüsse wurden durch Daniel Kahneman und Amos Tversky um die 1970er Jahre systematisch aufgenommen und zu einem paradigmengenerierenden wissenschaftlichen Forschungsgegenstand ausgebaut, was die Betrachtung systematischer Abweichungen und kognitiver Fehler innerhalb des Forschungsprogramms der „Heuristics And Biases“ etablierte (Kahneman, Slovic; Tversky 1982; Gigerenzer u.a. 1999: 240f). Diese For-

²³¹ Vgl. zu den Modellen menschlicher Informationsverarbeitung Kap 3.4.

²³² Vgl. zu den experimentellen Befunden der Kognitionswissenschaft unter Bezugnahme auf das Theorem von Bayes Kap. 8.2.4.

²³³ Vgl. zum Begriff des Konservatismus in Bezug zum Theorem von Bayes Kap. 8.2.4.2.

schungstätigkeit im Rahmen des so entstandenen Forschungsprogramms zeichnete sich entsprechend betont durch eine „Jagd auf kognitive Fehler“ aus mit dem damit einhergehenden Bild des Menschen als „kognitiv beschränktes Wesen“ und „kognitiver Faulpelz“ (Gigerenzer; Murray 1987; Fiedler 1993: 7; Wendel 1996: 31f). Die dabei bestehende wissenschaftlichen Bezugnahme auf die Ansätze des „Man As Intuitive Statistician“ von Peterson und Beach (1967) blieben jedoch eher oberflächlicher Art, da in dieser Tradition bereits paradigmatisch geklärt wurde, dass es „naiv wäre anzunehmen, kognitive Prozesse probabilistischer Informationsverarbeitung spiegelten Merkmale der Umwelt direkt wieder“ (Plach 1998: 56). Dem entsprechend könnten normative Theorien nicht a priori als Theorien der Informationsverarbeitung aufgefasst werden, was jedoch als immanente Prämisse zur Funktionsweise normativer Theorien im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ enthalten zu sein scheint (Gigerenzer; Murray 1987; Plach 1998: 56).

Der in diesem Forschungsprogramm allgegenwärtige Vergleich des menschlichen Verstandes mit den normativ interpretierten Berechnungsvorschriften einer statistischen Formel brachte, ungeachtet der einschränkenden Kritik, von Intelligenz und Bildung weitgehend stabile und konstante Abweichungen zu Tage, welche als kognitive Fehler oder Täuschungen betrachtet nicht den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Logik des Hypothesentestes, des Gesetzes der großen Zahl sowie der Bedeutung der Stichprobengröße und den Modellen der Korrelationsrechnung entsprechen (Fiedler 1993: 7; Gigerenzer 1993: 99f). Damit kam zu der allgemeinen kognitionswissenschaftlichen Annahme, dass menschliches Denken nur unzureichend Informationen bewerten und verarbeiten könne, die Bestimmung und Benennung einer größeren Anzahl von konstanten Urteilsfehlern, den sogenannten Biases (Gigerenzer; Murray 1987; Schaefer 1976: 15). Diese relativ stabilen kognitiven Fehler wurden als Argument gegen eine Betrachtung des Menschen als rationales Wesen herangezogen und so der Begriff der „kognitiven Täuschungen“ als Analogie zu den stabilen, konstanten und unverlernbaren „visuellen Täuschungen“ aus der Wahrnehmungspsychologie geprägt (Gigerenzer 1993: 99f).

Die in diesem Forschungsparadigma allgegenwärtige experimentelle Generierung von Urteilsfehlern ist aus verschiedenen Perspektiven heraus kritisiert worden. So bezeichnet Scholz in Anlehnung an sein Prozess-Struktur-Modell mit den darin unterschiedenen intuitiven- und analytischen Denkmodi die analytischen Problemlöseaktivitäten zu Basis-Raten-Aufgaben als beinahe pseudo-analytisches Denken (Scholz 1987).²³⁴

²³⁴ Vgl. hierzu Kap. 3.3.1.3. sowie Kap. 6.1.2.

Neben einer normativen Betrachtungsweise, in der das Ausbleiben einer stetigen Überprüfung der kognitiven Prozesse und deren Ergebnis als Versagen analytischen Denkens gewertet wird, bestehen einige Problembereiche der Verortung des experimentellen Designs zum analytischen bzw. intuitiven Denkmodus (Scholz 1987). Darüber hinaus weist Gigerenzer (1991a) in seiner kritischen Betrachtung einer Reihe von einflussreichen Untersuchungen, welche in dem Forschungsparadigma der Betrachtung kognitiver Fehler im probabilistischen Denken entstanden sind, nach, dass die hier enthaltenen normativ verstandenen Lösungen im Lichte der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie als unangemessen zu bezeichnen sind, da eine differenzierte Betrachtung zwischen objektive und subjektive Wahrscheinlichkeitsbegriffen in diesem Zusammenhang ausbleibt.²³⁵ Diese Probleme der Verortung des Forschungsdesigns leitete eine Universalkritik zur wissenschaftlichen Praxis im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) ein, welche sich in der fachlichen Distanzierung von folgender rezeptartigen Vorgehensweise illustrieren lässt (Pfrang 1993: 243f):

1. Wähle ein normatives, formales Modell, welches korrekte Prozesse mit korrekten Antworten situationsbezogen vorgibt.
2. Suche Versuchspersonen ohne Kenntnisse dieser formalen Modelle und beschränke in der Experimentalanordnung die Handlungsmöglichkeiten für die Verarbeitung von Information (keine Hilfsmittel, unzulängliche oder irrelevante Informationen) und für die Abgabe des Urteils (vorgegebene Skala) möglichst weitgehend.
3. Stelle systematische Diskrepanzen zwischen dem normativen Modell und den experimentell gegebenen Antworten fest.
4. Bezeichne diese Diskrepanzen und schlage eine Theorie zur Erklärung der Diskrepanz vor.
5. Untersuche die Gültigkeit dieser Theorie.

Aufgrund dieser methodischen Vorgehensweise würde, so die Kritik, das Modell gegen Falsifikation immunisiert und so ein Fortschritt in der Theoriebildung verhindert, da die beobachteten Abweichungen als kognitive Fehlleistungen des Menschen anstatt als theorieverwerfender empirischer Befund interpretiert werden und somit die Funktion des normativen Modells auf den Bereich der Bestimmung

²³⁵ Seit dem Zeitpunkt der Veröffentlichung des Artikels von Gigerenzer (1991a) kann, so die Position von Hussy (1986), die Anwendung induktivstatistischer Verfahren mit ihren wahrscheinlichkeitstheoretischen Bezügen als normative Lösung zur Bewertung induktiver Urteilsprozesse nicht mehr als Analogie der Verwendung der formalen Logik zur Bewertung deduktiven Folgerns in der Kognitionswissenschaft verstanden werden, wie sie bis dato üblich waren (Hussy 1986: 49ff). Siehe hierzu auch Kap. 5.5.

von Abweichungen zwischen intuitiver und analytisch-formaler Informationsverarbeitung beschränkt wird (Gigerenzer 1991a; Gigerenzer; Murray 1987; Pfrang 1993: 244). In dieser Weise sensibilisiert zeigte sich im Verlauf der Forschungstätigkeiten, dass die diesem normativen Vergleich zugrundeliegenden normativen Modelle nicht als in einem kognitiven Sinne rational und fehlerfrei angesprochen werden können und insbesondere, dass Abweichungen menschlichen Denkens, Urteilens und Entscheidens von dem normativen Modell, die in dieser Betrachtungsweise als kognitive Fehler angesprochen werden, durchaus einen funktionellen Wert für die Anpassung des Menschen aufweisen können (Cheng; Holyoak 1985; Gigerenzer 1991a; Fiedler 1993:8ff).

Diese Kritik an der normativen Betrachtung in der Forschungstradition der „Heuristics And Biases“ sollte jedoch nicht dahingegen missverstanden werden, dass jedwede Form einer bewertenden Betrachtung kognitiver Leistungen, Trugschlüsse und Fehler des Menschen einschließlich deren Benennung als „Menschliches Versagen“ und eine sich hierin begründete, korrigierenden Intervention und Vermittlung damit ausgeschlossen werden soll (Gosepath 1992: 90ff; Reason 1994: 66f; May 2000: 37). Der Gegenstand der Didaktik mathematisch-formaler Inhalte bleibt von dieser Kritik ebenso unangetastet wie eine diesbezüglichen Forschungstradition, welche beispielsweise in der klinischen Psychologie besteht (Sedelmeier 1993: 130; Kütting 1994a).²³⁶

Auch vor diesem Hintergrund kann sich eine tiefgreifende und erschöpfende kognitionswissenschaftliche Analyse statistischen Denkens nicht auf die reine Deskription und kognitionswissenschaftliche Erklärung der diesbezüglichen kognitiven Prozesse beschränken, (Scholz 1991).

²³⁶ Diese klinische Tradition normativer Kognitionspsychologie betrachtet kognitive Denkfehler als Ursache für psychische Erkrankungen und entwickelte hiervon ausgehend Listen typischer Denkfehler beispielsweise von depressiv Erkrankten, die in diesem Fall willkürliche Schlussfolgerungen (ziehen von Schlüssen ohne rechtfertigende Evidenz oder im Widerspruch dazu), selektive Verallgemeinerungen (ein aus dem Zusammenhang gerissenes Detail bildet die Grundlage für Generalisierungen), Übergeneralisierungen (Eine für eine oder mehrere isolierte Vorfälle entstandene Schlussfolgerung wird unterschiedslos auf ähnliche oder unähnliche Situationen generalisiert), Maximierung/Minimierung (stark verzerrte Einschätzung der Bedeutung eines Ereignisses), Personalisieren (unbegründetes Beziehen äußerer Ereignisse auf die eigene Person) sowie verabsolutiertes, dichotomes Denken enthält (Sedelmeyer 1993: 130f). In dieser Forschungstradition kann somit die Korrektur solcher Denkfehler über Training als eine Form kognitiver Psychotherapie angesprochen werden (Sedelmeyer 1993: 131).

Die damit geforderte bewertende Betrachtung kognitiver Leistungen setzt eine Bezugnahme auf ein normatives „Soll“ voraus, wobei die Anwendung formaler Wahrscheinlichkeitstheorie und induktivstatistischer Verfahren trotz aller diesbezüglicher Kritik in der kognitionswissenschaftlichen Fachdiskussion auch, wie bei Wessels (1994), als die eindeutigste und präziseste Methode der Begründung normativer Befunde angesprochen wird (Wessels 1994: 367).

6.2.2 Deskriptive Modelle als integrative Ergänzung und Kritik

Eine rein deskriptive Herangehensweise zeichnet sich durch das Forschungsziel einer möglichst exakten Beschreibung und theoretischen Erklärung realer mentaler Prozesse aus (Plach 1998: 4). Eine normative Perspektive entfällt somit in diesem Fall, da keinerlei Bewertung kognitiver Leistungen hierin implizit angelegt ist und sich eine Verbindung zu Rationalitätskonzepten erschöpft in der Möglichkeit ihrer empirisch-deskriptiven Ableitung (Gosepath 1992: 92ff; Reason 1994). Dies geht einher mit der Prämisse einer latenten und universellen Rationalität bei entsprechenden Konsequenzen für den empirischen und logischen Gehalt von Theorieansätzen solcher Provenienz (Gosepath 1992: 92ff; Reason 1994).

In bewusster Billigung dieser konzeptionellen Charakteristika deskriptiver kognitiver Modelle wurde zum Ende der 1980er Jahre eine solch geartete Forschungsperspektive zur kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens als Kritik und auch als extreme Negation des bis dato hier dominierenden normativen Forschungsansatzes der „Heuristics And Biases“ lanciert, um zunächst im Sinne einer kognitionswissenschaftlichen Theorie- und Modellbildung diesen Forschungsgegenstand zu beschreiben und zu erklären (Gigerenzer 1991b; Fiedler 1993:8f; Gigerenzer u.a. 1999: 225ff). Diese Trendwende wurde eingeleitet und begleitet durch eine zunehmend geäußerte Kritik gegenüber dem Informationsverarbeitungsparadigma sowie durch eine aufkommende kritische Haltung gegenüber der mechanischen Anwendung statistischer Verfahren, die darüber hinaus in theoretischer Hinsicht als inhomogen zu bezeichnen und somit als normativer Bezugspunkt ungeeignet seien (Fiedler 1993: 8f; Gigerenzer u.a. 1999: 251ff).²³⁷

Dennoch war es durchaus auch enthaltenes Ziel dieser Gegenreaktion und Trendwende, an die normativen Forschungstraditionen anzuknüpfen, indem die Phänomene kognitiver Täuschungen nicht weiterhin als irrationale Denkfehler betrachtet wurden, wobei als prägnanter Teil mentaler Prozesse jedoch zunächst deren funktionale Bedeutung zu klären sei (Fiedler 1993: 9; Reason 1994: 65ff).

²³⁷ Vgl. hierzu in Bezug zur Kritik an der Anwendung statistischer Verfahren Kap. 2.4.2. und in Bezug zur Kognitionswissenschaft einleitend Kap. 3.

Diese so geartete deskriptive Forschungsperspektive mit normativen Forschungstraditionen kann im Lichte der in ihr entstandenen kognitionswissenschaftlichen Forschungsarbeiten als integrative Ergänzung der normativen Betrachtungsweise angesprochen werden, die sich komplementär ergänzen und gegenseitig befruchten (Gigerenzer 1991b; Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991; Gigerenzer; Hoffrage 1995).

6.3 Chronologie kognitionswissenschaftlicher Ansätze zum logischen und statistischen Denken

Wie bereits einleitend erläutert, wurden, getragen von den Grundannahmen der Computertheorie des Geistes und der damit verbundenen mathematischen Psychologie, seit den 1950er Jahren deskriptive und induktive statistische Methoden und Verfahren als kognitionswissenschaftliche Modelle zur Beschreibung kognitiver Informationsverarbeitungsprozesse angewendet (Coombs; Dawes; Tversky 1975; Gigerenzer; Murray 1987; Fiedler 1993: 7).²³⁸

Unabhängig von paradigmatischen Prämissen dieses Forschungsthemas und deren Entwicklung lässt sich diese wissenschaftliche Anwendung formaler Algorithmen aus Statistik und Logik als Modell menschlichen Denkens zunächst auf die Fragestellung reduzieren, ob Menschen in Ihrem Denken über formale und abstrakte Algorithmen verfügen oder ob hier einfachere, nicht logische oder statistische und situationsspezifischere mentale Strukturen wirksam werden (Gigerenzer 1993: 100; Wessels 1994: 356). Die hierin enthaltene Unterscheidung zwischen formalen und abstrakten Algorithmen und einfacheren und konkreteren mentalen Strukturen ist in erster Annäherung gleichzusetzen mit der Differenzierung zwischen einem Algorithmus als eine Problemlösungsmethode, die problemtypspezifisch und verständnisunabhängig Lösungsverfahren vorgibt, und dem paradigmatisch vorbelasteten Begriff der Heuristik als kunstfertigkeitähnliche Problemlösungsmethode, welche an eine „Daumenregel“ erinnernd eingesetzt wird ohne eine Zielerreichung zu garantieren (Wessels 1994: 356; Reinersmann 1997: 94). Diese Differenzierung zwischen Algorithmus und Heuristik ist nicht nur als begriffliche Deskription einer konkreten Problemlösungsstrategie von Relevanz in dem Sinne, dass ein Heurismus als ein Konstruktionsverfahren zur Generierung problemspezifischer Strategien anzusprechen ist, der im Falle der nicht Verfügbarkeit eines anzuwendenden Algorithmus ein Lösungsverfahren findet (Reinersmann 1997: 94).

²³⁸ Vgl. hierzu Kap 3.4.

Die Unterscheidung zwischen den Begrifflichkeiten Algorithmus und Heuristik sind in Anbetracht der paradigmatischen Genese der Kognitionswissenschaft um den Begriff des Informationsverarbeitungsparadigmas auch zu Schlüsselbegriffen der Chronologie kognitionswissenschaftlicher Ansätze zum logischen und statistischen Denken geworden, die zwischen syntaktischen und semantischen kognitionswissenschaftlichen Theorien des Denkens, Problemlösens und Schließens unterscheiden lässt (Oestermeier 1998: 178ff).

Die syntaktischen Theorien und Ansätze der Kognitionswissenschaft gehen hierbei von der Annahme aus, dass die formalen Algorithmen aus Logik und Statistik mental verankerte Symbolmanipulationen darstellen, so dass diesen eine deskriptive Funktion innerhalb der kognitiven Psychologie zukommt (Oestermeier 1998: 178ff). Die aus der, bis in die paradigmatischen Grundlagen reichende, Kritik an den syntaktischen Theorien und Ansätzen entstandene, semantisch orientierte Gegenbewegung geht von einer bedeutungsbezogenen kognitiven Verarbeitung aus, deren Theorieentwicklung um den Begriff der mentalen Modelle erfolgt (Oestermeier 1998: 188ff).

Eine hierzu detailliertere Kategorisierung kognitionswissenschaftlicher Theorieansätze, welche zunächst auf den Bereich logischen Schließens beschränkt ebenfalls auf den Bereich des statistischen Denkens auszuweiten ist, benennt vier verschiedene Kategorien, die nunmehr in chronologischer Reihung zur Darstellung der diesbezüglichen paradigmatischen Entwicklung beleuchtet werden (Gadenne 1993: 174).²³⁹

6.3.1 Theorie formaler Regeln des Urteilens und Schließens

Diese der syntaktischen Tradition des Informationsverarbeitungsparadigmas zuzuordnenden Theorien und Ansätze der Kognitionswissenschaft basieren auf der Annahme, dass die formalen Regeln und Algorithmen aus Logik und Statistik mental verankerte Symbolmanipulationen darstellen, die zur Lösung unterschiedlicher Probleme mit verschiedenen Inhalten kognitiv angewendet werden mit der Konsequenz, dass diesen damit eine deskriptive Funktion innerhalb der kognitiven Psychologie zukommt (Gadenne 1993: 174; Oestermeier 1998: 178ff).²⁴⁰

Diese in der Tradition des Informationsverarbeitungsparadigmas entstandene, erste Bezugnahme auf statistische Methoden in der Psychologie war dabei, wie die Anwendung der formalen Logik, geprägt von einer rein deskriptiven und erklärenden Zielsetzung der allgemeinen Theorieentwicklung und getragen von der Grundannahme, dass die kognitiven Verarbeitungsmechanismen des Menschen

²³⁹ Vgl. zur Paradigmatischen Entwicklung Kap 3.4.1.

²⁴⁰ Vgl. zum Ansatz des Menschen als intuitiver Statistiker auch Kap. 3.5.1.1.

keine systematischen Fehler und fundamentale Defizite aufweist (Gigerenzer; Murray 1987). Diese so entstandene kognitionswissenschaftliche Forschungsrichtung führte unter so programmatischen Titeln und Begriffen wie „Man As Intuitive Statistician“ und „Statistical Behaviorist“ zu einem Grundtenor für diese Anwendung statistischer Verfahren in der kognitionswissenschaftlichen Theorieentwicklung, der sich anhand folgender zwei Zitate verdeutlichen lässt: (zit. nach Reason 1994: 61):

- Peterson; Beach 1967: „Im allgemeinen weisen (unsere) Ergebnisse darauf hin, dass sich die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik als Grundlage für psychologische Modelle heranziehen lassen, die die Leistungen des Menschen bei einer ganzen Palette schlussfolgernder Aufgaben integrieren und erklären“.
- Edwards 1968: „Menschen folgen im großen und ganzen den Regeln des Bayes- Theorems (bei der Bestimmung subjektiver Wahrscheinlichkeiten), aber es gelingt ihnen nicht, sich des Einflusses aller Indizien völlig bewusst zu werden, weshalb sie letztlich zu konservativen Einschätzungen gelangen.“

Zielsetzung dieser Forschungsperspektive war es, die Formulierung und Begründung deskriptiver Modelle und Theorieansätze kognitiver Prozesse auf der Grundlage des Informationsverarbeitungsparadigmas zu formulieren, wobei die statistischen und logischen Modelle als Ausgangspunkt dieser Theorieentwicklung dienen sollten (Peterson; Beach 1967: 29; Reason 1994: 61; Plach 1998: 55f). Begründet wurde diese Perspektive mit der Prämisse, dass die durch Logik und Statistik beschriebenen Eigenschaften und Strukturen der Welt zu mindestens ansatzweise eine Entsprechung in den kognitiven Informationsverarbeitungsmechanismen finden müßten (Plach 1998: 56).

6.3.2 Das Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“

Die zuvor dargelegte kognitionswissenschaftliche Anwendung statistischer Modelle brachte im Rahmen ihrer Forschungstätigkeit experimentelle Befunde hervor, die bedeutende Abweichungen menschlicher kognitiver Leistungen und Strukturen in Relation zur theoretischen Modellierungsgrundlage in Form statistischer Verfahren belegten.²⁴¹ Diese experimentellen Befunde der Abweichungen wurden durch Daniel Kahneman und Amos Tversky um 1970 aufgenommen und, wie bereits erläutert, einer differenzierteren und ausführlicheren wissenschaftlichen Betrachtung unterzogen, welche die Behandlung und Thematisierung systematischer Abweichungen und kognitiver Fehler im Rahmen des Forschungs-

²⁴¹ Siehe hierzu ausführlicher Kap. 6.2.1.

programms der „Heuristics And Biases“ etablierte. (Kahneman; Slovic; Tversky 1982; Gigerenzer; Murray 1987; Fiedler 1993: 7; Gigerenzer u.a. 1999: 240f).²⁴²

Im folgenden sollen die Grundannahmen und Aussagen sowie die Grenzen einschließlich der bestehenden Kritik bezüglich dieses Forschungsansatzes dargelegt werden, um darauf aufbauend einschlägige Experimentalbefunde zum statistischen Denken im Lichte dieses Ansatzes beleuchten zu können.

6.3.2.1 Grundannahmen und Aussagen des Heuristik-Ansatzes

Dem Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ immanent ist der experimentelle Vergleich kognitiver Leistungen des menschlichen Verstandes mit den normativ interpretierten Berechnungsvorschriften einer statistischen Formel, der von Intelligenz und Bildung weitgehend unabhängige Abweichungen isolierte, welche als kognitive Fehler oder Täuschungen betrachtet gegen die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Logik des Hypothesentestes, des Gesetzes der großen Zahl sowie der Bedeutung der Stichprobengröße und den Modellen der Korrelationsrechnung verstoßen (Fiedler 1993: 7; Gigerenzer 1993: 99f; Bea 1995: 10ff).

Diese im Rahmen dieses Forschungsprogramms erkannten Abweichungen sind auch als Fehlschlüsse bezeichnet worden und nach Scholz (1981) zu definieren als „ein kognitiver Prozess, der aus im Gedächtnis repräsentierten Informationen zu einer fehlerhaften Folgerung bzw. fehlerhaften Entscheidung führt. Ein Fehlschluss kann sowohl darin bestehen, dass an Stelle eines (möglicherweise) existierenden formalen, zu einer eindeutigen Lösung führenden Modells ein inadäquates, zu einer abweichenden Lösung führendes Modell angewandt wird, als auch darin, dass (ersatzweise) angewandte grobe Schlussregeln (z.B. intuitive Schätzungen) systematisch zu einem unadäquaten bzw. inkorrekten Ergebnis kommen.“²⁴³

Als grundlegendes Ergebnis geht der Heuristik-Ansatz im Lichte dieser experimentellen Befunde davon aus, dass menschliche Informationsverarbeitung für die Realisation einer dem normativen Modell entsprechenden kognitiven Leistung überfordert ist, diese kognitiven Prozesse im Lichte dieser Befunde nicht mit formalisierten Modellen beschrieben werden kann und somit einfache Maximen oder Heuristiken isoliert und benannt werden müssen, die als geistige Strukturen und Prozesse in Situationen des Denkens, Urteilens und Problemlösens kognitiv wirksam werden (Schaefer 1976: 104f). Über diese allgemeine Feststellung hinaus

²⁴² Siehe hierzu einleitend Kap. 3.5.1.2 sowie 6.1..und 6.2.1.

²⁴³ Zitiert nach Bea 1995: 10.

sind gemäß der empirischen Befunde eine größere Anzahl konstanter Urteilsfehler als „biases“ zu isolieren und zu benennen (Schaefer 1976: 15).

Die diesen Abweichungen zugrundeliegenden kognitiven Prozesse sind gemäß dieses Forschungsprogramms der „Heuristics And Biases“ von Kahneman, Slovic und Tversky (1982) als heuristischen Strukturen zu beschreiben, wobei Heuristiken komplexitätsreduzierende, kognitive Schlussregeln und kreative Vermutungen darstellen, die als Mechanismen des intuitiven Denkens wirksam werden (Schaefer 1976: 104; Kahneman; Slovic; Tversky 1982; Bea 1995: 10; Nothbaum 1997: 57). Der Begriff der Heuristik leitet sich dabei aus dem Altgriechischen „Heuriskein“ als „finden“ ab, da kognitive Heuristiken in erster Annäherung als „mentale Kniffe“ angesprochen werden können, die das Auffinden von Lösungen zu bestimmten Problemen und Aufgaben ermöglichen (Piattelli-Palmarini 1997: 21). Kognitive Heuristiken sind somit „nicht unbedingt analytische oder logisch konsistente Informationsverarbeitungsanweisungen“, die „sich stattdessen durch ihre hohe Handhabbarkeit und die Notwendigkeit zu einem nur geringen Einsatz kognitiver Kapazitäten“ auszeichnen und eher „schätzende als exakte Ergebnisse“ hervorbringen (Nothbaum 1997: 57). Unter Bezugnahme auf die hier immanente und apostrophierte Suboptimalität der Anwendung von Heuristiken sind diese auch anzusprechen als „schnelle und schmutzige“ kognitive Methoden und Vorgehensweisen, die Probleme und Aufgabenstellungen zu lösen vermögen, ohne optimale Ergebnisse zu garantieren (Bühler 1996: 116; Nothbaum 1997: 57f).

In dieser Perspektive benennen Kahneman, Slovic und Tversky (1982) vor allem vier Heuristiken in Form der Repräsentativitätsheuristik, der Verfügbarkeitsheuristik, der Heuristik des Verankerns und Anpassens und der Heuristik der Anwendung von Kausalschemata, welche in folgenden lediglich kurz angerissen werden sollen und nach der Darstellung einschlägiger experimenteller Befunde eine tiefergehende Würdigung erfahren werden (May 1987: 25ff; Bea 1995: 10f).²⁴⁴

Die Repräsentativitätsheuristik beschreibt in diesem Zusammenhang die stichprobenbezogene Übertragung von Erfahrungsdaten bestimmter Stichprobenumfänge auf die zugrundeliegende Grundgesamtheit bzw. die wahrscheinlichkeitsbezogene Übertragung eines Ereignisses auf den zugrundeliegenden Zufallsprozess (Kahneman; Tversky 1972; May 1987: 25ff; Bea 1995: 12). Dem entsprechend wird die Wahrscheinlichkeit eines unsicheren Ereignisses der Repräsentativitätsheuristik folgend nach dem Grad bemessen, nach dem dieses Ereignis in wesentlichen Eigenschaften der Ausgangspopulation ähnlich ist sowie dieses die Hauptmerkmale seines Entstehungsprozesses widerspiegelt (Kahneman; Tversky 1972; Kütting 1994a: 81).²⁴⁵

²⁴⁴ Vgl. ausführlich dazu Kap. 9.1.

²⁴⁵ Vgl. zur Repräsentativitätsheuristik ausführlicher Kap. 9.1.1.

Die Verfügbarkeitsheuristik bezeichnet die kognitive Struktur, dass relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten eines Ereignisses anhand der kognitiven Abrufbarkeit und Verfügbarkeit eines solchen oder als ähnlich betrachteten Ereignisses im Gedächtnis beurteilt und bemessen wird (Tversky; Kahneman 1973; 1974; May 1987: 25ff; Bea 1995: 12). Somit bestimmt sich die Häufigkeits- bzw. Wahrscheinlichkeitsschätzung dieser Heuristik entsprechend über die Leichtigkeit, mit der ähnliche Beispiele, Ereignisse und Vorfälle erinnert werden können (Tversky; Kahneman 1973; 1974; Kütting 1994a: 83).²⁴⁶

Eine andere Heuristik, welche die kognitive Bestimmung und Schätzung von Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten bedingt, bildet die Heuristik des Verankerns und Anpassens (Tversky; Kahneman 1974; May 1987: 25ff; Bea 1995: 13). Hierbei bildet ein wie auch immer generierter „Anker“ den kognitiven Startwert dieser Schätzung, welche unter Berücksichtigung weiterer Informationen im folgenden bis zur endgültigen Häufigkeits- bzw. Wahrscheinlichkeitsschätzung modifiziert und damit angepasst wird (Tversky; Kahneman 1974; Bea 1995: 13). Fehlschlüsse resultieren hierbei aus einer auf falschen oder irrelevanten Informationen basierenden Anker bzw. einer im Lichte der verfügbaren Informationen unzureichend vorgenommenen Anpassung, so dass die Schätzung systematisch in Richtung des Startwertes verzerrt ist (Tversky; Kahneman 1974; May 1987: 25ff; Bea 1995: 13).²⁴⁷

Die letzte hier zu nennende Heuristik der Kausalität beschreibt den kognitiv virulenten Versuch, Ereignisse in der Umwelt möglichst erschöpfend in Ursache-Wirkungsbeziehungen einzubetten und zu modellieren, wobei diese Heuristik die unrichtige und fatale Annahme, Korrelation impliziere Ursache, genauso einschließt wie die Vernachlässigung nicht kausal verbundener stochastischer Beeinflussungen (Tversky; Kahneman 1980; Gould 1983: 267; Bea 1995: 14).²⁴⁸

6.3.2.2 Kritik und Grenzen des Heuristik-Ansatzes

Dieses auf Abweichungen und Fehlschlüsse fokussierte Forschungsprogramm basiert auf einem überaus minimalistischen und unzureichenden theoretischen Fundament, so dass zurückblickend die „kognitiv-statistische Aussagekraft“ dieses kognitionswissenschaftlichen Forschungsprogramms „bei weitem überschätzt worden“ ist (Fiedler 1980: 36). Dieses bewertende Zitat an dem bis dato dominierenden Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ bildet den Anfangs-

²⁴⁶ Vgl. zur Verfügbarkeitsheuristik ausführlicher Kap. 9.1.2.

²⁴⁷ Vgl. zur Heuristik des Verankerns und Anpassens Kap. 9.1.3.

²⁴⁸ Vgl. zur Heuristik der Kausalität ausführlicher Kap. 9.1.4. und siehe hierzu in anthropologischer Perspektive die Arbeit von Kälble 1997.

punkt einer Vielzahl seither im Rahmen der kognitionswissenschaftlichen Fachdiskussion isolierten Kritikpunkte gegenüber diesem Forschungsparadigma, welche wie folgt innerhalb von acht Punkten überblicksartig zusammengefasst werden können (Bea 1995: 43ff).²⁴⁹

1. Das Repräsentationsproblem: Eine eindeutige Ableitung kognitiver Prozesse aus Wahrscheinlichkeitsurteilen ist überaus problematisch, zumal eine ausgeprägte Bezugnahme auf sonstige Forschungskonzepte und -befunde der kognitiven Psychologie in diesem Forschungsansatz ausbleiben.
2. Das Problem der normativen Lösung: Bei verschiedenen Aufgaben im Experiment wurde darauf hingewiesen, dass sich aufgrund einer Unterterminiertheit in der Aufgabestellung interpretatorische Freiheitsgrade ergeben, die keine eindeutige normative Lösung zulassen.
3. Das Problem kognitiver Defizite: Die Betrachtung von Abweichungen kognitiver Leistungen vom normativen Modell als kognitive Defizite und Argument gegen die Leistungsfähigkeit und Rationalität menschlicher Kognition greift im Hinblick auf jede hier angesprochene Fachdiskussion zu kurz.
4. Das Isolationsproblem: Die benannten Heuristiken werden lediglich isoliert voneinander zur ad-hoc Erklärung beobachteten Antwortverhaltens im nachhinein diesem zugeordnet, wobei hier aus Ermangelung einer umfangreicheren kognitionswissenschaftlichen Theorie jeglicher Vorhersagecharakter fehlt und konträres Antwortverhalten nicht erklärt werden kann.
5. Das Denkmoduspostulat: Der Heuristik-Ansatz geht aufgrund der beobachteten Abweichungen vom normativen Modell von einem intuitiven Denkmodus der Individuen aus, obgleich nicht konforme Lösungen auch aufgrund von Rechenfehlern im analytischen Denkmodus entstehen können.
6. Das Kontemplativitätsproblem: Innerhalb des Heuristik-Ansatzes werden lediglich Aussagen bezüglich des Vorhandenseins kognitiver Fähigkeiten getroffen, was deren Entwicklung und Ausgestaltung im Problemlösungsprozess mit seiner iterativ-adaptiven Charakteristik systematisch unberücksichtigt lässt.
7. Das Generalisierbarkeitsproblem: Die Generalisierbarkeit und Übertragbarkeit bei den logischen und statistischen Aufgabenstellungen innerhalb des Heuristik-Ansatzes auf konkrete und reale Alltagsprobleme ist zu relativieren, da die im Kontext dieses Ansatzes erfolgten Experimente einem

²⁴⁹ Siehe hierzu auch Gigerenzer 1996; Kahneman; Tversky 1996

generellen Muster folgten und somit die Übertragung und Generalisierung der so ermittelten Befunde selbst einen Bias darstellt.

8. Das Problem der Auswahl der Probanden: Bei der Auswahl der Versuchsteilnehmern innerhalb der durchgeführten Experimente wurden überwiegend Studierende rekrutiert, die keine Ausbildung im Bereich der Logik und der Statistik genossen hatten und darüber hinaus nicht mit dem jeweiligen Fachgebiet des Aufgabenkontextes vertraut waren, so dass die Frage nach der Angemessenheit einer Darbietung solch gearteter Aufgabenstellungen gegenüber diesem Personenkreis aufgeworfen wurde.

Obgleich jedes der hier angeführten Probleme der Programmatik des Heuristikansatzes auf eine umfangreiche und nicht abgeschlossene diesbezügliche Fachdiskussion verweist und die hier dargestellten, diesbezüglichen Positionen in ihrer Absolutheit im Hinblick auf diese Debatte auch nicht so stehen gelassen werden können, wurden sie zum Ausgangspunkt einer hiervon konträren, eher deskriptiv angelegten kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung, die insbesondere mit dem theoretischen Begriff der mentalen Modelle verbunden ist.

6.3.3 Die Theorie mentaler Modelle

Die grundlegende Annahme des kognitionswissenschaftlichen Theorieansatzes der mentalen Modelle besagt, dass die Fähigkeit, interne Modelle von der Welt auf der Basis von Alltagserfahrung, vermitteltem Wissen und darauf operierenden Folgerungen zu konstruieren, eines der zentralen Charakteristika dessen bildet, was gemeinhin als „gesunder Menschenverstand“ bezeichnet wird (Seel 1991: 7).

Die von Johnson-Laird (1983) entscheidend mitbegründete kognitionswissenschaftliche Theorie der mentalen Modelle basiert auf der Annahme, dass Menschen zur Problemlösung ein mentales Modell als mentale Repräsentation der gegebenen Situation konstruieren, in das ihr diesbezügliches Wissen einfließt (Seel 1991: 7; Gadenne 1993: 175; Bühler 1996: 115; Johnson-Laird 1996: 386ff). Hierbei wird, getragen von der Erkenntnis, dass „eine Unendlichkeit möglicher Welten“ (...) zu groß (ist), um in einen Kopf zu passen“, angenommen, dass die erste mentale Repräsentation einer Information zu einer Modellkonstruktion führt (Johnson-Laird 1996: 386). Mentale Modelle sind demnach Ausdruck des Verstehens eines Teilbereichs der Realität durch die Modellierung von Alltagswissen in gedanklichen Modellen und zugleich kognitive Grundlage zum Denken und Handeln auf der Basis dieses Wissens (Dutke 1994: 2).

Zum Zwecke der einleitenden Darstellung des Theorieansatzes der mentalen Modelle ist zunächst der Modellbegriff grundlegend einzuführen, wobei drei grundlegende Merkmale von Modellen hervorzuheben sind (Dutke 1994: 4f):

1. Das Abbildungsmerkmal von Modellen: Modelle stellen Abbildungen von Originalen dar, die wiederum Modelle von etwas sein können. Der Begriff der Abbildung beschreibt hierbei die Zuordnung von Originalattributen zu Modellattributen.
2. Das Verkürzungsmerkmal von Modellen: In der Abbildung von Originalattributen auf Modellattributen werden nicht alle Originalattribute in der Modellierung berücksichtigt, da das modellierende kognitive System nur eine Untermenge in Form der als relevant erachteten Attribute berücksichtigt und so eine komplexitätsreduzierende Verkürzung eintritt.
3. Das pragmatische Merkmal von Modellen: Aus dem Merkmal der komplexitätsreduzierenden Verkürzung von Modellen ergibt sich, dass potenziell mehrere Modelle für ein Original darstellbar werden und somit Modelle und Originale nicht per se eindeutig zuzuordnen sind. Diese Zuordnung erfordert pragmatische Ergänzungen in Form einer Ersetzung eines Originals durch ein Modell zu bestimmten Zwecken und durch das Modell benutzende Individuen.

Der pragmatische Zweckbezug von Modellen beschreibt hierbei die Funktion von Modellen, die in erster Annäherung als erkenntnisgewinnend kommunikativ bezeichnet werden können, wobei die Wissensgewinnung und –vermittlung in der modellanwendenden Übertragung von Modellattributen auf Originalattribute begründet ist (Dutke 1994: 5f). Der pragmatische Individuenbezug von Modellen als ihr zweites pragmatische Merkmal berücksichtigt die Subjektivität und Individualität der Bewertung des Nutzens und der Plausibilität, welche die Anwendung eines Modells erzeugt und die intersubjektive Übertragbarkeit von Modellen bedeutend einschränkt (Dutke 1994: 6f).

6.3.3.1 Mentale Modelle und die Repräsentation von Information

Die Konzeption des kognitionswissenschaftlichen Theorieansatzes der mentalen Modelle beginnt bereits mit spezifischen Annahmen bezüglich der Repräsentation von Information, wobei sich die Theorie der mentalen Modelle von den Vorstellungen der propositionalen Repräsentation der klassischen Philosophie abgrenzt. Dies erfolgt indem sie bezüglich der Sprachnähe der Repräsentation die linguistischen Annahmen negiert und darauf aufbauend von einer spezifischen strukturellen Identität der mentalen Repräsentation von Erfahrungen mit ausgeprägt bildlichem Charakter ausgeht, statt eine abstrakte und unspezifische mentale Repräsentationsstruktur anzunehmen (Dutke 1994: 69ff; Johnson –Laird 1996: 386ff; Perrig 1988: 90; Oestermeier 1998: 201). Das zentrale Charakteristikum mentaler Modelle ist dementsprechend, ungeachtet der diesbezüglichen Theoriediskussion, in der angenommenen strukturellen Entsprechung von Repräsentation und Repräsentiertem zu suchen, da mentale Modelle in Gegensatz zu propositionalen Repräsentationen, die einen engen Bezug zu natürlicher Sprache besitzen und damit einhergehend lediglich aus über Konventionen bestimmte und somit

relativ beliebige Symboloperationen bestehen, sich in Bezug zum repräsentierten Sachverhalt isomorph verhalten und somit dem „Prinzip der strukturellen Identität“ folgen (Seel 1991: 9f; Oestermeier 1998: 201).²⁵⁰ Dies bedeutet nicht, dass mentale Modellbildung auf eine Symbolsprache verzichten würde, auf die Denken zwingend Bezug nehmen muss, sondern dass der kognitionswissenschaftliche Theorieansatz der mentalen Modelle auf die Fragestellung, welches Symbolsystem Menschen für die Verschlüsselung und Verarbeitung von Information und Wissen als „Medien beim Denken“ anwenden, in spezifischer Art und Weise empirisch belegt antwortet (Seel 1991: 14). Diese Interdependenzen zwischen erfahrbarer Welt, darauf aufbauenden Wissen und dessen Repräsentation mit dem damit abgrenzbaren Raum für mentale Modellbildung sei in der folgenden Grafik verdeutlicht (Seel 1991: 17):

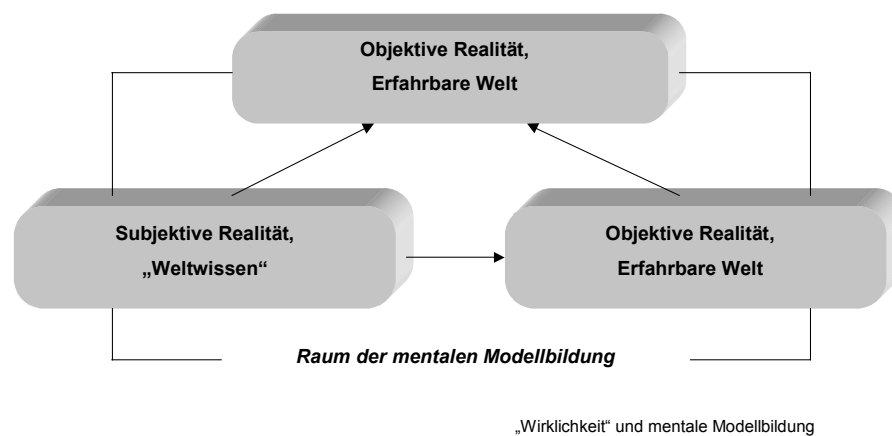


Abb. 14: Die Wirklichkeit und mentale Modellbildung

Mit dieser Gestalt sind mentale Modelle als eine Ausdrucksform subjektiver Weltauffassung anzusprechen, die als „Nachbildungsmodell“ über eine rein symbolbezogene Modellierung hinausgeht und so als „Alltagsmodelle“ Erklärungsansätze zur Alltagswelt von Laien auf der Basis ihrer Erfahrung und ihres Wissens plausibilitätserzeugend bildet, womit sie sich von wissenschaftlicher Modellbildung und daraus hervorgehenden Modellen signifikant abgrenzt (Seel 1991: 5ff; 20; Dutke 1994: 4ff).

²⁵⁰ Vgl. einführend in die unterschiedlichen repräsentationsbezogenen Verständnisse des Begriffs des mentalen Modells Seel 1991: 9f.

Mentale Modelle sind somit ikonische Repräsentationen analoger Natur, indem sie einen bestimmten Gegenstandsbereich der Welt in Form eines Modells repräsentieren, das über die mentale Modellkonstruktion gegenüber der Realität komplexitätsreduzierend wirkt, da es unvollständig und vereinfacht abbildet und somit vage ausgedrückt die Ähnlichkeit einer bildlichen Vorstellung aufweist (Dutke 194: 15ff; Wirth 1997: 132ff; Oestermeier 1998: 202). Dieser Perspektive folgend sind mentale Modelle als analoge Datenstrukturen anzusprechen, die keine Variablen enthalten, sondern in interpretierter Form abgespeichert die betreffenden Gegenstände der Realität durch Isomorphien zweiter oder höherer Ordnung repräsentieren (Dutke 1994: 15f; Metzinger 1994: 46). Dies bedeutet in Bezug zur Repräsentation, dass das repräsentierende mentale Modell „einen Teil der relationalen Struktur des Repräsentandums durch seine eigene relationale Struktur intern noch einmal darstellt“, so dass mentale Modelle keine Wahrheitswerte oder Referenzobjekte aufweisen und nicht-diskursives Wissen durch Ähnlichkeit erstellen (Metzinger 1994: 46).

Aufgrund dieser analogen, semantischen und bildhaften Gestalt mentaler Modelle als „Vorstellungsbilder“ können bestimmte Eigenschaften und Sachverhalte des in ihnen abgebildeten Realitätsausschnittes mental betrachtet „visuell“ abgelesen werden, weshalb sie zur Erklärung und Strukturierung von Realitätsbereichen angewendet werden, die sich aufgrund ihrer strukturellen Komplexität und prinzipiellen Unanschaulichkeit einer unmittelbaren Wahrnehmung entziehen (Seel 1991: 7; Wirth 1997: 133; Oestermeier 1998: 188). Vorstellungsbilder sind demnach auch als kognitive Sichtweisen auf mentale Modelle darstellbar, die wahrnehmbare Eigenschaften der Objekte des Modells enthalten und beim Aufbau mentaler Modelle insoweit von besonderer Bedeutung sind, dass die Veränderung der Perspektive oder des Modellzustandes durch kognitive Simulation darstellbar wird, wobei die Relationsstruktur mentaler Modelle über die Konstruktion verschiedener Vorstellungsbilder exploriert werden kann (Dutke 1994: 53). Hierbei ist von zentraler Relevanz, dass mentale Modelle zunächst als „provisorisch“ zu betrachten sind und im Lichte späterer Erkenntnisse modifiziert und revidiert werden können, wobei mental das Kriterium der Plausibilität dominiert und sich wissenschaftlich betrachtet inkorrekte mentale Modelle häufig aus instruktionspsychologischer und didaktischer Perspektive als überaus robust erweisen (Seel 1991: 7f; Johnson-Laird 1996: 387). Doch trotz dieser visualisierten und komplexitätsreduzierten Abbildung innerhalb eines mentalen Modells, die prinzipiell eine konkrete Veranschaulichung aufweist, sind auch abstrakte Gegenstände über mentale Modelle modellierbar, da diese auch die „visuelle“ Gestalt von Mengen-, Funktions-, Ablauf- und Kausaldiagrammen aufweisen sowie explizit Disjunktionen und Negationen repräsentieren können, auf der Folgen unterschiedlicher Ereignisse oder Manipulationen zu simulieren sind (Seel 1991: 7; Wirth 1997: 133; Oestermeier 1998: 202f).

Mentale Modelle sind demnach nicht statisch, sondern prozessartig charakterisiert, da ihre Generierung als qualitative Simulation der Außenwelt anzusprechen ist, in deren Verlauf sich innerhalb eines dynamischen Prozesses der Auseinandersetzung mit dem zu modellierenden Realitätsausschnittes mentale Modelle graduell herausbilden (Dutke 1994: 37ff). Dieser Entwicklungslogik mentaler Modelle folgend wird in der Literatur auch zwischen verschiedenen Zustandsformen mentaler Modelle unterschieden, wobei wahrnehmungsnahe Perzeptionsmodelle als Grundlage höherer kognitiver Prozesse wie Inferenz-, Induktions- und Analogieschlüsse dienen und in Synthese mit abstrakten, schematischen Wissensbeständen zu mentalen Modellen führen, die Vorgänge von höherer Komplexität zu simulieren vermögen und „Conceptual Model“, „Kausalmodell“ oder „kognitives Modell“ genannt werden (Dutke 1994: 38).

Problembereiche dieser bildlichen Darstellungen von Information in mentalen Modellen entstehen aufgrund des hierin immanenten Versuchs, exemplarisch eine Situation eines allgemeinen oder singulären Erfahrungssatzes zu modellieren und diesen damit im mentalen Modell zu überspezifizieren (Oestermeier 1998: 202). Da ausgehend von einem allgemeinen oder singulären Satz prinzipiell unendlich viele Modelle modelliert werden können, aber nur ein mentales Modelle prototypisch diesen mental repräsentiert, ist ein bedeutender Bereich der im mentalen Modell repräsentierten Information in jenen mentalen Prozeduren zu suchen, die dieses erzeugen, überprüfen und anwenden (Oestermeier 1998: 202f).

6.3.3.2 Mentale Modelle in der Informationsverarbeitung

Die Differenzierung zwischen Repräsentation und Verarbeitung von Wissen und Information im kognitionswissenschaftlichen Theorieansatz der mentalen Modelle ist überaus künstlich, da mentale Modellbildung gemäß dieses Ansatzes neben der Repräsentation von Wissen und Information auch eine „Bedeutungsbelegung“ und eine „Wirkungseinschätzung“ beinhaltet und damit über die reine Repräsentation hinausgeht (Seel 1991: 20). Ein mentales Modell ist demnach als eine pragmatisch bedeutsame, kognitive Konstruktion anzusprechen, mit der das modellgenerierende kognitive System seine Weltsicht und sein Weltverständnis zum Ausdruck bringt und manifestiert (Seel 1991: 20). Der Inhalt und die Gestalt eines mentalen Modells als vermittelnde Interpretation und Hypothese zwischen Wissen und Wirklichkeit ist als streng subjektives kognitives Phänomen nur dem modell-schaffenden kognitiven System zugänglich und wird von diesem solange beibehalten, wie es Plausibilität in Bezug zur Welt zu spenden vermag (Seel 1991: 20; Dutke 1994: 12).

Mentale Modelle setzen in ihrer Anwendung in der kognitiven Informationsverarbeitung somit Inferenzbildung induktiver und analoger Natur voraus, indem sie bestimmten Entitäten der Realität Eigenschaften aufgrund ihrer Ähnlichkeit mit anderen Entitäten zuschreiben, die bereits aufgrund von Erfahrung Gegenstand des modellgenerierenden kognitiven Systems geworden sind (Seel 1991: 20).

Dieser anwendungsbezogenen Betrachtung mentaler Modelle folgend sind diese als aus folgenden zwei Komponenten synthetisiert zu betrachten in Form der deklarativen Wissenskomponente, die in verschiedene Bereiche unterteilt werden kann und welche die Wissensgrundlagen in Form geordneter Mengen synthetischer Sätze enthält, und der operativen Komponente, welche insbesondere auf die Fähigkeit des kognitiven Systems aufbaut, indem es über zusammenhängende Überlegungen und Schlussfolgerungen in induktiver und analogisierender Form Wissen herzuleitet, welches über das bestehende, verfügbare und bereichsspezifische Wissen hinausgeht (Seel 1991: 20).

Aus der ihnen eigenen Integration dieser beiden Komponenten erzeugen mentale Modelle metaphysische Plausibilität, indem sie zwischen dem modellschaffenden kognitivem System, unter form- und inhaltsbezogener Berücksichtigung dessen Ziele und Absichten, und der Realität vermitteln (Seel 1991: 27). Hierbei ist die Abbildung der Realität auf die subjektiv bedeutsamen Aspekte reduziert, was eine transparente und integrierbare Modellierung dieser ermöglicht und so ein „Zurechtfinden“ des modellbildenden Subjektes in der komplexen Welt erleichtert (Seel 1991: 27). Mentale Modelle sind somit als „Kognitive Artefakte“ anzusprechen, deren Konstruktion in die Bereiche des Denkens, Wahrnehmens und Vorstellens zu lokalisieren ist (Seel 1991: 28). An dem kognitive Phänomen der mentalen Modellbildung sind dabei kognitive Prozesse beteiligt, welche die Aufnahme, Weiterverarbeitung, Speicherung und Anwendung von Information betreffen und mit dem Erwerb von Wissen und deren Nutzung in spezifischen Situationen verbunden ist (Seel 1991: 28).

Der Vorgang der wissensbasierten Informationsverarbeitung als Nutzung und Aktualisierung von Wissen ist hierbei an zwei fundamentale kognitive Mechanismen gebunden in Form eines Suchmechanismus, welcher die wissenseitigen Strukturen und Inhalte entsprechend der reizseitigen Information erschließt, und einem Entscheidungsmechanismus, der auf die Bestimmung der optimal „passenden“ Gedächtnisspur ausgerichtet ist (Seel 1991: 37f). Von zentraler Bedeutung zu dieser „Aktivierung“ mentaler Modelle sind Adressen, welche gedächtnisbezogen auf Bereiche hinweisen, in denen zur vorliegenden Reizinformation „passende“ gedächtnisseitige Information vorfindbar ist (Seel 1991: 38). Eine solche Adresse aktiviert und erschließt relevante Gedächtnisinhalte über den Abgleich von Reizmerkmalen zu Attributen einer Gedächtnisspur, was voraussetzt, dass das Wissensgedächtnis adaptive Verarbeitungsmodi beinhaltet, die es ermöglichen, unstrukturierte wie strukturierte und bedeutungshaltige wie bedeutungslose Reizmerkmale mit relevanten, gedächtnisseitig verfügbaren, Wissensbeständen und deren Attributen in Beziehung zu setzen (Seel 1991: 38f).

Dies deutet bereits auf die zentrale Bedeutung von Analogien und Analogiebildungen in der Verwendung und Anwendung mentaler Modelle hin, in welcher der Wissens- und Erkenntnisgewinn auf eine metaphorartige Strukturübertragung zurückgeht und nicht primär auf eine Ähnlichkeit von Attributen, obgleich eine

solche Ähnlichkeit erst das kognitive Erkennen und Erstellen einer Analogiebeziehung ermöglicht (Dutke 1994: 16ff).

6.3.3.3 Grenzen und Kritik zum Theorieansatz mentaler Modelle

Obwohl es sich im Hinblick auf die diesbezügliche kognitionswissenschaftliche Theoriebildung bei dem Begriff der mentalen Modelle noch mehr um einen unpräzisen Arbeitsbegriff mit einem im Entstehen begriffenen Theorieansatz handelt, entzündet sich die Thematisierung der Grenzen und der Kritik zu den bisher bestehenden Ansätzen um den Begriff mentaler Modelle bereits an dem behaupteten Charakteristikum ihrer „strukturellen Identität“ (Seel 1991: 9; Metzinger 1994: 46; Oestermeier 1998: 202). Denn trotz der umfassenderen Konzeption mentaler Modelle mit den Versuchen einer begrifflichen Präzisierung, im Vergleich zum Begriff der bildlichen Vorstellung, weisen mentale Modelle dieselben grundlegenden Beschränkungen und Defizite auf, welche von der bildlichen Darstellung abstrakter Sachverhalte bekannt sind (Oestermeier 1998: 202). Diese strukturellen Defizite und Beschränkungen bildlicher Darstellungen erwachsen aufgrund des hierin immanenten Versuchs, exemplarisch eine Situation eines allgemeinen oder singulären Erfahrungssatzes zu modellieren und diesen damit im mentalen Modell zu überspezifizieren (Oestermeier 1998: 202). Da ausgehend von einem allgemeinen oder singulären Satz prinzipiell unendlich viele Modelle modelliert werden können und nur ein mentales Modell prototypisch diesen mental repräsentiert, entsteht die Fragestellung der Interpretationsbedürftigkeit und –fähigkeit mentaler Modelle, wobei Johnson-Laird eine diesbezügliche Semantik, die auf syntaktische Schlussschemata aufbaut, mit dem Argument als verfehlt betrachtet, dass solcherart Bedeutungspostulate lediglich Beziehungen zwischen Symbolen herstellen und keine zwischen Symbolen und der Welt (Johnson-Laird 1996: 387ff; Oestermeier 1998: 203). Er übersieht dabei jedoch, so die diesbezügliche Kritik, dass „mentale Modelle als Zeichen im Kopf genauso interpretationsbedürftig sind wie die sekundären Bedeutungsträger“ (Oestermeier 1998: 204).

6.3.4 Die Theorie der Kognitiven Schemata

Der kognitionswissenschaftliche Theorieansatz der Kognitiven Schemata als weiterer hier zu erwähnender Ansatz wird getragen von der Annahme, dass der Inhalt einer Aufgabenstellung beeinflusst wird von deren Formulierung, die ein spezifisches kognitives Schema mental aktiviert, das auf pragmatischen Prinzipien beruht und sich an persönlichen Zielen orientiert ist (Gadenne 1993: 176; Oestermeier 1998: 204ff). Gemäß dieses, auf Barletts Schemakonzept aus den 1930er Jahren zurückgehenden, kognitionswissenschaftlichen Theorieansatz liegt Wissen in Form von organisierten und strukturierten Informationseinheiten in Form kognitiver Schemata mental vor (Reason 1994: 57f; Wirth 1997: 124). Ein kognitives Schemata ist somit als ein „abgrenzbares konzeptionelles Teilsystem“ im mentalen Netzwerk des Geistes vorstellbar, „in dem aufgrund von Erfahrungen typische Zusammenhänge eines Realitätsbereiches repräsentiert sind“ (Wirth 1997: 124).

Kognitive Schemata bilden somit als Wissensstrukturen höherer und abstrahierender Ebene dauerhafte und umfangreiche kognitive Einheiten, deren interne Struktur durch eine ausgeprägtere Vernetzung gekennzeichnet ist als die externe (Reason 1994: 57f; Wirth 1997: 124f). Dieser Perspektive folgend entspricht das Bild kognitiver Schemata einem verwobenen und verschachtelten Netzwerk konzeptioneller Erfahrungen, in dem kognitive Schemata über die Stärke der Vernetztheit abgrenzbar und identifizierbar werden und hierarchisch betrachtet Sub-schemata enthalten (Wirth 1997: 124f).

Als Grundannahme gehen kognitionswissenschaftliche Theorien, welche auf den Ansatz der Kognitive Schemata Bezug nehmen, davon aus, dass diese sowohl Informationen über idealtypische Prototypen als auch über selten auftretende Elemente und Eigenschaften enthalten, da gemäß dieses Theorieansatzes kognitive Schemata variabel besetzbare Leerstellen, sogenannte Slots, enthalten, die in Abhängigkeit von der in der Schemaanwendung vorliegenden Informationslage alternativ mit gegebenen Werten besetzt (instanziiert) oder mit vorhandenen Voreinstellungen, sogenannten Defaults, als Prototyp aktiviert werden können (Reason 1994: 57f; Anderson 1996: 150; Wirth 1997: 125). In die Slots eines kognitiven Schemas werden somit die Ausprägungen konkreter Exemplare einer Kategorie in Form verschiedener Attribute eingesetzt, was im folgenden skizzenhaft am Beispiel einer Schemarepräsentation der Kategorie „Haus“ dargestellt werden soll (Anderson 1996: 150):

Schemarepräsentation „Haus“:	
Slots:	Default- Werte:
(Attribute Schema „Haus“)	(Typische Ausprägungen)
Oberbegriff:	Gebäude
Teile:	Zimmer
Material:	Holz/Stein
Funktion:	Wohnraum für Menschen
Form:	Rechteckig /dreieckig
Größe:	$10 \leq 10000m^2$

Tab. 17: Schemarepräsentation „Haus“

Jede Kombination eines Slot der Schemarepräsentation mit seinem auch als Default-Wert benannten typischen Ausprägungen spezifiziert ein typisches Merkmal der Kategorie „Haus“, ermöglicht jedoch zugleich das Erkennen untypischer Exemplare dieser Kategorie (Anderson 1996: 150f). Damit bezieht sich das kognitive Schemata „Haus“ nicht auf ein konkret bestehendes, sondern auf Häuser als solche allgemeiner und abstrakter und erlaubt so die Encodierung kategorialer Regelmäßigkeiten der Kategorie „Haus“ unabhängig davon, ob diese Regelmäßigkeiten propositional oder perzeptuell gegeben sind (Anderson 1995: 151). Diese

so angelegte Unterscheidung erlaubt darüber hinaus die Bestimmung verschiedener Grade der Klassenzugehörigkeit eines konkreten Objektes zu einer Schemarepräsentation, welche auch experimentell nachvollzogen werden konnten (Anderson 1996: 153). Somit enthalten kognitive Schemata charakteristisch kein definitorisches Wissen als Konzeptwissen allgemeiner Erfahrungen, wobei die diesbezügliche Theoriebildung neben Objektwissen zunehmend auch prozedurales Wissen schematheoretisch modelliert (Wirth 1997: 125). Die Dimension einer Hierarchie kognitiver Schemata entsteht über einen Slot, der einen Oberbegriff angibt und so eine Generalisierungshierarchie begründet, sowie über Teil-/Ganzheitshierarchien, die Elemente einer Kategorie ebenfalls Kategoriestatus eines Subschemata zuweist (Anderson 1996: 151).

Kognitive Schemata sind demnach als „hochaggregierte, generische kognitive Strukturen angesehen, die allen Aspekten des menschlichen Wissens und Könnens zugrunde liegen. (...) Ihre schlussfolgernden und interpretativen Funktionen gehen über die vorliegenden Informationen hinaus und erlauben somit, fehlende Daten in der von außen kommenden sensorischen oder in der aus dem Gedächtnis abgerufenen Information zu kompensieren“ (Reason 1994: 59).

Der Theorie der kognitiven Schemata kommt ein gewisser Sonderstatus innerhalb dieser Chronologie kognitionswissenschaftlicher Theorieansätze zu, da die so aktivierten kognitiven Schema als kognitive Prozederen gemäß dieses Ansatzes eine bedeutende Problem- und Kontextgebundenheit aufweisen und an konkrete Inhalte sowie spezielle Handlungssituationen gebunden sind, welche allenfalls durch Analogieschlüsse eine Übertragbarkeit erlangen (Gadenne 1993: 177; Bühler 1986: 115).²⁵¹ Bedeutung erlangt die kognitionswissenschaftliche Theorie kognitiver Schemata in Kontext der kognitiven Bearbeitung logischer und statistischer Aufgabenstellungen insbesondere im Bereich deduktiven Schlussfolgerns, wobei zahlreiche experimentelle Befunde auf eine ausgeprägte schemabasierte Kontextabhängigkeit dieser kognitiven Leistung schließen lassen (Anderson 1996: 213; Bühler 1996: 116).

²⁵¹ Der Versuch einer kognitionswissenschaftlichen Zuordnung der Funktion kognitiver Schema auf die Informationsaufnahme und die einer Heuristik oder auch eines mentalen Modells auf die Informationsverarbeitung soll hier nicht weiter verfolgt werden, da mit einer solchen Differenzierung Bestrebungen in der schematheoretischen Theorieentwicklung tangiert würden (Bea 1995: 14; Anderson 1996: 150ff; Wirth 1997: 124ff).

7 Exkurs: Deduktives Denken in der menschlichen Informationsverarbeitung

In der klassischen Logik ist die Dekuktion bzw. der deduktive Schluss beschrieben als das „Herabsteigen vom Allgemeinen zum Besonderen“ und ist damit im Gegensatz zur Induktion als unproblematisch anzusprechen, da sich in diesem wahrheitskonservierenden und nicht gehaltserweiternden Schluss die angenommene Wahrheit der Prämissen auf die Konklusion überträgt, womit diese Vorgehensweise als absolut sicher und damit unproblematisch betrachtet werden kann (Esser; Klenovits, Zehnpfennig 1977; Bd. 1: 129; Seiffert 1989: 22ff; Andersson 1989: 150ff).

Entsprechend der hieran angelehnten kognitionswissenschaftlichen Trennung menschlicher Denkprozesse in deduktive und induktive sollen hier zunächst kurz in Form eines Exkurses die kognitionswissenschaftlichen Forschungsbefunde zum deduktiven Bereich eine Würdigung erfahren unter der Zielsetzung, zunächst jenseits der wissenschaftlichen Diskussion und Debatte um die induktivstatistischen Modelle und Verfahren und deren Anwendung, die kognitionswissenschaftliche Systematik und Forschungstradition der experimentellen und theoretischen Betrachtung formaler Denkprozesse zwischen Normativität und Deskription kennen zu lernen (Anderson 1996: 304).²⁵²

Diese aus der Philosophie stammende Zweiteilung zwischen induktiven und deduktiven Schlüssen wurde auf die kognitionswissenschaftliche Betrachtung menschlichen Denkens, Problemlösens und Schließens übertragen und weist, bei aller Künstlichkeit dieser Übertragung, differierende Forschungsparadigmen und -traditionen auf, die eine differenziertere Beleuchtung der Anwendung präskriptiver Normen in der wissenschaftlichen Thematisierung kognitiver Prozesse eröffnet (Anderson 1996: 304).

²⁵² Vgl. hierzu Kap. 6.1.1.

Denn unabhängig von den im jeweiligen kognitiven Modell angewendeten präskriptiven Normen, namentlich der vor allem syllogistischen Logik im deduktiven und der Wahrscheinlichkeitstheorie und schließenden Statistik im induktiven Fall, ist eine Trendwende im wissenschaftlichen Umgang mit experimentell ermittelten Abweichungen von diesen Normen zu verzeichnen (Fiedler 1993: 7f).²⁵³ Diese Trendwende bezeichnet die Überwindung der Interpretation diesbezüglicher Abweichungen als kognitive Täuschungen oder Fehler mit dem darin anklingenden Pessimismus bezüglich der menschlichen kognitiven Leistungen in Richtung einer kognitionswissenschaftlichen Bestimmung ihres funktionellen, adaptiven und ökologischen Wertes für die Anpassung des Menschen an seine Umwelt (Fiedler 1993: 8f).

7.1 Der klassische Bereich der Logik

„Die Logik ist unbesiegbar, weil sie nur mit Hilfe der Logik besiegt werden kann.“

Pierre Boutroux²⁵⁴

Die Logik ist die „Theorie der Regeln gültigen Schließens“, welche aus dem Bedürfnis entstand, Aussagen als Konsequenz oder Wiederlegung anderer Aussagen zu begründen (Lichtenberg 1989: 189). Den Gegenstandsbereich der Logik bildet der klassische Bereich deduktiven Schließens als Lehre gültiger Schlüsse unter der Bedingung, dass bezüglich der gegebenen Prämissen Gewissheit und Sicherheit besteht, was Aristoteles als die „Lehre der Folgerichtigkeit“ benannte (Menne 1973: 7; Lichtenberg 1989: 189ff; Gadenne 1993: 163; Anderson 1996: 304f). Als Ziele der Logik sind unter anderem die Entwicklung eines Systems zur formalisierten Darstellung von Wissen und die Begründung von Regeln zur Ableitung von Folgerungen aus diesem Wissen zu nennen (Schmid; Kindsmüller 1996: 45).

Die Logik ist dem entsprechend anzusprechen als die „Lehre der gültigen Schlüsse“, welche Regeln des gültigen Schließens gemäß einer rein syntaktischen und somit formalen Betrachtung generiert und Schlüssen gemäß der klassischen zweiwertigen Logik einen der zwei Wahrheitswerte in Form von „wahr“ oder

²⁵³ Darüber hinaus ist die Unterscheidung zwischen logischen und beispielsweise arithmetischen Paradoxien bzw. Antinomien als nur graduell zu betrachten, da elementare und formale Theorien zu mindestens erkenntnisintentional als deduktive Systeme anzusprechen sind. Unter Bezugnahme auf die so übliche Differenzierung zwischen analytischen und synthetischen Sätzen, wobei jene der Mathematik und Logik zu den analytischen gezählt werden, sind somit die Betrachtung diesbezüglicher Paradoxien durch den Ausdruck „analytische Antinomien“ zu verstehen, die den Begriff der Antinomie, der zunächst der Beschreibung von Paradoxien im Geltungsbereich der Logik vorbehalten war, entsprechend erweitert (Kannetzky 2000: 420ff).

²⁵⁴ Zitiert nach Barrow 1999: 35.

„falsch“ zuweist (Lichtenberg 1989: 189f; Gadenne 1993: 163). Dieser Folgerungszusammenhang wird in der symbolischen Logik mit mathematischen Mitteln betrachtet, wobei, von den semantischen und pragmatischen Dimensionen wie der speziellen Bedeutung von Begriffswörtern, Beziehungs- und Eigennamen abgesehen, lediglich eine logische Form berücksichtigt wird (Menne 1973: 12ff; Lichtenberg 1989: 189f).

Allgemein bilden logische Schlüsse die Ableitung eines Satzes, der Konklusion, aus einen oder mehreren gegebenen Sätzen, den Prämissen, wobei im Falle gültiger Schlüsse die Gültigkeit der Konklusion aus jener der Prämissen resultiert (Andersson 1989: 24f). So ist beispielsweise aus den Prämissen „Wenn es regnet, dann ist es nass“ und „Es regnet“ die Konklusion abzuleiten „Es ist nass“, was schematisch dargestellt folgende Form aufweist (Andersson 1989: 24):

Prämisse 1: Wenn es regnet, dann ist es nass

Prämisse 2: Es regnet

Konklusion: Es ist nass

Ein solcher deduktiver Schluss ist genau dann gültig, wenn die Behauptung der Prämissen und die Verneinung der Konklusion ein Selbstwiderspruch darstellt, wobei die Richtigkeit bzw. Falschheit einer oder mehrerer Prämissen für den logisch zwingenden Charakter unerheblich ist und die Gültigkeit einer Deduktion somit aus den logischen Beziehungen zwischen Prämissen und Konklusion und nicht aus deren Wahrheitswerte in Bezug zur Realität resultiert (Andersson 1989: 24). Damit weisen gültige Deduktionen folgende zwei bedeutenden Eigenschaften auf (Andersson 1989: 24):

1. Wenn die Prämissen wahr sind, dann ist die Konklusion wahr.
2. Wenn die Konklusion falsch ist, dann ist mindestens eine Prämisse falsch.

Anderenfalls wäre die Behauptung der Prämissen bei Verneinung der Konklusion ohne Widerspruch möglich, was den Regeln gültigen deduktiven Schließens widerspricht (Andersson 1989: 24f). In der genannten ersten Eigenschaft begründet sich, dass die Deduktion als wahrheitserhaltende Methode anzusprechen ist, welche die Wahrheit der Prämissen auf die Konklusion überträgt und als „Überführung der Wahrheit“ beschrieben wird (Andersson 1989: 24f; Kannetzky 2000: 145f). Eine Antwort auf die klassische logische Fragestellung „Was folgt korrekt aus was?“ und „Welche Schlussfolgerungen dürfen legitim aus welche Prämissen gezogen werden?“ betont so die Erhaltung der Wahrheit: „Gültig sind diejenigen Argumente, in denen die Wahrheit erhalten bleibt, in denen die Wahrheit der Prämissen die Wahrheit der Schlussfolgerung garantiert“ (Read 1997: 11). Aus der zweiten Eigenschaft gültiger deduktiver Schlüsse resultiert die zweite Antwort oder Anwendung der Logik in der Form, dass von der Falschheit der Konklusion auf die Falschheit mindestens einer Prämisse geschlossen und so über diese „Rückführung der Falschheit“ die Deduktion als Methode der Kritik und Falsifikati-

on angewendet werden kann (Andersson 1989: 25; Kannezky 2000: 145ff). Eine logische Folgerung ist somit nach Kannezky anzusprechen als „die Gewinnung einer Aussage aus einer anderen nach logischen Regeln, wobei die wichtigste Eigenschaft der Folgebeziehung ist, dass sie niemals von wahren zu falschen Aussagen führt“ (Kannezky 2000: 145). Somit ist ein logischer Schluss anzusprechen als die Anerkennung der Wahrheit und Falschheit einer Aussage aufgrund der Wahrheit oder Falschheit einer anderen Aussage (Lichtenberg 1989: 189; Kannezky 2000: 145ff).

Diese Betrachtung der Logik setzt jedoch vor dem Hintergrund der Differenzierung zwischen einem logischen Schluss und einer Aussagenverknüpfung „ein Mindestmaß an Substituierbarkeit von Ausdrücken und damit immer ein gewisses Maß an Extensionalität voraussetzt“, welche jedoch ein Stück weit auch als gegeben vorausgesetzt werden kann, denn „eine Logik ohne die Möglichkeit von Substitutionen hat keinen Witz, da sie keine Anwendungsfälle kennt“ (Kannezky 2000: 147f).²⁵⁵

7.1.1 Logik und Kognitionswissenschaft

*„Man kann nur dann mit Hilfe der Logik zur Wahrheit gelangen,
wenn man sie ohnehin gefunden hat.“*

G. K. Chesterton²⁵⁶

Die Anwendung der Logik als normative Theorie des schlussfolgernden, deduktiven Denkens in der Kognitionswissenschaft soll nunmehr jenseits einer historischen Betrachtungsperspektive näher beleuchtet werden, da bis in das 20. Jahrhundert hinein Denkpsychologie und Logik im Rahmen des Psychologismus oftmals als ein und dasselbe betrachtet wurden und somit die Verbindung von Logik und Psychologie auf eine hochkomplexe Geschichte zurückblicken kann (Anderson 1996: 303).²⁵⁷

Doch obgleich die Relevanz der Psychologie für die Logik im Zuge der Aufgabe der Doktrin des Psychologismus, welche den Gegenstand der Logik in Gesetzmäßigkeiten des Denkens sieht und damit Psychologie und Logik miteinander zu identifizieren suchte, gegenstandslos geworden ist, ist die wissenschaftliche Thematisierung der Relevanz der Logik für die Psychologie ein in normativer Per-

²⁵⁵ Siehe ausführlicher zur Logik einschließlich logischer Paradoxien und Antinomien Kannezky 2000: 147ff.

²⁵⁶ Zitiert nach Barrow 1999: 165.

²⁵⁷ Zur historischen Dimension der Verbindung zwischen Logik und Psychologie unter dem Begriff der Psychologismusdebatte vgl. Kap. 3.1.2.

spektive davon unbeeinträchtigt Gegenstand kognitionswissenschaftlicher Forschungsbemühungen (Anderson 1996: 303f; Bühler 1996: 99).²⁵⁸

Diese kognitionswissenschaftlichen Bestrebungen beschäftigen sich mit der Frage, inwieweit die formale Logik eine empirische, deskriptive Theorie der Kognitionswissenschaft sein kann und die Logik im Lichte von Empirie als psychisch real anzusprechen ist (Braitenberg 1996; Bühler 1996: 99f). Diese Bedeutungszuweisung der formalen, zweiwertigen Logik als deskriptives Modell kognitiver Prozesse wurde insbesondere im Kontext des Informationsverarbeitungsparadigmas oder der „Computertheorie des Geistes“ betont, wobei der deskriptive Charakter der Logik mit diskreten neuronalen Gehirnzuständen assoziiert wurde und somit auch theoretische Annahmen und experimentelle Befunde zum logischen Denken als Kritik an diesem Paradigma angeführt wurden (Simon 1994: 117; Braitenberg 1996: 119ff; Johnson-Laird 1996: 247ff; Oestermeier 1998).

Die Illuminierung logischen Denkens ist neben diesen paradigmatischen Bezügen verbunden mit der normativen Dimension der Betrachtung und Bemessung der Rationalität menschlichen deduktiven Denkens im Rahmen des Vergleichs menschlicher Denkprozesse mit den Vorgaben der formalen Logik (Wessels 1994: 344f; Anderson 1996: 303f; Bühler 1996: 100). Diese normative Betrachtung wird getragen von der Definition der Logik als eines Zweiges der Philosophie, der sich mit der Begründung von Prinzipien gültiger deduktiver Schlussfolgerungen beschäftigt und damit präskriptiv beschreibt, welchen Prinzipien deduktives Denken des Menschen folgen sollte (Wessels 1994: 345; Anderson 1996: 303f).

Hierzu ist jedoch einschränkend kritisch anzumerken, dass unter Bezugnahme des bereits erwähnten Aspektes der Möglichkeit des Generierens von Anwendungsfälle als Substitutionen der Logik es naiv ist anzunehmen, es wäre möglich, „umgangssprachliche Begriffe (bzw. Titelwörter) einfach mit Prädikatsbuchstaben zu versehen und als logische Prädikate zu behandeln. Dieser unkritische Umgang muss zur Kollision unserer intuitiven Vorstellungen und der Logik führen“ (Kannetzky 2000: 157). Es ist somit zu erkennen, dass die Logik „in unserer alltäglichen Rede und unserer argumentativen Praxis nicht „rein“ (vor) kommt oder gar (...) deren Kern“ bildet, sondern vielmehr als ein „mit bestimmten Abstraktionen verbundenes Konstrukt“ darstellt, welches „zur Ordnung und Normierung be-

²⁵⁸ Die Aufgabe des Psychologismus in der Dimension der Ergründung der Relevanz der Psychologie für die Logik ist dabei insbesondere durch Edmund Husserl (1859-1938) als Begründer der Phänomenologie und Gottlob Frege (1848-1925), der mit seiner Beweisschrift die Logistik begründete, angestoßen worden, wobei letzterer in seiner Klage über die Psychologisierung der Logik mit den Worten zitiert wird: „Und so kamen dann unsere dickleibigen Logikbücher zustande, aufgedunsen von ungesundem psychologischem Fette, das alle feineren Formen verhüllt“. (Gottlob Frege: Grundgesetze der Arithmetik, Jena 1893, S. XXV. Zitiert nach Menne 1973: 23).

stimmter Redebereiche zu bestimmten Zwecken erfunden wurde, etwa die Prüfung von Argumenten und Theorien auf Konsistenz oder „interne Wahrheit“, und (...) deshalb ohne weitere Vorkehrungen auch nur im Rahmen dieser Bereiche Gültigkeit“ beanspruchen kann (Kannetzky 2000: 157f). Das Charakteristikum der Allgemeingültigkeit der Logik entsteht somit aus der ihr zugrundeliegenden, inhaltsabstrahierenden, formalen Normierung der Argumentation als ein Kriterium von Folgerungen, welches keine kognitiv bedeutenden inhaltlichen und sinngebenden Dimensionen von Folgerungen enthält (Kannetzky 2000: 158).²⁵⁹

7.1.1.1 Die Logik in der Kognitionswissenschaft: Syllogismen

Der in der normativen Kognitionswissenschaft nahezu ausschließlich angewendete Bereich der Logik ist begrenzt auf jenen der Syllogistik, welcher als Kernbereich der klassischen Logik anzusprechen ist und ideengeschichtlich insbesondere auf Aristoteles zurückgeht (Menne 1973: 92; Gadenne 1993: 165; Wessels 1994: 344; Schmid; Kindsmüller 1996: 45ff). Ein Syllogismus bzw. ein syllogistischer Schluss stellt dabei eine Gruppe logischer Folgerungen dar, in deren allgemeiner Form die Konklusion oder der Schlusssatz aus zwei Vordersätzen, den sogenannten Prämissen, abgeleitet wird und dieser Schluss somit einen neuen Satz generiert (Wertheimer 1971: 226; Menne 1973: 92; Gadenne 1993: 165f). Die Prämissen werden differenziert in den sogenannten Obersatz, welcher das Prädikat des Schlusssatzes enthält und an erster Stelle gesetzt wird, und den sogenannten Untersatz, der das Subjekt des Schlusssatzes beinhaltet (Menne 1973: 92f). Beide Prämissen enthalten eine Aussage über zwei Klassen, wobei eine Klasse in beiden Prämissen auftaucht und in der Konklusion eben diese gemeinsame Klasse, der sogenannte Mittelbegriff, eliminiert wurde (Menne 1973: 92f). Aufgrund dieser allgemeinen Form ist ein Syllogismus als eine Implikation anzusprechen, die aufgrund seiner formalen Gestalt gültig ist, wobei auf die Wahrheit der Konklusion nur in dem Fall sicher geschlossen werden, wenn beide Prämissen wahr sind, was im folgenden Beispiel des Modus Barbara illustriert sei (Menne 1973: 92f):

Prämisse 1: (*Obersatz*): Tiere besitzen sinnliche Wahrnehmung.

Prämisse 2: (*Untersatz*): Regenwürmer sind Tiere.

Konklusion: (*Schlusssatz*): Regenwürmer besitzen sinnliche Wahrnehmung.

Dieses Semantik als konkrete Bedeutungsbezüge enthaltene und damit logische Folgerung zu nennende Beispiel einer logischen Schlussregel des Modus Barbara

²⁵⁹ Somit wird (oder wirkt) die klassische Logik paradox, „wenn man sie als eine Theorie der Folgebeziehung interpretiert, die nicht nur den formalen, sondern auch den inhaltlichen Zusammenhang von Prämissen und Konklusionen angemessen erfasst“ (Kannetzky 2000: 158).

geht in formallogischer Betrachtung auf die Syntax der Aussagenlogik zurück, die in ihrer erschöpfenden Gesamtheit auf Aussagensymbole (A, B, C, usw.) und Wahrheitswerte (w/f) beruht und in der folgenden Tabelle zur Anschauung gebracht ist (Lichtenberg 1989: 191; Schmid; Kindsmüller 1996: 47):

Syntax:	Bedeutung:	Transformation:
$\neg A$	Negation	„Nicht A“
$A \wedge B$	Konjunktion	„A und B“
$A \vee B$	Disjunktion	„A oder B“
$A \rightarrow B$	Subjunktion (Implikation)	„Wenn A, dann B“
$A \leftrightarrow B$	Bisubjunktion (Äquivalenz)	„A genau dann wenn B“

Tab. 18: Syntax der Aussagenlogik

Der Modus Barbara als Anwendung der Transitivität der Implikation ist dieser Syntax folgend darzustellen als $\{X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow Z$ (Schmid; Kindsmüller 1996: 52).

In Abhängigkeit zur Position des Mittelbegriffs in den Prämissen sind vier Figuren des Syllogismus zu unterscheiden, unter die 64 verschiedene Schlussweisen oder Modi zu subsumieren sind, wovon 19 als gültig identifiziert wurden (Menne 1973: 92, Gadenne 1993: 165f). So setzte bereits Aristoteles vier Schlussweisen oder Modi der oben beispielhaft dargestellten ersten Figur als unmittelbar einsichtig voraus und versuchte, hierauf aufbauend mittels Umkehrungs- und Subalternationsgesetze Schlussweisen aus anderen Figuren herzuleiten und zu begründen (Menne 1973: 92).

Zu diesen Formen von Syllogismen seien nunmehr zwei exemplarische Beispiele gültiger Schlüsse gegeben, welche in der kognitionswissenschaftlichen Forschung zum logischen Denken herausragende Bedeutung erlangt haben (Gadenne 1993: 163ff). Hierbei zu nennen ist zunächst der Modus Ponens als Ableitung der Konsequenz einer bedingten Aussage, wenn das Antezedens gegeben ist und der über den Quantor „für alle x gilt“ die Form wissenschaftlicher Erklärung beschreibt (Gadenne 1993: 164f; Anderson 1996: 304f):

Prämisse 1: (Obersatz): Wenn A, dann B

Prämisse 2: (Untersatz): A

Konklusion: (Schlusssatz): B

Der Modus Ponens bezeichne somit den logische Schluss von der Gegebenheit einer Implikation bei wahren Prämissen aus die Wahrheit der Konklusion (Schmid; Kindsmüller 1996: 52). Des weiteren findet der Modus Tollens in der kognitionswissenschaftlichen Diskussion eine breite Berücksichtigung und Anwendung, wo-

bei dieser ausgehend von der Proposition „A impliziert B“ und der Tatsache „Nicht B“ die Konklusion „Nicht A“ generiert (Gadenne 1993: 163; Anderson 1996: 305):

Prämisse 1: (*Obersatz*): Wenn A, dann B

Prämisse 2: (*Untersatz*): Nicht A

Konklusion: (*Schlussatz*): Nicht B

Der Modus Tollens schließt also bei gegebener Implikation von der Falschheit der Konklusion auf die Falschheit des Untersatzes (Schmid; Kindsmüller 1996: 52f). Somit schließt der Modus ponens die Konsequenz aus dem Antezedens und der Modus tollens die Negation des Antezedens aus der Negation der Konsequenz, was in der folgenden Tabelle in syntaktischer Form zur Anschauung gebracht ist (Anderson 1996: 305; Schmid; Kindsmüller 1996: 52f):

Syllogismus	Syntax
Modus Ponens	$\{X \rightarrow Y, X\} \vdash Y$
Modus Tollens	$\{X \rightarrow Y, \neg Y\} \vdash \neg X$

Tab. 19: Syntax der Syllogismen Modus Ponens und Modus Tollens

Exemplarisch seien diesen Syllogismen zwei ungültige Schlüsse angefügt in Form der Bejahung der Konsequenz, als Schluss von B nach A, und der Verneinung der Antezedens, welche unberücksichtigt lässt, dass A hinreichend, aber nicht notwendig für B und somit lediglich manchmal wahr ist (Gadenne 1993: 164; Anderson 1996: 304f; Schmid; Kindsmüller 1996: 53):

Bejahung der Konsequenz:

Prämisse 1: Wenn A, dann B

Prämisse 2: B

Konklusion: A

Verneinung der Antezedens:

Prämisse 1: Wenn A, dann B

Prämisse 2: Nicht A

Konklusion: Nicht B

Die Benennung dieser ungültigen Schlüsse orientiert sich dabei an der Definition des Wenn- Teiles einer bedingten Aussage als Antezedens und des Dann- Teiles als Konsequenz, was sich bereits augenfällig aus der Wortbedeutung erschließt (Anderson 1996: 304).

Gemäß dieser formal beschriebenen ungültigen Schlüsse stellt folgendes alltägliche schlussfolgernde Denken eine Bejahung der Konsequenz dar, welche auf dem ersten Blick dem Modus Ponens sehr ähnelt (Gadenne 1993: 164; Schmid; Kindsmüller 1996: 53):

Prämisse 1: Wenn A, dann B;

„Wenn Peter 1,80 DM in den Automaten wirft, dann gibt dieser eine Fahrkarte aus.“

Prämisse 2: B;

„Der Automat gibt eine Fahrkarte aus“

Konklusion: A;

„Peter hat 1,80 DM in den Automaten geworfen“

Bereits dieser Einblick illustriert den Tatbestand, dass die Syllogistik die Grenze intuitiven Schließens zu tangieren vermag, da nicht alle hierunter zu fassenden logischen Schlüsse die gleiche intuitive Einsichtigkeit aufweisen wie der anfangs dargestellte und auf die Transitivität des Faktors „alle sind“ beruhende, sogenannte „Modus Barbara“, der in der traditionellen Logik an hervorragender Stelle steht und vielen Logikern als die Krone aller Schlüsse gilt (Wertheimer 1971: 225; Menne 1973: 93).

7.1.1.2 Die Logik und ihre selektive Anwendung in der Kognitionswissenschaft

Wie zuvor erläutert sind Syllogismen als Idealisierung korrekter Schlüsse anzusprechen, welche als Zentrum aristotelischer Logik Regeln begründen, mit denen ausgehend von als Wahr angenommenen Prämissen korrekte Konklusionen generiert werden können (Schmid; Kindsmüller 1996: 45; Kannezky 2000: 145ff).

Zunächst beinhaltet die Entwicklung der Logik seit ihrer Abkehr vom Psychologismus mit der damit einhergehenden Mathematisierung und Mechanisierung der Logik wiederholt Probleme in der semantischen Fundierung eines formalen logischen Systems, welche als Bedeutungszuweisung unabdingbar ist für die Prüfung der Korrektheit logischer Schlüsse (Schmid; Kindsmüller 1996: 45f). Die Konsequenz aus dieser Entwicklung ist die Erkenntnis, dass Wahrheit ein metalogisches Problem darstellt und erkenntnisphilosophische und wissenschaftstheoretische Fragestellungen aufwirft (Andersson 1989: 369ff; Lichtenberg 1989: 189ff; Schmid; Kindsmüller 1996: 46; Kannezky 2000). Die Ignoranz dieses Tatbestandes mit der damit einhergehenden Einsicht, dass die Existenz eines logischen Prinzips, dass soweit es wahr ist notwendig wahr ist, keine Garantie gegen Irrtum beinhaltet, bildet die Grundlage für eine übertriebene Ehrerbietung, unkritische Hinnahme und dogmatische Betrachtungsweise der Logik (Read 1997: 12f; Kannezky 2000). Es ist somit als primäre Aufgabe zu erkennen, dass logische Folgerungen „ebenso fehlerhaft sein (können) wie die kontingentesten und riskanten empirischen Behauptungen. Logiker haben keine privilegierte Einsicht in die we-

sentlichen Eigenschaften ihres Handwerks, die den bescheideneren Naturwissenschaftlern oder Historikern oder Psychologen verwehrt wäre“ (Read 1997: 12f).

Darüber hinaus erscheint die paradigmatisch bedingte Beschränkung auf den Bereich der Syllogistik, welche bedeutende Bereiche und Entwicklungen der Logik nicht berücksichtigt, als unbegründet, da sich der Gegenstandsbereich der Logik nicht im Bereich der Syllogistik erschöpft, sondern diese näherungsweise als der, auch historisch bedingter, Kernbereich der klassischen Logik bezeichnet werden kann, welche auf die Syllogistik aufbauend in die Bereiche der Aussagenlogik, der Prädikatenlogik und der Modallogik untergliedert wird (Menne 1973: 93; Lichtenberg 1989: 191ff).²⁶⁰

Somit ist eine Gleichsetzung deduktiver Logik mit der Syllogistik bereits unter isolierter Berücksichtigung der klassischen Logik zu verwerfen und darüber hinaus anzumerken, dass eine solche Betrachtungsweise zudem die Entwicklungen jenseits der klassischen Logik innerhalb der intuitionistischen, der dialogischen und der mehrwertigen Logiken systematisch leugnet (Lichtenberg 1989: 197ff; Gadenne 1993: 166). Neben diesen Entwicklungen der formalen Logik wurde in Anbetracht von im Spiegel intuitiver Vorstellungen der Funktionsweise einer Folgebeziehung benennbaren Paradoxien die Strategie verfolgt, vernünftiges Denken als zweidimensional zu betrachten (Kannetzky 2000: 160). Die zwei Dimensionen vernünftigen Denkens ist dabei die klassische Logik als ergänzungsbedürftige Voraussetzung, der für spezielle Kontexte einschränkende Relevanzkriterien zur Seite gestellt werden (Kannetzky 2000: 160).

Zum Zwecke der Betrachtung dieser Logikentwicklung aus der Perspektive der hierin enthaltenen Kritik der „Denkgesetze“ der klassischen Logik sind diese zunächst darzustellen (Barrow 1999: 35ff):

1. Das Gesetz der Gleichheit: Ist A gegeben, so ist A gleich A.
2. Das Gesetz der Widerspruchsfreiheit: Unmöglichkeit, dass A und Nicht A gleichzeitig wahr sind.
3. Das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten: Aussagen sind wahr oder falsch.

²⁶⁰ So ist die Syllogistik durch die Prädikatenlogik zu rekonstruieren, mit Hilfe der Aussagenlogik zu formalisieren und auf Korrektheit zu überprüfen und geht damit in diese Bereiche der Logik auf, wobei Prädikatenlogik wie Aussagenlogik aufgrund der Unbegrenztheit der zugrundeliegenden Prämissen sehr viel reichhaltiger ist als die Syllogistik (Gadenne 1993: 166f; Schmid; Kindsmüller 1996: 51f).

Diese drei auf Aristoteles zurückgehenden Prinzipien der klassischen Logik wurden auf verschiedenen Formen erweitert und kritisiert.

In Bezug auf das Gesetz der Gleichheit, welches als Grundlage der gültigen wissenschaftlichen und mathematischen, sogenannten extensionalen Logik vorgibt, dass Objekte und Mengen über ihre Extensionen als ihre Elemente festgelegt werden, besteht diese Erweiterung und Kritik aus der Begründung einer hierzu konträren intentionalen Logik (Paulos 2000: 97ff). Die Annahme der klassischen Aussagen- und Prädikatenlogik ist dem entsprechend, dass „ein Sachverhalt entweder besteht oder nicht“ und dass „einer Aussage, die diesen zum Ausdruck bringt, mindestens einer der Wahrheitswerte Wahr oder Falsch zukommt (Wahrheitswertsdefinitheit), und zwar unabhängig davon, ob man das Bestehen oder Nicht-Bestehen eines Sachverhaltes erkennen kann“ (Lichtenberg 1989: 197). Entgegen dieser Auffassung der Extensionalität der Logik wurde durch Brouwer die Position vertreten, dass in mathematischen Aussagen nicht subjektunabhängige Sachverhalte zum Ausdruck gebracht werden, sondern diese subjektabhängigen mentalen Konstruktionen Gegenstand dieser Aussagen sind und mit ihnen mitgeteilt werden (Lichtenberg 1989: 197). Dieser, die Konstruiertheit und Subjektabhängigkeit von Aussagen betonenden, Einwand folgend wurde der klassischen extensionalen Logik eine intentionale Logik zur Seite gestellt, in der extensional gleiche Mengen nicht zwingend ausgetauscht werden können und die so bedeutende Parallelen zur alltäglichen Logik und Begriffsbestimmung ausweist (Lichtenberg 1989: 197f; Paulos 2000: 97f). In dieser intensionalen Logik ist beispielsweise die in der klassischen Logik ungültige Bejahung der Konsequenz als Umkehrschluss des Modus Ponens darstellbar (Fiedler 1993: 8f; Paulos 2000: 107ff).

Darüber hinaus bildet das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten, welches eine diskrete, zweiwertige Logik begründet, den Gegenstand für eine Kritik und Erweiterung der klassischen Logik in der Gestalt, das mehrwertige Logiken begründet werden konnten und somit in den Blickpunkt logischer Betrachtungen gerieten (Barrow 1999: 37f). Diese, die Dichotomie der Wahrheitswerten negierende, Perspektive sind als Sonderformen der Logik anzusprechen und führten zunächst zur Hinzufügung eines dritten Wahrheitswertes, so dass sich die Wahrheitswerte „Wahr“, „Falsch“ und „Unbestimmt“ bzw. „Unentschieden“ ergaben (Lichtenberg 1989: 198; Barrow 1999: 37). Als Verallgemeinerung hiervon und auf Grundlage der hier nicht näher zu spezifizierenden Theorie unscharfer Mengen wurde insbesondere die sogenannte Fuzzy-Logik begründet, mit der ein logikbezogener Umgang mit vagen, toleranzbehafteten Aussagen und Mengen ermöglicht wird (Lichtenberg 1989: 198; Traeger 1994: 1ff).²⁶¹ Verblüffenderweise werden in der

²⁶¹ Zur Einführung in die Fuzzy-Logik ausführlicher Rommelfanger 1994; Traeger 1994; Bothe 1995.

wissenschaftlichen Diskussion Parallelen zwischen menschlichen kognitiven Prozessen und logisch-mathematischen Modellen der Fuzzy-Logik als Realmodelle zitiert, welche den Geist des Psychologismus als virulent erscheinen lassen (McNeill; Freiberger 1994: 7ff; Rommelfanger 1994: 3ff; Traeger 1994: 2). In Konsequenz aus diesem Selbstverständnis findet die Fuzzy-Logik Anwendungen der Modellierung von Entscheidungen bei Unschärfe und bildet die Grundlage von Fuzzy-Systemen zur Modellierung neuronaler Netze und konnektionistischer Modelle im Rahmen der Entwicklung künstlicher Expertensysteme (Rommelfanger 1994: 3ff; Strohner 1995: 94ff; Nauk; Klawonn; Kruse 1996: 1ff).

7.1.2 Experimentelle Befunde in normativer Perspektive

In der Sichtweise von auch umgangssprachlich vorfindbaren Vorstellungen bildet das „logische Denken“ einen Kern alltäglicher Assoziation von kognitiver Leistungsfähigkeit und Rationalität, welche in die kognitionswissenschaftliche Thematisierung deduktiven Denken importiert zu einer Verbindung von experimentell ermittelten Abweichungen kognitiver Leistungen von formallogischen Normen mit begrenzter Rationalität und kognitiven Irrtümern führte, die in dieser darin enthaltenen Gleichsetzung von deduktiver Logik mit kognitiver Erkenntnisfähigkeit oder Rationalitätsbetrachtungen nicht begründbar ist (Gadenne 1993: 162f; Anderson 1996: 303ff). Dies verdeutlicht bereits der Tatbestand, dass deduktives Denken nicht isoliert dem kognitiven Bereich des nicht gehaltserweiternden kognitiven Schlussfolgerns zuzuordnen ist, sondern zumeist als Teilmenge des kognitiven Problemlösens angesprochen werden muss, indem als Erweiterung der aus der Philosophie übernommenen Teilung zwischen Deduktion und Induktion die kognitiv zu verarbeitenden Annahmen zu explizieren und logische Schlüsse in Form von Konklusionen zu ziehen sind (Gadenne 1993: 162; Wessel 1994: 344). Diese Erweiterung der Betrachtung von als deduktiv bezeichneten kognitiven Prozessen wird getragen von der Einsicht, dass kognitive Prozesse prinzipiell nicht auf logische und damit deduktive Regeln reduzierbar sind, da diese die Erzeugung und Begründung von Information und Wissen unberücksichtigt lassen und dieses somit als Ausgangsannahmen in Form von Prämissen als gegeben voraussetzen (Gadenne 1993: 162).

Ungeachtet dieser paradigmatisch zu treffenden Einschränkungen eröffnen die einschlägigen experimentellen Befunde zum logischen Denken mit den damit erkannten kognitiven Abweichungen von der formallogischen oder genauer syllogistischen Norm den Einblick in die kognitiven Strukturen des Menschen, Aufgaben der Logik zu lösen (Gadenne 1993: 162).

Und dies, obwohl die Beantwortung der Frage, ob und inwieweit die Logik als psychisch real betrachtet werden kann, im Lichte der bestehenden experimentellen Befunde und im Vorgriff auf die folgenden Darstellungen zu mindestens angezweifelt werden muss (Bühler 1996: 111).²⁶²

7.1.2.1 Kognitiv problematische Konklusionen und Prämissen

Im Lichte der experimentellen Befunde einer normativen Betrachtung kognitiver Leistungen im logischen Denken ist zunächst festzustellen, dass die Probanden einen großen Teil formallogischer Aufgaben richtig beantwortet (Gadenne 1993: 168). So wird beispielsweise der Modus Ponens, welcher wie bekannt die syntaktische Form $\{X \rightarrow Y, X\} \mapsto Y$ aufweist und in der Form

Prämisse 1: (Obersatz): Wenn A, dann B

Prämisse 2: (Untersatz): A

Konklusion: (Schlusssatz): B

veranschaulicht werden kann, nahezu universell und konsequent richtig vollzogen (Gadenne 1993: 168; Anderson 1996: 306f).

Als in kognitiver Hinsicht problematischer erweist sich der Modus tollens gemäß der syntaktischen Form $\{X \rightarrow Y, \neg Y\} \mapsto \neg X$, welcher wie folgt darzustellen ist:

Prämisse 1: (Obersatz): Wenn A, dann B

Prämisse 2: (Untersatz): Nicht A

Konklusion: (Schlusssatz): Nicht B

Die experimentellen Befunde zu diesem syllogistischen Schluss weisen lediglich wenig mehr als die Hälfte aller Antworten als formal betrachtet korrekt aus (Gadenne 1993: 168; Anderson 1996: 306f).

²⁶² Zur Forschungsmethode dieser experimentellen Befunde ist anzumerken, dass den Probanden entweder ein logischer Schluss bestehend aus Prämissen und Konklusion vorgelegt wurde und zu entscheiden war, ob dieser wahr oder falsch sei, oder ausgehend von gegebenen Prämissen mehrere Konklusionen dargeboten wurden mit der Aufforderung jene zu bestimmen, welche aus den Prämissen folgt (Gadenne 1993: 167).

So betrachten jeweils ca. 20 % der teilnehmenden Probanden die ungültigen Schlüsse in Gestalt der „Bejahung der Konsequenz“ und der „Verneinung der Antezedenz“, die folgende Form

Bejahung der Konsequenz:	Verneinung der Antezedenz:
<u>Prämisse 1:</u> Wenn A, dann B	<u>Prämisse 1:</u> Wenn A, dann B
<u>Prämisse 2:</u> B	<u>Prämisse 2:</u> Nicht A
<u>Konklusion:</u> A	<u>Konklusion:</u> Nicht B

aufweisen, als „immer wahr“ (Gadenne 1993: 168; Anderson 1996: 306f).

Diese und weitere experimentelle Befunde beinhaltet überblicksartig folgende Tabelle, welche die prozentuale Verteilung der Antworten bei acht diesbezüglichen syllogistischen Schlüssen dargelegt, wobei die jeweils richtige Antwortalternative mit „r“ gekennzeichnet ist (Anderson 1996: 307):

Syllogismus	immer wahr	manchmal wahr	immer falsch
1. $\{X \rightarrow Y, X\} \vdash Y$	100% (r)	0%	0%
2. $\{X \rightarrow Y, X\} \vdash \neg Y$	0%	0%	100% (r)
3. $\{X \rightarrow Y, \neg X\} \vdash Y$	5%	79% (r)	16%
4. $\{X \rightarrow Y, \neg X\} \vdash \neg Y$	21%	77% (r)	2%
5. $\{X \rightarrow Y, Y\} \vdash X$	23%	77% (r)	0%
6. $\{X \rightarrow Y, Y\} \vdash \neg X$	4%	82% (r)	14%
7. $\{X \rightarrow Y, \neg Y\} \vdash X$	0%	23%	77% (r)
8. $\{X \rightarrow Y, \neg Y\} \vdash \neg X$	57% (r)	39%	4%

Tab. 20: Prozentuale Antwortverteilung bei acht konditionalen Syllogismen

Wie aus dieser Tabelle hervorgeht, bildet der Modus ponens als Aufgabe 1 und 2 keine kognitiven Probleme, wohingegen der Modus tollens als Grundlage der Aufgaben 7 und 8 sowie die Ablehnung des Antecedens²⁶³ bzw. die Bestätigung des Konsequens²⁶⁴ als problematisch anzusprechen sind (Anderson 1996: 306). Neben diesen Formen einer ungültigen Akzeptanz von Fehlschlüssen, denen jeweils ca. 20% der Probanden zustimmten, zeigt sich in den Aufgaben 7 und 8 eine über 30% starke Tendenz nicht erkennen zu können, dass aus der Negation des zweiten Ausdrucks in einem Bedingungssatz auf die Negation des ersten Ausdrucks geschlossen werden kann (Anderson 1996: 306).

²⁶³ Ablehnung der Antecedens ist Gegenstand der Aufgaben 3 und 4 in Tabelle 20.

²⁶⁴ Bestätigung des Konsequenz ist Gegenstand der Aufgaben 5 und 6 in Tabelle 20.

Diese kognitiven Probleme mit negierten Aussagen illustriert auch folgender Vergleich experimenteller Befunde zu kategorialen Syllogismen²⁶⁵, indem beispielsweise der folgende gültige Schluss

Prämisse 1: Alle A sind B

Prämisse 2: Alle B sind C

Konklusion: Alle A sind C

in normativer Perspektive kognitiv keine Probleme beinhalteten, wohingegen die deutliche Majorität der befragten Probanden den ungültigen syllogistischen Schluss

Prämisse 1: Einige A sind B

Prämisse 2: Einige B sind C

Konklusion: Einige A sind C

als gültig akzeptierten, obgleich der kategoriale Syllogismus in Form

Prämisse 1: Einige A sind B

Prämisse 2: Einige B sind C

Konklusion: Kein A ist C

durchaus als ungültig erkannt wurde (Gadenne 1993: 168; Wessels 1994: 345f; Anderson 1996: 315f).

Somit sind im Rahmen einer ersten normativen Betrachtung kognitiver Leistungen zum syllogistischen Schließen zunächst der empirischen Befund einer Tendenz zur Akzeptanz ungültiger Konklusionen in Form der Bejahung der Konsequenz und der Verneinung der Antecedenz zu isolieren, wobei eine Quelle für diese Fehlschlüsse anscheinend in dem Tatbestand zu suchen ist, dass die beteiligten Probanden Konditionalsätze in einer anderen Form interpretieren als Logiker (Anderson 1996: 307). Worauf bereits die Aufgaben 3 bis 6 in Tabelle 19 hindeuten wird von verschiedenen Autoren in einer Reihe von Experimenten gestützt: Ein bedeutender Anteil von Probanden interpretieren Konditionalaussagen logisch ausgedrückt bikonditional in der umgangssprachlichen Bedeutung eines „genau dann, wenn...“ bzw. eines „dann und nur dann, wenn...“ mit der Konsequenz, dass so betrachtet aus der Wahrheit bzw. Falschheit einer der beiden Prämissen auf

²⁶⁵ Experimentelle Befunde der Kognitionswissenschaft zum logischen Schlussfolgern mit Quantoren konzentriert sich auf den kategorialen Syllogismus, welcher aussagenbezogen die kategorialen Quantoren „alle“, „kein“, „einige“ und „einige nicht“ enthält (Anderson 1996: 314ff).

den entsprechenden Wahrheitswert der jeweils anderen geschlossen werden kann (Anderson 1996: 307f).

Darüber hinaus sind im syllogistischen Schließen kognitive Probleme mit Negationen auszumachen, zumal doppelte Negationen die Fehlerrate weiter erhöhen und so für einen erhöhten kognitiven Aufwand der Verarbeitung einer negativen Aussage im Vergleich zu einer bejahend formulierten sprechen, die damit in ihrem Schwierigkeitsgrad offensichtlich differieren (Gadenne 1993: 169).

7.1.2.2 Theoriegeleitete Befunde zum logischen Denken

Aufbauend auf diesen grundlegenden Befund, dass verschiedene syllogistische Schlüsse offensichtlich in ihrem kognitiven Schwierigkeitsgrad und Anspruch in ausgeprägten Umfang differieren, wurden erste Annahmen über kognitive Strukturen des syllogistischen Denkens formuliert, welche zu klären beabsichtigten, worauf diese differierenden Schwierigkeitsgrade verschiedener Syllogismen sowie die spezifischen Muster auftretender Fehlschlüsse kognitiv zurückführbar sind (Woodworth; Sells 1971: 203ff; Anderson 1996: 316).

Eine erste diesbezügliche Hypothese bildet die von Woodworth und Sells im Jahre 1935 vorgestellte Atmosphärenhypothese, die auf der Annahme basiert, dass die in logischen Prämissen Verwendung findenden Ausdrücke wie „einige“, „alle“, „kein“ oder „nicht“ eine kognitive Atmosphäre implementieren, welche die Probanden dazu verleitet, Konklusionen zu akzeptieren, in denen jeweils derselbe Ausdruck enthalten ist (Woodworth; Sells 1971: 203ff; Anderson 1996: 316). Diese allgemeine Annahme ist in Anbetracht von zwei in einem Syllogismus enthaltenen und zu unterscheidenden Prämissen in der Weise zu präzisieren und die Atmosphärenhypothese so zu differenzieren, dass sich diese aus zwei Teilen oder Annahmen zusammensetzt (Hussy 1986: 18f; Anderson 1996: 316). Diese Annahmen sind in Anlehnung an die Arbeiten von Begg und Denny 1969 (Hussy 1986: 19):

1. „Wenn die Relation mindestens einer Prämisse negativ ist (Kein-Relation), dann besteht eine Tendenz, auch für die Konklusion eine negative Relation zu akzeptieren“;
2. „Wenn die Relation mindestens einer Prämisse partiell ist (Einige-Relation), dann besteht die Tendenz, diese auch für die Konklusion zu akzeptieren“;
3. „Wenn keine partielle Prämisse formuliert ist, so besteht die Tendenz zu einer universellen Formulierung (Alle-, Kein-Relation) der Schlussfolgerung.“

Der erste Teil der Atmosphärenhypothese beinhaltet somit die Annahme, dass Probanden dazu neigen, positive Konklusionen aus positiven Prämissen und negative Konklusionen aus negativen Prämissen zu akzeptieren. Im Falle gemisch-

ter Prämissen, bestehend aus je einer positiven und einer negativen Prämisse, wird die negative Konklusion bevorzugt, wonach der folgende ungültige Schluss akzeptiert würde (Hussy 1986: 19ff; Anderson 1996: 316):

Prämisse 1: Kein A ist B

Prämisse 2: Alle B sind C

Konklusion: Kein A ist C

Der zweite Teil der Atmosphärenhypothese betrifft die kognitive Reaktion auf spezifische Aussagen wie „einige“ oder „einige nicht“ im Vergleich zu jener auf universelle Aussagen wie „alle“ oder „kein“ (Hussy 1986: 19ff; Anderson 1996: 316). Wie im zuvor dargestellten Beispiel illustriert würde der Atmosphärenhypothese folgend eine universelle Konklusion im Falle universell formulierter Prämissen und eine spezifische Konklusion im Falle spezifischer Prämissen akzeptiert, wobei im Falle gemischter Prämissen eine spezifische Konklusion bevorzugt wird und somit der folgende ungültige Schluss akzeptiert wird (Anderson 1996: 316f):

Prämisse 1: Alle A sind B

Prämisse 2: Einige B sind C

Konklusion: Einige A sind C

Der Atmosphärenhypothese weiter folgend müsste somit eine im Kontext einer Atmosphäre bevorzugte Konklusion unabhängig von ihrer Gültigkeit mit gleicher Wahrscheinlichkeit im Experiment akzeptiert werden, was jedoch experimentell nicht nachvollzogen werden konnte, da Probanden den gültigen Schluss der beiden Schlüsse

Ungültiger Schluss:

Prämisse 1: Alle A sind B

Prämisse 2: Einige B sind C

Konklusion: Einige A sind C

Gültiger Schluss:

Prämisse 1: Einige A sind B

Prämisse 2: Alle B sind C

Konklusion: Einige A sind C

häufiger akzeptierten (Anderson 1996: 317).

Zudem ist es nicht möglich, im Lichte der Atmosphärenhypothese zu beantworten, welchen Einfluss die Form eines Syllogismus auf die kognitive Beurteilung seiner Gültigkeit hat, da von den beiden ungültigen Schlüsse

Prämisse 1: Einige A sind B

Prämisse 2: Einige B sind C

Konklusion: Einige A sind C

Prämisse 1: Einige B sind A

Prämisse 2: Einige C sind B

Konklusion: Einige A sind C

entgegen der im Lichte der Atmosphärenhypothese zu erwartenden gleichhäufigen Akzeptanz der linke häufiger akzeptiert wurde, was offenbar auf die kognitive

vermeintlich darstellbare Verkettung zurückführbar ist, die in der ersten Prämisse von A nach B und in der zweiten von B nach C führt (Anderson 1996: 317f).

Darüber hinaus würde gemäß der Atmosphärenhypothese aus zwei negativen Prämissen eine negative Konklusion in der Form

Prämisse 1: Kein A ist B

Prämisse 2: Kein B ist C

Konklusion: Kein A ist C

von den Probanden bereitwillig akzeptiert werden, wohingegen sich im Lichte entsprechender Experimentalbefunden zeigte, dass nahezu alle Probanden die Akzeptanz jedweder Konklusion auf der Grundlage zweier negativer Prämissen korrekterweise ablehnten (Anderson 1996: 318).

Die der Atmosphärenhypothese zugrundeliegende Annahme, dass Menschen in ihren Denkstrukturen nicht gemäß formal-logischer Schlussregeln deduktiv ableiten, sondern sich hierbei ausschließlich von vordergründigen, bestimmte Tendenzen verursachenden, atmosphärischen Hinweisen, die aus den zugrundeliegenden Aussagen interpretativ generiert wurden, leiten lassen, ist somit in dieser Allgemeingültigkeit und Pauschalität in experimenteller Perspektive zu verwerfen und auch dem entsprechend früh theoriebezogen kritisiert worden (Hussy 1986: 20).

So wurde beispielsweise von Chapman und Chapman im Jahre 1959 festgehalten, dass einige im Rahmen der experimentellen Untersuchungen zur Atmosphärenhypothese ermittelten und diskutierten Effekte auch alternativ interpretiert werden können, indem davon ausgegangen wird, dass in formal-logischem Denken unbedarften und untrainierten Probanden die Mehrdeutigkeit der logischen Relationen mit Ausnahme der Kein-Relation nicht kennen und erkennen, so dass sie zur Schlussgenerierung inkorrekte Umformungen der Prämissen vornehmen, welche zu falschen Schlüssen führen müssen (Hussy 1986: 20; Gadenne 1993: 173). Grundgedanke dieses Ansatzes der Prämissenkonversion ist die Annahme, dass Individuen sich im Bereich des logischen Denkens deswegen teilweise irren, weil sie die gegebenen Prämissen in einer unangemessenen Art repräsentieren, kombinieren und umformen (Wessels 1994: 348; Anderson 1996: 320). Als ein Beispiel dieser als Prämissenkonversion bezeichneten inkorrekten Umformung diene der Tatbestand, dass ein bedeutender Anteil von Probanden auf der Grundlage der Prämisse „Alle A sind B“ auch die umgekehrte Anordnung „Alle B sind A“ akzeptieren in der Annahme der Bedeutung von „sind“ oder „ist“ als Analogie einer umkehrbaren mathematischen Gleichung mit der assoziativen Verbindung zu „ist gleich“, was mit Blick auf mengentheoretische Betrachtungen selbstverständlich unzulässig ist und über die kognitive Interpretation der Prämissen als probabilisti-

sche Aussage erklärbar wird (Hussy 1986: 20; Gadenne 1993: 173; Wessels 1994: 347ff; Anderson 1996: 320)²⁶⁶. Diese Perspektive ermöglicht eine Betrachtung experimenteller Befunde unter der Atmosphärenhypothese (A) und alternativ unter der Prämissenkonversionshypothese (P), womit folgende hypothesenvergleichenden Ergebnisse generiert werden (Hussy 1986: 20):

<u>Prämissenpaar:</u>	<u>Inkorrekte Konklusionen:</u>				<u>Keine Aussage möglich</u>
	Alle	Keine	Einige	Einige nicht	
1. Alle/Alle	81 (A; P)	5	4	1	9
2. Alle/Keine	2	82 (A; P)	3	5	8
3. Alle/Einige	6	2	77 (A; P)	6	7
4. Einige/Keine	1	62 (P)	6	13 (A)	18
5. Einige nicht/Keine	3	41 (P)	7	19 (A)	30

Tab. 21: Prozentuale Häufigkeiten zu sechs Klassen invalider Syllogismen

Dieser empirische Vergleich anhand experimenteller Befunde belegt im Falle der ersten drei Syllogismen eine ausgeprägte Evidenz für die hier zu identischen Ergebnissen gelangende Atmosphären- als auch Prämissenkonversionshypothese, wobei die Anteilswerte zu den Syllogismen 4 und 5 deutlich für die Prämissenkonversionshypothese sprechen (Hussy 1986: 20). Allgemein lässt sich darüber hinaus anhand dieser Ergebnistabelle festhalten, dass sich Menschen in ihren kognitiven Leistungen des deduktiven Denkens weder streng logisch noch konsistent unlogisch entscheiden (Wessels 1994: 348).

Eine solche, auch in weiteren experimentellen Untersuchungen gestärkten, Stützung der Prämissenkonversionshypothese wird allgemein als Absage an in der Atmosphärenhypothese enthaltenen pessimistischen Betrachtung der kognitiven Fähigkeiten des menschlichen Geistes bewertet, da Vertreter der Prämissenkonversionshypothese davon ausgehen, dass der menschliche Geist durchaus deduktiv gültige formallogische Schlüsse vollziehen kann, dass jedoch die Unkenntnis bezüglich der logischen Bedeutung der vier Relationen, welche die Prämissen

²⁶⁶ Eine weiterführende mengentheoretische Betrachtung der Interpretationen von logische Prämissen und deren Kombinationen mit den daraus abzuleitenden Bezügen zum Denken in alltäglichen Situationen würde den hier gegebenen Rahmen sprengen. (daher hierzu einfürend Hussy 1986: 12ff; Wessels 1994: 349ff.)

eines Syllogismus bestimmen, die Entfaltung dieser kognitiven Fähigkeiten unterbindet und hemmt (Hussy 1986 21f; Wessels 1994: 348).

Ein weiterer experimenteller Befund zur fehlerhaften Interpretation und Bedeutungszuweisung von gegebenen Prämissen bildet die erlaubnisbezogene Interpretation von Konditionalaussagen, in dem die logische Konjunktion „wenn“ nicht als logische Behauptung, sondern als Aussage darüber, was der Fall sein „sollte“, verstanden wird (Anderson 1996: 312). Diese als Erlaubnisschemata bezeichnete Interpretation der logischen Konjunktion „wenn“ als Regel der beispielhaften Form „Wenn ein Schüler der Grover Highschool zugewiesen ist, dann muß er oder sie in Grover City leben“ stellt gemäß einschlägiger experimenteller Befunde die in alltagssprachlicher Perspektive nächstliegende Bedeutungszuweisung dar, wobei die Vertrautheit und soziale Verbindlichkeit der Regel sowie ihre Anwendung als verbindliche Norm die kognitiven Leistungen der deduktiven Regelanwendung und –erkennung wesentlich beeinflussen (Gigerenzer; Hug 1992; Gadenne 1993: 170f; Anderson 1996: 312)²⁶⁷

7.1.2.3 Logikferne Faktoren im logischen Denken

In kognitionswissenschaftlichen Experimenten zum logischen Denken werden den Probanden unter der methodischen Zielsetzung, dass vorhandene Wissensbestände und bestehende Meinungen nicht als Forschungsartefakte in die Forschungsergebnisse hineinwirken, gemeinhin möglichst nichtssagende Aussagen vorgelegt (Anderson 1996: 305f). Als konkrete Illustration solch nichtssagenden Prämissen sei folgender Syllogismus angeführt (Anderson 1996: 306):

Prämisse 1: Wenn der Ball nach links rollt, dann geht die grüne Lampe an

Prämisse 2: Der Ball rollt nach links

Konklusion: Deshalb geht die grüne Lampe an.

Diese methodologische Maxime im experimentellen Design begründet sich in dem bereits früh festgestellten kognitiven Grundsatz, dass Fehlleistungen im deduktiv-logischen Denken auch aus dem Tatbestand herrühren, dass Individuen ihre Antworten soweit möglich an ihre vorhandenen Erfahrungen und Überzeugungen themenbezogen orientieren, anstatt gemäß der Aufgabenstellung rein formal an den Regeln der Logik (Hussy 1986: 28f; Wessels 1994: 346). Experimentelle Forschungen, die diese Interdependenzen zwischen formalem, deduktiven Schlussfolgern und thematisch-inhaltlichen Faktoren zu beleuchten suchten, kamen zu dem Ergebnis, dass Probanden die Gültigkeit eines formal gültigen Schlusses und die logische Aufgabenstellung an sich tendenziell nicht akzeptierten, wenn die

²⁶⁷ Siehe zur Erklärung logischen Denkens aus der Perspektive des Theorieansatzes der kognitiven Schemata Kap. 7.3.3.

gegebenen Prämissen und gültigen Konklusionen inhaltlich konträr zu ihrer Erfahrung waren (Hussy 1986: 29; Gadenne 1993: 171f; Wessels 1994: 346).

Diese sogenannten Kontexteffekte im logischen Denken wirken dabei auf die Generierung einer Konklusion ebenso ein wie auf deren Bewertung, da im Lichte experimenteller Befunde Probanden ihnen verfügbares inhaltliches Wissen für die gemäß der experimentellen Aufgabenstellung geforderten logischen Überlegungen einsetzen und darauf aufbauend einen Schluss eher als korrekt zu akzeptieren bereit sind, wenn ihnen diese Konklusion als eine glaubwürdige Aussage erscheint, was einer systematischen kognitiven Verwechslung von Glaubwürdigkeit und Gültigkeit eines Schlusses entspricht (Hussy 1986: 28f; Gadenne 1993: 172). In normativer Perspektive können diese Kontexteffekte als Konkretisierung eines abstrakten logischen Schlusses positive kognitive Effekte der Vereinfachung bedeuten als auch negative Effekte in Gestalt von Differenzen kognitiver Leistungen im Vergleich zur formalen Logik mit sich bringen, wenn ein formal gültiger Schluss als inhaltlich zweifelhaft bewertet wird (Hussy 1986: 28ff).

Als weiterer logikferner Faktor ist die kognitive Vermeidung logischer Aufgabenstellungen anzusprechen, wobei die betreffenden Probanden die gestellte Aufgabe ungeachtet aller diesbezüglichen Eindeutigkeit nicht als logische erkennen und in der Aufgabenbewältigung Plausibilitäts- oder wahrscheinlichkeitsbezogene Argumentationen heranziehen (Gadenne 1993: 172).

Diese logikfernen da inhaltsbezogenen Faktoren des logischen Denkens begründen sich kognitiv in dem Tatbestand, dass in alltäglichen Situationen des Schlussfolgerns die zugrundeliegenden Wissensbestände nahezu immer nicht in der logikimmanenten Allsatzform vorliegen und somit eine erfahrungs- und überzeugungsbezogene Bewertung dieser Prämissen sowie der daraus gewonnenen Konklusionen schlussfolgernden Denkens keine Beeinträchtigung des menschlichen Urteilsvermögens, sondern vielmehr eine Adaption an reale Alltagssituationen, darstellt (Wessels 1994: 346).

7.1.3 Syntaktische und semantische Erklärungsansätze zum logischen Denken

Im folgenden sollen, ausgehend von den zuvor dargestellten experimentellen Befunden zum logischen Denken, die diesbezüglichen alternativen Theorien und Hypothesen aus der kognitiven Psychologie dargestellt werden, welche ausgehend von den bereits eingeführten verschiedenen Theorieschulen und –traditionen als durchaus konkurrierend betrachtet werden können und auch in anderen Bereichen der Erklärung kognitiver Prozesse von Relevanz sind (Bühler 1996: 112). Diese Relevanz erwächst aus dem Tatbestand, dass bei der Bestimmung von gesetzesartigen theoretischen Aussagen, welche die Informationsverarbeitung von Individuen erklären sollen, auch im Falle deduktiv-logischen Denkens nicht-logische Faktoren wirksam werden, die gesetzmäßig diesbezügliche kogniti-

ve Aktivitäten beeinflussen und somit logisches Denken zu einem bedeutenden Gegenstandsbereich für die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung werden lässt, soweit hierbei allgemeine und generalisierbare Problemlösemodelle der kognitiven Psychologie eine Anwendung, Formulierung und Überprüfung erfahren (Hussy 1986: 47ff; Leyens; Codol 1992: 103f; Dutke 1994: 29; Bühler 1996:103f).

Diese bereits grundlegend eingeführten kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Theorien sind in dieser Perspektive als alternative und konkurrierende Erklärungsansätze im Rahmen der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung anzusprechen, welche die zugrundeliegenden kognitiven Prozesse des Verhaltens von Probanden im Umgang mit kategorialen Syllogismen zu erklären suchen und den Ansatz der Heuristik, den Ansatz der kognitiven Schemata sowie die Theorie der mentalen Modelle umfassen (Gadenne 1993: 174; Dutke 1994: 28f; Anderson 1996: 318; Bühler 1996: 112).

Diese alternativen und konkurrierenden kognitionswissenschaftlichen Theorieansätze zur Erklärung logischen Denkens sind jedoch zum Zwecke der Klärung ihrer Grundannahmen und Traditionen in erster Annäherung, wie bereits erläutert, zu differenzieren in einerseits syntaktische und andererseits semantische Theorien des kognitiven Schließens als Kontinuum der Interdependenz von Struktur und Inhalt im Denken und dessen kognitionswissenschaftlichen Betrachtung (Dutke 1994: 28f; Oestermeier 1998: 178ff; 188ff).

Die syntaktische Theorie des Schließens basiert dabei auf der Vorstellung einer wie auch immer gearteten mentalen Logik als einer Fähigkeit, kognitive Aufgaben in einer Weise zu modellieren, dass diese durch mentale logische Ableitungsmechanismen bearbeitet werden können (Dutke 1994: 29; Oestermeier 1998: 178). Damit wird logisches Denken auf ein mental bestehendes Kalkül zurückgeführt und die kognitionswissenschaftliche Aufgabenstellung in diesem Nexus auf die Bestimmung einer „Psycho-Logik“ beschränkt (Oestermeier 1998: 179ff). In der klassischen Gestalt dieser syntaktischen Theorie des Schließens in Anlehnung an John St. Mill und Henle wird der Logik insbesondere in ihrer syllogistischen Form eine deskriptive Funktion zur Beschreibung und Erklärung von Denkprozessen innerhalb der Psychologie zugeschrieben und in experimentellen Befunden beobachtete Abweichungen von der formalen Logik insbesondere auf folgende vier Fehlerquellen zurückgeführt (Oestermeier 1998: 179ff):

1. Die Fehlerquelle des nicht Erkennens einer logischen Aufgabenstellung: Der Inhalt der Prämissen und Konklusionen bestimmt ihre kognitive Verarbeitung bzw. Bewertung und nicht ihre syntaktische Charakteristik und Gültigkeit.

2. Die Fehlerquelle einer ungültigen und nicht intendierten Interpretation der Prämissen: Interpretationen aus alltagssprachlichen, notorisch mehrdeutigen Interpretationskontexten wie dem Erlaubnisschemata oder als Wahrscheinlichkeitsaussagen können zu ungültigen Folgerungen führen.
3. Die Fehlerquelle der Vernachlässigung von Prämissen: Bei Schlüssen mit mehreren Prämissen kann eine vergessen bzw. übergangen werden.
4. Die Fehlerquelle der annehmenden Voraussetzung nicht expliziter Prämissen: Bei Schlüssen werden nicht formulierte Prämissen berücksichtigt, welche jedoch durch Kontext und Inhalt der bestehenden kognitiv nahegelegt werden.

Gemäß der syntaktischen Theorie des Schließens belegen diese Fehlermöglichkeiten noch keine Defizite der zugrundeliegenden kognitiven Prozesse, sondern sind als kognitive Verständnisschwierigkeiten logischer Aussagen anzusprechen, die den kognitiven Verarbeitungsmechanismen logischen Schlussfolgerns vorge-schaltet sind (Oestermeier 1998: 179ff).

Die hiervon zu unterscheidende semantische Theorie des Schließens orientiert sich in ihren Grundannahmen vermehrt an semantischen Tableaus, die kognitiv im Prozess logischen Schließens wirksam werden und zur Anwendung kommen (Oestermeier 1998: 188ff).

Im folgenden werden im einzelnen kognitionswissenschaftlichen Theorien zur Erklärung logischen Denkens im einzelnen vorgestellt, welche als alternative und konkurrierende kognitionswissenschaftliche Ansätze zur Erklärung logischen Denkens anzusprechen und im Kontinuum zwischen syntaktischen wie semantischen zu verorten sind.

7.1.3.1 Die Theorie der formalen Schlussfolgerungsregeln

Die Theorieperspektive der formalen Schlussfolgerungsregeln geht von der Annahme aus, dass kognitive Prozesse des Schlussfolgerns auf formale Regeln zurückgreifen, welche auf unterschiedliche Probleme mit verschiedenen Inhalten angewendet werden (Gadenne 1993: 174f; Oestermeier 1998: 178ff).

Bei dieser, als syntaktische Theorien des Schließens zu bezeichnenden, Perspektive sind die formalen Regeln häufig gleichzusetzen mit jenen, welche beim Aufbau von Kalkülen der formalen Logik zugrundegelegt werden (Gadenne 1996: 174f).

Als experimentellen Beleg der Gültigkeit dieser syntaktischen Theorie des Schließens werden insbesondere die Befunde zur korrekten Durchführung des Modus ponens herangezogen und darüber hinaus gewisse Anleihen aus der Entwicklungspsychologie in der Tradition Piagets sowie der Forschungen zur künstlichen Intelligenz isoliert, welche jedoch im einzelnen hier keine Berücksichtigung finden sollen (Gadenne 1996: 174f; Oestermeier 180ff).²⁶⁸

7.1.3.2 Erklärungsansätze in der Perspektive des Heuristik-Ansatzes

Der Heuristik-ansatz zur Erklärung logischen Denkens wird gemäß der Idee von Kahneman, Slovic und Tversky (1982) von der Vorstellung getragen, dass Personen bei Denkprozessen des Schlussfolgerns heuristische Prinzipien anwenden, welche als „schnelle und schmutzige“ Methode Probleme zu lösen vermögen, ohne jedoch ein korrektes Ergebnis zu gewährleisten (Gadenne 1993: 177; Bühler 1996: 116).

Ogleich der Heuristikansatz insbesondere im Zusammenhang mit der Beschreibung und Erklärung kognitiver Prozesse des induktiven Entscheidens und Urteilens unter Unsicherheit begründet wurde, erfolgte der Versuch einer theoretischen Generalisierung auf den Bereich des deduktiven Denkens, wobei auch hier die Theorie heuristischer Prinzipien annimmt, dass im deduktiven Denken Heuristiken angewendet werden in Ermangelung der kognitiven Fähigkeit und Verfügbarkeit der diesbezüglichen korrekten Regeln der formalen Logik (Gadenne 1993: 177). Bei der Bestimmung der hierbei kognitiv wirksam werdenden Heuristiken nimmt dieser Ansatz Bezug auf die experimentellen Befunde der Atmosphärenhypothese und bestimmt darüber hinaus einen „Matching-Heurismus“, welcher auf die Wasonsche Auswahlaufgabe Bezug nimmt und hier nicht weiter verfolgt werden soll (Gadenne 1993: 177).²⁶⁹

²⁶⁸ Siehe zum System natürlichen Schließens und den einzelnen Modellen einer diesbezüglichen syntaktischen Modellierung einleitend Oestermeier 1998: 180ff.

²⁶⁹ In der Wasonschen Auswahlaufgabe besteht die Aufgabenstellung an die Probanden in der Überprüfung von Regeln über die Auswahl von umzudrehenden Karten. Dieses zunächst als Variation des Nachweises einer Fehlerhaften kognitiven Anwendung des Modus tollens konzipierten Experiment wurde Ausgangspunkt umfangreicher Forschungsbemühungen, da hierbei die probabilistische Interpretation dieser Logikaufgabe modelliert werden konnte (Vgl. einleitend Anderson 1996: 309ff). Der Matching-Heurismus besagt nunmehr, dass der Proband bei dieser Auswahlaufgabe jene Karten überprüft und somit umdreht, welche in der Hypothese explizit genannt werden (Gadenne 1993: 177).

Diese Heurismen sind dabei, im Gegensatz zu kognitiven Schemata, nicht als kontextspezifisch und kontextabhängig anzusprechen und bilden somit eine Alternativhypothese zur syntaktischen Theorie des Schließens mit der damit verbundenen These von der logischen Kompetenz (Bühler 1996: 116).

7.1.3.3 Erklärungsansätze in der Perspektive der Theorie der mentalen Modelle

Die Erklärungsansatz aus der Perspektive der mentalen Modelle basiert ausgehend von dem Theorieansatz der mentalen Modelle von Johnson-Laird (1983) auf der Annahme, dass zur Lösung einer Schlussfolgerungsaufgabe zunächst ein mentales Modell der durch die Prämissen beschriebene Situation konstruiert wird, um innerhalb dieses Modells eine Konklusion zu überprüfen bzw. abzuleiten (Johnson-Laird; Byrne 1991; Bühler 1996: 115). Angesichts einer Schlussfolgerungsaufgabe konstruiert das kognitive System, diesem Ansatz folgend, zunächst ein mentales Modell als eine durch die Prämissen bestimmte Repräsentation der gegebenen Situation, so dass hier auch von inhaltsgebundenem logischen Schließen gesprochen werden kann (Gadenne 1993: 175; Dutke 1994: 28f). Da dieses zu bildende mentale Modell semantischen Gehalt aufweisen muss, verwendet das kognitive System zur Bildung eines mentalen Modells bestehendes Wissen über Wortbedeutung und Fakten, das somit in die mentale Modellbildung einfließt (Gadenne 1993: 175; Johnson-Laird 1996: 259ff).

Die Anwendung eines so gebildeten mentalen Modells zur Bewertung eines logischen Schluss ist dabei anhand des folgenden zu veranschaulichen (Gadenne 1993: 175; Johnson-Laird 1996: 259ff):

Prämisse 1: Alle A sind B (Alle Schwimmer sind Reiter)

Prämisse 2: Einige B sind C (Einige Reiter sind Psychologen)

Konklusion: Einige A sind C (Einige Schwimmer sind Psychologen)

Die kognitive Überprüfung dieses deduktiven Schlusses erfolgt nun dem Theorieansatz der mentalen Modelle folgend über ein semantisches Verfahren, welches darauf beruht, die Gültigkeit einer deduktiven Folgerung über das Zutreffen dieser überprüfen zu können gesetzt den Fall, die Prämissen sind wahr (Johnson-Laird 1996: 259). Eine gültige Folgerung wird somit kognitiv in der Gestalt nachvollzogen, dass eine Vorstellung von der durch die Prämissen beschriebenen Situation erstellt wird und darauf aufbauend Folgerungen ableitet oder überprüft werden, was der Bildung und Nutzung eines mentalen Modells entspricht (Johnson-Laird 1996: 259). Diese Konstruktion eines mentalen Modells orientiert sich als herausragende Eigenschaft nicht an der syntaktischen Form der Prämissen, sondern an deren Bedeutung sowie an allgemeinen Wissensbeständen, die durch die Interpretation der Prämissen aktiviert werden (Johnson-Laird 1996: 259). Hierbei geht die angenommene Struktur des Modells davon aus, dass eine endliche Menge mentaler Symbole durch eine endliche Menge von Entitäten repräsentiert wird, die

Aussagen der Prämissen über Merkmalskombinationen dieser vorgestellten Entitäten abgebildet und so aus den gegebenen Prämissen über die Anwendung von Gedächtnisschemata eine spezifische, konkrete und vorstellbare Situation als mentales Modell kreiert, die einen geeigneten Rahmen zur Aufgabenlösung darstellt (Dutke 1994: 32; 41f; Johnson-Laird 1996: 260).

Zur Bewertung der Gültigkeit dieses Schlusses erfolgt dem gemäß nun kognitiv die Konstruktion eines mentalen Modells, das als semantische Situation beschreibbar ist, welche den gegebenen Prämissen genügt und in folgender Tabelle exemplarisch zur Anschauung gebracht sei (Gadenne 1993: 175):

<u>Mentales Modell 1:</u>	Schwimmer	Reiter	Psychologe
1. Person:	Schwimmer	Reiter	Psychologe
2. Person:	Schwimmer	Reiter	Psychologe
3. Person:	Schwimmer	Reiter	
4. Person:		Reiter	
5. Person:			Psychologe

Im Anschluss an die Konstruktion des mentalen Modells wird dieses dazu angewendet, eine Schlussfolgerung zu überprüfen bzw. eine zu formulieren, welche nicht den semantischen Gehalt des Modells verwirft und nicht explizit in den Prämissen formuliert ist (Dutke 1994: 41f; Johnson-Laird 1996: 259). Dies verdeutlicht eine bedeutende Charakteristik mentaler Modelle in Form ihrer Simulationsfähigkeit, welche eine valide Konklusion über die Bildung einer Vorstellung der prämissenbezogenen Situation „ablesbar“ macht (Dutke 1994: 42).

Die Prüfung der Konklusion anhand dieses mentalen Modells im hier eingeführten Beispiel ist, wie erkennbar, positiv, so dass zur Überprüfung ein weiteres mentales Modell wie folgt konstruiert wird (Gadenne 1993: 175):

<u>Mentales Modell 2:</u>	Schwimmer	Reiter	Psychologe
1. Person:	Schwimmer	Reiter	
2. Person:	Schwimmer	Reiter	
3. Person:		Reiter	Psychologe
4. Person:		Reiter	Psychologe
5. Person:		Reiter	Psychologe

Im Lichte dieses zweiten und alternativen mentalen Modells, welches zur Überprüfung der Konklusion konstruiert wurde und wiederum als semantische Repräsentation der Prämissen angesprochen werden kann, erweist sich der zu bewertende Schluss als nicht gültig (Gadenne 1993: 175; Johnson-Laird 1996: 259). Die

Vorhersage der Theorie der mentalen Modelle in Bezug zum kognitiven Aufwand dieser deduktiven Denkleistung ist dabei offensichtlich: Je größer die Anzahl der unterschiedlichen mentalen Modelle, die konstruiert werden müssen um eine gültige Folgerung zu bilden bzw. eine zu überprüfen, desto höher ist der kognitive Aufwand dieser Aufgabenstellung und desto schwieriger die vorliegende Aufgabe (Dutke 1994: 42f; Johnson-Laird 1996: 261ff).

In dieser semantischen Theorie des logischen Schließens ist dieses somit ein Prozess, bei dem mittels mentaler Modelle Gegenbeispiele zu den Prämissen gesucht werden und so eine schrittweise Simulation eines Außenweltabschnittes gemäß der Prämissen erfolgt (Gadenne 1993: 175; Dutke 1994: 42; Oestermeier 1998: 188). Dem Grundgedanken der Theorie Mentaler Modell folgend ist es eine kaum nachvollziehbare Annahme syntaktischer Theorien des Schließens, dass Menschen, wo sie doch aufgrund ihrer Intelligenz in der kognitiven Lage sind, die Bedeutung von Aussagen zu verstehen, beim logischen Denken auf diese Fähigkeiten verzichten und rein syntaktisch vorgehen um zu einem Ergebnis zu gelangen (Dutke 1994: 29ff; Johnson-Laird 1996: 258f). Somit sind mentale Modelle als Instantiierungen von Gedächtnisschemata anzusprechen, die notwendiger Weise exemplarische Konkretisierungen abstrakter Prämissen darstellen und darstellen müssen, um positive Effekte auf die kognitive Schlussfolgerungsleistung zu initiieren (Rips 1986: 263; Dutke 1994: 32f).

Die möglichen Fehlerquellen im logischen Denken erwachsen gemäß der Theorie kognitiver Modelle potenziell zunächst aus der prinzipiell exemplarischen Transformation syntaktischer Prämissen zu semantischen mentalen Modellen, die zunächst kommunikative Fehlinterpretationen ermöglichen und Gedächtnisfehler als unvermeidlich erscheinen lassen. (Gadenne 1993: 180; Dutke 1994: 30; Johnson-Laird 1996: 259f). Zudem bedeutet die Modellkonstruktion als Interpretation syntaktischer Prämissen zur Transformation dieser in semantische Modelle die Bildung prämissenkonformer wie konkreter Vorstellungsbilder als Deduktion, die den Gehalt der Prämissen auch über die kapazitätstangierende wiederholte Konstruktion alternativer mentaler Modelle nicht abbilden können und somit auch in Bezug zu den hierüber erstellten Schlüsse als Hypothese oder Annahme angesprochen werden müssen (Gadenne 1993: 180f; Dutke 1994: 29; Johnson-Laird 1996: 259; 386ff).

Diese Darstellung eröffnet, einhergehend mit dem Befund, dass die Aufgabenpräsentation mit ihrer inhaltlichen Einkleidung eine bedeutende Möglichkeit der Fehlerreduktion beinhaltet, eine Perspektive, welche gegen eine syntaktische Theorie kognitiver Prozesse spricht (Gadenne 1993: 180f; Dutke 1994: 29ff). Auf der anderen Seite ist es jedoch aus formaler Betrachtungsweise zumindestens als fraglich zu bezeichnen, ob die semantische Theorie der mentalen Modelle als Alternativhypothese zu der syntaktischen einer deduktiv logischen Kompetenz anzusprechen ist, da in der Konstruktion mentaler Modelle gemäß des entsprechenden Theorieansatzes syntaktische Ableitungsverfahren unabdingbar sind und

eingesetzt werden müssen, wobei jedoch strittig ist, ob eine semantisch motivierte und syntaktische Strukturen aufweisende Ableitungsmethode als syntaktisch oder semantisch zu charakterisieren ist (Rips 1986: 258ff; Johnson–Laird; Byrne 1991: 212; Bühler 1996: 115).

7.1.4.4 Erklärungsansätze in der Perspektive kognitiver Schemata

Die insbesondere auf Cheng und Holyoak (1985) zurückgehende Theorie der kognitiven Schemata basiert auf der Vorstellung der Anwendung von kontext- und inhaltsgebundenen kognitiven Schemata, die über Hintergrundinformationen kognitiv aktiviert und so über Prüfprozesse in der Urteilsbildung wirksam werden (Gadenne 1993: 175; Bühler 1996: 115f).

Diese Anwendung kognitiver Schemata besitzt insbesondere bei einer erlaubnisbezogenen Interpretation von Konditionalaussagen herausragende Bedeutung, was unter Bezugnahme auf den Theorieansatz der kognitiven Schemata auch als Erlaubnisschemata der logischen Konjunktion „wenn“ bezeichnet wird (Gadenne 1993: 175; Anderson 1996: 312ff). Dieses Erlaubnisschemata weist zwar auch eine Übertragbarkeit auf eine Klasse von Situationen auf, besitzt jedoch nicht den gleichen Grad an Allgemeinheit und Situationsunabhängigkeit wie deduktiv-logische Regeln (Gadenne 1993: 176).

Der Hauptunterschied zwischen der Theorie kognitiver Schemata und der Theorie der mentalen Modellen bei ihrer Positionierung im Kontinuum syntaktische und semantische Theorien des Schließens bildet die angenommene Inhalts- und Kontextgebundenheit der betrachteten kognitiven Prozesse, wobei die Theorie mentaler Modelle bei einer ausgeprägten Situationsabhängigkeit der verschiedenen mentalen Modelle von allgemeinen Regeln ihrer kognitiven Anwendung ausgeht und im Gegensatz dazu die Theorie kognitiver Schemata annimmt, dass auch das prozedurale Wissen zur Lösung von Logikaufgaben an konkrete Inhalte oder zu mindestens an spezielle Problemkontexte gebunden ist (Gadenne 1993: 177).

Somit ist diese kognitionswissenschaftliche Theorie als eine semantische anzusprechen, für deren Gültigkeit insbesondere jene Befunde sprechen, welche eine ausgeprägte Kontext- und Inhaltsabhängigkeit schlussfolgernden Denkens belegen (Bühler 1996: 116).

7.2 Sonstige Formen deduktiven Denkens

Wie bereits erwähnt wurde und wie auch bereits die Strukturierung dieses Exkurses in den Bereich deduktiven Denkens verdeutlicht, soll hier nicht der Eindruck suggeriert werden, dass deduktives Denken sich in dem des logischen Denkens erschöpft. Vielmehr begründet sich die hier vorfindbare Dominanz der Darstellung der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung logischen Denkens in dem Bestre-

ben, die Anwendung formaler und syntaktischer Regeln in die Kognitionswissenschaft einleitend darzustellen, ohne zum einen diese Darstellung mit einer Kritik an induktivstatistischen Modelle und Verfahren zu vermischen und darüber hinaus zum anderen an die Psychologismusdebatte in direkter und kontinuierlicher Weise anschließen zu können.²⁷⁰

Doch deduktive oder schlussfolgernde kognitive Prozesse sind gemäß dieser Abgrenzung dann gegeben, „wenn aus vorliegenden Informationen gesuchte Informationen abzuleiten sind“ und mit der Darstellung logischen oder präziser syllogistischen Denkens nicht erschöpft (Hussy 1986: 11). Gemäß der kognitionswissenschaftlichen Terminologie ist Schlussfolgern als deduktives Denken gleichzusetzen mit einer durch kognitive Prozesse hervorgerufene Veränderung mentaler Wissens- oder Überzeugungszustände, „für die wir Gründe anzugeben disponiert sind“ (Bühler 1996: 100f). Als klassische empirische Objekte dieses Gegenstandsbereichs der Kognitionswissenschaft sind neben dem bereits ausführlich betrachteten syllogistischen Denkens das propositionale und analoge Schlussfolgern anzusprechen, denen das Charakteristikum ihrer deduktiven Form gemein ist (Hussy 1986: 12ff). Der Objektbereich des syllogistischen Schließens bildet, wie bereits erläutert, der aus der formalen Logik stammende Begriff des Syllogismus bzw. des syllogistischen Schlusses, dessen universelle Form durch zwei Prämissen und eine daraus zu treffende Folgerung, der Konklusion, zu beschreiben ist (Hussy 1986: 12ff). Das propositionale Schlussfolgern als weitere Gruppe deduktiven Denkens besitzt formal bedeutende Parallelen zum syllogistischen Schließen, da auch hier eine Konklusion aus zwei Prämissen zu ziehen ist (Hussy 1986: 30). Im Falle propositionalen oder konditionalen Schlussfolgerns bestehen diese Prämissen jedoch aus einer Aussage als konditionaler „Wenn-dann-Satz“ und einer Annahme als Festlegung bezüglich einer in den Prämissen enthaltenen Proposition, so dass sich die gefragte Konklusion auf den Schluss auf die in den Prämissen nicht festgelegten Teilproposition bezieht (Hussy 1986: 30).

Die bezüglich des Forschungsstandes diffuseste Art schlussfolgernden Denkens bildet die Analogiebildung oder der Analogieschluss, bei dem die Übertragung sich entsprechender Tatbestände von einer Situation auf eine andere als ein Mittel zur Ableitung gesuchter Information aus vorhandenen Wissensbeständen angewendet wird (Hussy 1986: 38f). Die formale Gestalt analogen Schlussfolgerns besteht gemeinhin aus zwei Relationen als einer bekannten und einer, auf die geschlossen werden soll, wie z. B. „Hand verhält sich zu Fuß...“ (erste Relation) „wie Finger zu ?“ (zweite Relation), so dass keine formal-logische, sonder inhaltliche Dimensionen diese Form des Schlussfolgerns konstituiert und somit auch der

²⁷⁰ Siehe hierzu Kap. 3.2.2.

deduktive Charakter dieses Analogieschlusses aufgrund seines ungeklärten formalen Statuses unbeantwortet bleiben muss (Hussy 1986: 39ff).²⁷¹

²⁷¹ Vielmehr scheint analoges Schlussfolgern auf Bereiche der Wirkungsweise von Intuition und der kognitiven Genese von Kreativität als „Exploration begrifflicher Räume im Denken“ hinzudeuten, deren Integration in die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung nach wie vor eine große Herausforderung darstellt (Boden 1992: 9ff).

8 Induktives Denken in der menschlichen Informationsverarbeitung

„Seitdem man begonnen hat, die einfachsten Behauptungen zu beweisen, erwiesen sich viele von Ihnen als falsch.“

Bertrand Russell²⁷²

Im allgemeinen ist die Induktion zu definieren als Schluss oder das Aufsteigen „von einzelnen Fällen zu allgemeinen Aussagen (Kritz; Lisch 1988: 121). In der Geschichte der Philosophie benannte erstmals Aristoteles „die Induktion als eine Methode, die es erlaube, von beobachteten Einzelfällen zu allgemeinen Gesetzen (Formen) aufzusteigen“, als ein „Freilegen des Allgemeinen im Besonderen“ (Andersson 1989: 150).

Die so angesprochene Induktion oder der induktive Schluss, welcher als Gegenpol zur Deduktion betrachtet und besprochen wird, ist in formallogischer Terminologie präziser als unvollständige Induktion anzusprechen und weist als primäres Strukturmerkmal das Charakteristikum auf, dass die induktiv gewonnene Konklusion über die Prämissen hinausgehen (Andersson 1989: 151). Aus dem Tatbestand heraus, dass die vollständige Induktion, durch die deduktive Logik abgedeckt, als deduktives Verfahren anzusprechen ist, bildet die unvollständige Induktion als der induktive Schluss im hier gemeinten Sinne den Gegenstand der Betrachtung induktiven Denkens, wobei zwei Formen zu unterscheiden sind (Andersson 1989: 150ff). Diese sind zum einen die induktive Verallgemeinerung als induktiver Schluss von einer Teilmenge zu einer Gesamtmenge, wobei die Prämissen aussagen, dass für alle Elemente einer Teilmenge eine gewisse Eigenschaft zutrifft, und die Konklusion, dass diese Eigenschaft für alle Elemente in der Gesamtmenge zutrifft, wobei diese Konklusion häufig eine allgemeine Hypothese über unendlich viele Elemente einer Gesamtmenge und damit einen Allsatz darstellt (Andersson 1989: 151). Zum anderen ist als zweite Form der unvollständigen Induktion die voraussagende Induktion als ein Schluss von einer Teilmenge auf eine andere anzuführen, wobei die Prämissen aussagen, dass für alle Elemente einer Teilmenge eine gewisse Eigenschaft zutrifft, und die daraus induktiv abgeleitete Konklusion, dass für Elemente einer anderen Teilmenge dieselbe Eigenschaft Gültigkeit besitzt (Andersson 1989: 151). Der zentrale Problembereich der Induktion ist somit, dass „induktives Schließen zum einen die Wahrheit des Allgemeinen- des induzierten Gesetzes bzw. der induzierten Gesetzesaussage nicht ohne weiteres aus dem Besonderen abgeleitet werden kann und dass zum anderen die Konklusion gegenüber der Prämisse (den Prämissen) gehaltserweiternd ist“, so dass aus einer prinzipiell endlichen Menge singulärer Aussagen auf die Wahrheit eines Allsatzes geschlossen werden soll, dessen Gehalt prinzipiell

²⁷² Zitiert nach Beck-Bornholdt; Dubben 2001: 190.

den Gehalt der Klasse der zugrundeliegenden Beobachtungssätze übersteigt (Esser; Klenovits; Zehnpfennig 1977: 129f).

Die aus dem Erkennen dieser Strukturen resultierende, erste explizite Distanzierung von der wahrheitskonservierenden und gehaltserweiternden, unvollständigen Induktion erfolgte durch David Hume (1711-1776), der ausführte: „Der Schluß von einer immer nur endlichen Menge beobachteter Einzelinstanzen auf ihr auch notwendiges Auftreten in der Zukunft ist –logisch gesehen– nicht begründet und beruht –psychologisch gesehen– auf bloßer Gewohnheit“ (zit. nach Esser; Klenovits; Zehnpfennig 1977: 130). In diesem psychologischen Bezugnahmen betrachtet Hume somit den Glauben an die Induktion als eine Eigenschaft der menschlichen Natur und aus der Perspektive von Karl R. Popper, in dessen einflussreichen wissenschaftstheoretischen Arbeiten die formallogische Problematik der Induktion und ihre damit einhergehenden erkenntnistheoretischen Aufgabe zugleich das Abgrenzungskriterium zwischen wissenschaftlichen und metaphysischen Aussagensystemen lieferte, wird der Glaube an die Induktion und damit an bleibenden Wahrheiten als „leider unvermeidliche biologische Schwäche des Menschen“ beschrieben (Andersson 1989: 152f; Alt 1992: 13ff; Johnson-Laird 1996: 270).

8.1 Induktion und Wahrscheinlichkeit

In dem Versuch der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung solcher induktiver Denkprozesse und der diesbezüglichen Modellbildung wurde, wie bereits erläutert, auf induktivstatistische Modelle und Verfahren zurückgegriffen, so dass diesem präskriptiven Modell folgend induktives Schließen kognitionswissenschaftlich jene kognitiven Prozesse beschreibt, „mit denen man zu Conclusiones gelangt, die probabilistischer Art sind und nicht Gewissheit ausdrücken“ (Coombs; Dawes 1975: 139ff; Seel 1991: 71; Anderson 1996: 320; Tarassow 1998: 49f). Die hierbei zugrundegelegte These der fokussierten Betrachtung diesen Gegenstandes in der Kognitionswissenschaft war, dass induktive Schlüsse bei unsicherem Wissen „in der Tat den Prototyp menschlicher Erkenntnis“ darstellt (May 1987: 10).²⁷³ So wird, vor dem Hintergrund einer zunehmenden Menge kognitiv zu verarbeitender probabilistischer Information, angenommen, dass induktives Denken auf der Grundlage dieser Information den bedeutensten menschlichen Problemlösungsprozess darstellt, welcher sich durch folgende drei Dimensionen auszeichnen (Nisbett u.a. 1983; Sedelmeyer 1993):

1. Die Dimension der Konzeptinformation hierbei angewendeter Vorgehensweisen.
2. Die Dimension der gehaltserweiternden Generalisierung in Relation zum Erfahrungsdatum.

²⁷³ Ähnlich äußern sich auch u.a. Dörner 1999: 145; Sorger 1999: 3.

3. Die Dimension der Bildung von adaptierenden Prognosen.

Diese, vom Paradigma der Informationsverarbeitung nicht isoliert sondern in dessen Kontext zu betrachtende, Perspektive geht dabei davon aus, dass bei der Betrachtung dieser drei Dimensionen menschlichen Denkens unter Unsicherheit statistische Prinzipien von Bedeutung sind (Nisbett u.a. 1983; Sedelmeyer 1993).

Die Vorgehensweise induktiven Denkens, dass mit einer gewissen wahrheitsbezogenen Unsicherheit von bekannten Erfahrungsdaten auf allgemeingültige Aussagen oder Prognosen folgert, basiert dabei auf der Prämisse, dass es in der Welt entdenkbare Regularitäten gibt (Seel 1991: 71). Nur über diese Annahme einer konsistenten Welt ist kognitiv die Situation zu erstellen, aus der heraus aus singulären Beobachtungen, unter Hinzuziehung von faktischen oder konstruierten Regularitäten und Gesetzmäßigkeiten, ein kognitiver Mechanismus zu induzieren ist, unter dessen Anwendung gleiche Bedingungskomplexe gleiche Ergebnisse hervorbringen (Seel 1991: 71f).

Die kognitionswissenschaftliche Betrachtung von induktiven Denkprozessen betrachtet dabei wahrheitsbezogen die kognitive Verarbeitung frequentistischer Informationen, was eine in- als auch outputbezogene Wahrscheinlichkeitsbetrachtung einschließt (Coombs; Dawes 1975: 139ff). Hieraus erwächst eine in Relation zu den klassischen Begriffen der Wahrscheinlichkeitsinterpretation Vermischung aus subjektivem und objektiven oder präziser frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff, welche einleitend zu klären ist (Plach 1998: 39ff).²⁷⁴

8.1.1 Wahrscheinlichkeitsinterpretationen und Kognitionspsychologie

Aufbauend auf die bereits dargestellten konkurrierenden theoretischen Ansätzen der Wahrscheinlichkeitstheorie zur Interpretation numerischer Daten, welche der wahrscheinlichkeitstheoretischen Axiomatik entsprechen, soll im folgenden einleitend die kognitionswissenschaftliche Betrachtung subjektiver Wahrscheinlichkeiten erläutert werden.²⁷⁵

Doch obgleich die kognitionswissenschaftliche Fachdiskussion zu diesem Themenbereich mit unverminderter Ausdauer und Härte weiter anhält und als nicht gelöst anzusprechen ist, scheinen sich im Zuge der diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung die bisher unversöhnlich gegenüberstehenden

²⁷⁴ Siehe hierzu auch Kap. 2.2.3.

²⁷⁵ Siehe zu den konkurrierenden Formen der Interpretation des Wahrscheinlichkeitskalküls Kap. 2.2.3. und zur kognitionswissenschaftlichen Strukturierung von Unsicherheit Kap. 5.6.

subjektivistischen und objektivistischen Positionen anzunähern oder zu mindestens in der Debatte an Bedeutung zu verlieren in der Gestalt, dass ein subjektiv interpretierter Wahrscheinlichkeitsbegriff auf eine objektiv existierende Entität Bezug nimmt und deren objektiv geltenden Gesetzmäßigkeiten zu mindestens näherungsweise adäquat entspricht (Gigerenzer; Hoffrage; Kleinböling 1991: 510; Bea 1995: 8f; Gigerenzer; Hoffrage 1995; Nothbaum 1997: 29; Plach 1998: 39ff).

Diese synthetisierende Perspektive zwischen subjektivistischen und objektivistischen Positionen der Interpretation des Wahrscheinlichkeitskalküls ist konstituierend für die weiteren Betrachtungen und begründet sich über zwei Argumentationslinien, die wie folgt zusammenzufassen sind (Bea 1995: 8f):

1. Die objektive Charakteristik von Wahrscheinlichkeitsaussagen begrenzt sich über die Verfügbarkeit benötigter Informationen und der wahrscheinlichkeitstheoretisch korrekten Verarbeitung dieser Informationen. Da beide Kriterien in der Realität nur näherungsweise realisiert sind, eröffnet sich ein Bereich der Betrachtung der Güte von subjektiven Wahrscheinlichkeiten in Relation zu präskriptiven Normen.
2. Unter bewusster Vernachlässigung diesbezüglicher wahrscheinlichkeitstheoretischer Auseinandersetzungen zwischen Subjektivisten und Objektivisten vereinen fundamentale Regeln zum Umgang mit Wahrscheinlichkeiten, wie beispielsweise das Theorem von Bayes zur Revision bedingter Wahrscheinlichkeiten im Lichte objektiver Information, sowohl subjektive als auch objektive Dimensionen des Wahrscheinlichkeitskalküls, so dass ein Zulassen dieser synthetisierenden Betrachtung als angemessen erscheint.

Diese Betrachtung von Wahrscheinlichkeiten über die verschiedenen Schulen der Wahrscheinlichkeitsbegriffe hinweg als Negation monistischer Deutungen kann bereits auf entsprechende Traditionen in der Wahrscheinlichkeitstheorie hinweisen und erlangte in der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung insbesondere über die experimentell beobachtete, allgemein relativ gute Übereinstimmung zwischen der Wahrscheinlichkeit der Vorgänge und den relativen Häufigkeiten der entsprechenden kognitiv vollzogenen Wahlen, allgemeine Beachtung (Goodnow; Postman 1971: 296f; Pähler 1989: 378).²⁷⁶

Ausgehend von diesen Verhältnissen erwächst eine noch immer währende kognitionswissenschaftliche Debatte um den Begriff der subjektiven Wahrscheinlichkeit und deren objektiven oder frequentistischen Dimensionen sowie ein sich abzeichnendes, entspannteres Verhältnis bezüglich dieser Fragestellung in der Gestalt,

²⁷⁶ Siehe hierzu auch Kap. 2.2.3 sowie Pähler 1989.

dass ein vornehmlich subjektivistisch verstandener Wahrscheinlichkeitsbegriff objektivistische Dimensionen aufweist, da er sich auf eine objektiv existierende Realität bezieht und dessen Gesetzmäßigkeiten zu mindestens ansatzweise gerecht wird (Gigerenzer; Hoffrage 1995; Plach 1998: 40f; Gigerenzer u.a. 1999).

8.1.2 Subjektive Wahrscheinlichkeiten mit objektivem Bezug als wissenschaftlicher Forschungsgegenstand

*„Wer Eier nach Gefühl kocht,
wird mit Wahrscheinlichkeiten auch nicht anders umgehen.“*

Hans Herrmann Dubben²⁷⁷

Die Ver- und Anwendung des Begriffs subjektiver Wahrscheinlichkeiten in der Psychologie, welche diese Interdependenz zwischen mathematischen und psychologischen Dimensionen dabei beleuchtete, war von einem ausgeprägten Wandel gekennzeichnet, der sich näherungsweise in folgenden drei aufeinanderfolgenden Phasen aufgliedern lässt (Plach 1998: 39):

1. Phase: Subjektive Wahrscheinlichkeiten werden als Transformation mathematischer Wahrscheinlichkeiten betrachtet, wobei die Form dieser Transformation unberücksichtigt blieb. In diese Phase fallen auch die klassischen psychologischen Untersuchungen zur Revision subjektiver Wahrscheinlichkeiten.
2. Phase: Zum Ende der 1960er Jahre wird zunehmend die präskriptive Verwendung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes fokussiert, verbunden mit der Forderung, Urteiler zu subjektiven Wahrscheinlichkeitsurteilen zu veranlassen, den Regeln der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie zu genügen.
3. Phase: Subjektive Wahrscheinlichkeiten werden zunehmend als eine von mehreren Möglichkeiten der Abbildung eines inneren Zustandes von Unsicherheit aufgefasst.

Dazu ist festzuhalten, dass diese Phasen mit der bis heute währenden kognitionspsychologischen Debatte zur psychologischen Verwendung und Betrachtung subjektiver und personeller Wahrscheinlichkeiten zum einen durch die in der subjektivistischen Wahrscheinlichkeitstheorie angelegten und behaupteten psychologischen Bezüge angeregt und gefördert wurden. Hierzu tritt zum anderen eine temporäre Überbetonung des normativen Charakters abstrakt-mathematischer Wahrscheinlichkeitskalküle, die dem kognitionspsychologischen Ansatz der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) mit der damit verbundenen Verneinung einer deskriptiven Relevanz wahrscheinlichkeitstheoretischer Konzepte zugrunde liegt (Nothbaum 1997: 29; Plach 1998: 40).

²⁷⁷ Aus: Beck-Bornholdt; Dubben 2001: 48.

Neben diesen Arbeiten um das Paradigma der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) ist jedoch insbesondere die durch Gigerenzer u.a. (1991) vorgestellte Theorie der Probabilistisch Mentalen Modelle (PMM) ein einflussreicher kognitionswissenschaftlicher Theorieansatz zu benennen, der induktive kognitive Prozesse auf der Basis frequentistischer Informationen zu beschreiben und erklären versucht (Plach 1998: 21f). Bevor jedoch die Überwindung der Überbetonung des Gegensatzes zwischen normativer und deskriptiver Betrachtung in der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung, wie er im Forschungsansatz der „Heuristics And Biases“ von Daniel Kahneman und Amos Tversky (1982)²⁷⁸ enthalten ist, durch die Arbeiten um Gerd Gigerenzer eine Darstellung erfahren, ist zunächst einmal die Perspektive der Verknüpfung zwischen Inferenz unter Unsicherheit und statistischen Verfahren zu relativieren.²⁷⁹

8.1.3 Statistische Verfahren und Inferenz unter Unsicherheit

Die Anwendung eines präskriptiven statistischen Modells in der Kognitionswissenschaft weist sowohl eine deskriptive wie normative Dimension auf, da in der kognitionswissenschaftlichen Theorie- und Modellbildung sowohl die Beschreibung und Erklärung beobachteten kognitiven Verhaltens das wissenschaftliche Erkenntnisziel darstellt als auch die optimalen Entscheidungen zur Identifikation und Korrektur von kognitiven Fehlern und Irrtümern als rein deduktive Anwendung formaler Modelle und Verfahren ein Gegenstand der Betrachtung sind (Coombs; Dawes 1975: 139f; Plach 1998: 1ff).

Diese Verwobenheit von Deskription und Normativität in der kognitionswissenschaftlichen Anwendung präskriptiver Modelle innerhalb ihrer Theoriebildung erwächst insbesondere aus dem Tatbestand, dass kognitive Inferenzbildung, wie jede Inferenz, trotz ihres prozeduralen Charakters Wissen voraussetzt (Coombs; Dawes 1975: 140; Seel 1991: 70). Damit ist induktive Inferenz auch und insbesondere Wissen, und zwar Wissen über den Prozess, in dem aus Wissen anderes Wissen erschlossen wird und somit als Wissen über die Verarbeitung von Wissen benennbar wird, was damit von gegenstandsbezogenem Wissen zu unterscheiden ist (Bibel 1985; Seel 1991: 70f).²⁸⁰

²⁷⁸ Vgl. hierzu Kahneman, Slovic; Tversky 1982 und siehe Kap 9.

²⁷⁹ Vgl. hierzu u.a. Gigerenzer 1991b; Gigerenzer; Hoffrage 1995; Gigerenzer; Hoffrage; Kleinböling 1991 und siehe Kap. 9.

²⁸⁰ Diese synonyme Benennung induktiver Informationsverarbeitungsprozesse unter Vernachlässigung der Art der zugrundeliegenden Information verdeutlicht die paradigmatische Dominanz der Arbeiten um Kahneman, Slovic und Tversky (1982), so dass

8.2 Wahrscheinlichkeitsbezogene experimentelle Befunde in normativer Perspektive

„Wir werden bestimmten theoretischen Konklusionen begegnen, die nicht nur unerwartet sind, sondern unsere Intuition und unseren gesunden Menschenverstand regelrecht schockieren.“

William Feller: An introduction to probability theory and its applications²⁸¹

Eng mit der zuvor betrachteten Debatte um den Begriff der Wahrscheinlichkeit in seiner Anwendung auf kognitionswissenschaftliche Fragestellungen verbunden ist jene der normativen Betrachtung induktiver kognitiver Leistungen auf der Basis frequentistischer Information mit der damit verbundenen Fragestellung, ob die dabei verwendeten formalen wahrscheinlichkeitstheoretischen und statistischen Verfahren als adäquate normative Lösung angesprochen werden können.²⁸²

Unter der Voraussetzung der Akzeptanz normativer Lösungen solcher Provenienz eröffnet sich die Perspektive einer normativen Betrachtungsweise kognitiver Leistungen in Form eines Vergleichs zwischen experimentell erhobenen kognitiven Urteile als „Ist“ und den entsprechenden normativen Ergebnissen als „Soll“, wie sie in dem Forschungsparadigma des „Heuristics And Biases“ angelegt sind (Bea 1995: 14f). Beachtlich und weiterleitend ist hierbei, dass die wahrscheinlichkeitstheoretische Begründung der normativen Lösung grundsätzlich auf Modellannahmen aufbaut und aufbauen muss und somit die normativ dargelegte Lösung nicht mit mechanischem Rechnen verwechselt werden sollte (Gigerenzer 1993: 116).

Im Zuge dieser normativen Betrachtung induktiver Urteilsprozesse im Rahmen menschlicher Kognition gerät der Begriff der „stochastischen Problemaufgabe“ in Anlehnung an Scholz in den Blickpunkt der Betrachtung, welche, unter Bezugnahme auf den Begriff des Problems als mit Barrieren, Schwierigkeiten und Hindernissen behaftete Überführung einer Anfangszustandes in einen Ziel- oder Endzustand, zu definieren sind als Problemaufgaben, bei denen diese Schwierigkeiten und Hindernisse im kognitiven Prozess der Problembearbeitung im wesentlichen mit dem Wahrscheinlichkeitsbegriff verknüpft ist, wobei diese Verknüpfung wissenschaftlich anerkannt sein sollte (Bea 1995: 15).

Im folgenden sollen, vor der Betrachtung der diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Theorieansätze, einschlägige experimentelle Befunde zum kognitiven Bearbeitung solcher Problemaufgaben betrachtet werden, wobei in Anlehnung an Bea (1995) keine heuristik- und damit paradigmbezogene Darstellungsform

erst 1994 durch Schum explizit betont wurde: „Though all statistical is probabilistic, not all probabilistic reasoning is statistical“ (Schum 1994: 46).

²⁸¹ Zitiert nach W. Krämer 1998: 35.

²⁸² Siehe hierzu ausführlich Kap. 6.2.1.

gewählt wird, sondern in bewusster Distanzwahrung zu theoretischen Erklärungsansätzen die kognitiven Anforderungen, welche Gegenstand des kognitionswissenschaftlichen Experimentes darstellen, dass übergeordnete Gliederungsprinzip der Strukturierung bildet (Bea 1995: 15).

Hiervon geleitet sind diese Anforderungen und die hierunter zu subsumierenden experimentellen Befunde zu untergliedern in das Erkennen wahrscheinlichsbezogener Situationen, das Schätzen subjektiver Wahrscheinlichkeiten, das Ermitteln (prinzipiell) objektiver Wahrscheinlichkeiten und die Wahrscheinlichkeitsrevision im Lichte neuer Erfahrung unter Bezugnahme auf das Theorem von Bayes, wobei dieser Strukturierung der zu betrachtenden experimentellen Befunde auch der Forderung der differenzierten kognitionswissenschaftlichen Betrachtung subjektiver und objektiver Wahrscheinlichkeiten entspricht (Anderson 1996: 333ff; Bea 1995: 15).

Die einzelne Darstellung der entsprechenden experimentellen Befunde erfolgt hierbei in Anlehnung an diesbezügliche Strukturierungen von Scholz in Form eines vierstufigen Schemas, welches sich wie folgt aufgliedert (Bea 1995: 15):

1. Formulierung der Problemaufgabe,
2. Darstellung der Aufgabencharakteristika unter Betonung der wissenschaftlich anerkannten normativen Lösung,
3. Übersicht über empirische Befunde zur Lösung aus der Literatur und
4. kognitionswissenschaftliche Erklärungsversuche.

Der vierte Bereich der kognitionswissenschaftlichen Erklärungsversuche wird jedoch im folgenden neunten Kapitel ausführlich und einschließlich der diesbezüglichen Theoriediskussion unter Bezugnahme auf die hier dargestellten empirischen Befunde dargestellt, wobei in Anbetracht der Fülle diesbezüglicher experimenteller Befunde in der Kognitionswissenschaft eine essentialistische Vorgehensweise im folgenden unabdingbar erscheint.²⁸³

²⁸³ Darüber hinaus wird das oben dargestellte viergliedrige Schema, welchen jeweils den Einstieg in die Darstellung der normativen experimentellen Befunde bildet, gegebenenfalls jeweils ergänzt durch verwandte und bekannte kognitiven Phänomene sowie der bestehenden aufgabenbezogenen Kritik an der normativen Aufgabenkonstruktion.

8.2.1 Das Erkennen wahrscheinlichkeitsbezogener Situationen

Ein zentraler Bereich der in normativer Perspektive generierten experimentellen Befunde bildet das Problem des kognitiven Erkennens einer Problemstellung als wahrscheinlichkeitsbezogene und –behaftete Aufgabe (Bea 1995: 17).

Dieses Problem des Nichterkennens des wahrscheinlichkeitsbezogenen Aufgabencharakters, bei dabei häufig beobachtbarem Festhalten an deterministischen Vorstellungen, soll im Folgenden anhand entsprechender experimenteller Befunde illustriert werden (Bea 1995: 18).

8.2.1.1 Das Erkennen wahrscheinlichkeitsbezogener Einflüsse

Das Problem des Erkennen von stochastischen Einflüssen ist über die auf Jepson, Krantz und Nisbett aus dem Jahre 1983 zurückgehende Aufgabenstellung zu veranschaulichen, welche sich wie folgt gestaltet (Bea 1995: 17):

„In den USA werden die Footballendspiele („Super Bowl“) und die Baseballendspiele („World Series“) nach unterschiedlichen Modi ausgetragen.

Beim Football gibt es ein Endspiel auf neutralem Platz. Super- Bowl Gewinner ist somit der Sieger dieses Spiels.

Beim Baseball gibt es sieben Endspiele, die abwechselnd in den Heimatstädten der Endspielteilnehmer durchgeführt werden. World- Series- Gewinner ist somit die Mannschaft, die bei mindestens vier dieser Endspiele siegreich ist.

Welcher Modus ist Ihrer Meinung nach der Bessere, um den Sieger zu bestimmen?

- *World Series (Baseball)*
- *Super Bowl (Football)“*

Die normative Lösung dieser Aufgabenstellung basiert dabei auf der, durchaus als restriktiv zu bezeichnenden Annahme, dass hier zur Problembearbeitung eine wahrscheinlichkeitstheoretische Perspektive als adäquat zu bezeichnen ist und in dieser Betrachtung eine größere Anzahl der Endspiele den Moment des Zufalls verkleinert und somit der Baseball-Modus als gerechter eingestuft werden muss (Bea 1995: 17).

Die entsprechenden experimentellen Befunde von Jepson u.a. (1983) und Plach (1995) belegen gemäß der folgenden Tabellen, dass etwa zwei Drittel der Probanden sich für den Baseball- Modus mit sieben Endspielen entscheiden, wobei in der Begründung dieser Entscheidung das Erkennen des stochastischen Problemcharakters der Aufgabenstellung dominiert (Bea 1995: 18):

Autor:	Umfang:	Baseball:	Football:	keine Ent.:	k. A.:
Jepson 1983	n=112	62,0%	25,0%	13,0%	-
Bea 1995	n=295	66,1%	31,9%	-	2,0%

Begründung (Bea 1995: 18):

Begründung der Antwort:	Baseball:	Football:	Σ
Stochastische Begründung	181	0	181
Neutraler Boden gerechter	0	72	72
Anders numerisch	2	3	5
Anders verbal	4	14	18
Ohne Begründung	8	5	13
Summe	195	94	289

Tab. 22: Antwortverteilung und Begründung zum Erkennen wahrscheinlichkeitsbezogener Einflüsse

In der weiteren wissenschaftlichen Betrachtung des kognitiven Erkennens von wahrscheinlichkeitsbezogenen Einflüssen wurden solch geartete Aufgabenstellungen zur Eruierung des hierauf bezogenen Bedingungskomplexes variiert, wobei folgende Faktoren für die kognitive Aktivierung wahrscheinlichkeitsbezogener Denkprozesse isoliert wurden (Bea 1995: 18). Diese kognitive Aktivierung wahrscheinlichkeitsbezogener Denkprozesse erfolgt demnach umso eher,

- je eindeutiger der Stichprobenraum und die Art der Stichprobenziehung sind,
- je klarer die Rolle, die der Zufall spielt, spezifiziert ist, und
- je mehr die Kultur der Probanden stochastische Prinzipien als normativ empfindet (Nisbett u.a. 1983; Bea 1995: 18).

8.2.1.2 Das Erkennen der Regression zur Mitte

Eine weitere Form der Überprüfung des Erkennens wahrscheinlichkeitsbezogener Situationen bildet das Erkennen von Regressionseffekten (Bea 1995: 19; Nothbaum 1997: 62; Paulos 2000: 62ff).

Die experimentelle Betrachtung des kognitiven Erkennens von Regressionseffekten sei anhand einer Ausgabe von Bazerman illustriert (Bea 1995: 19):

„Sie sollen Vorhersagen über den Umsatz im Jahr 1993 für fünf Niederlassungen einer Kaufhauskette machen. Die fünf Häuser sind vergleichbar bezüglich Größe und Warenangebot. Statistische Schwankungen müssen somit -neben dem Standort- in erster Linie für Unterschiede in den Verkaufszahlen verantwortlich gemacht werden.

Zusätzlich zu den Umsatzzahlen von 1991 (s.u.) ist Ihnen eine verlässliche Schätzung der Planungsabteilung bekannt, nach der der Gesamtumsatz aller 5 Häuser von 1991 zu 1993 um 10 % auf 55.000 DM steigen wird.

Schätzen Sie die Verkaufszahlen der 5 Häuser für das Jahr 1993.“

Haus Nr.:	1991	1993
1	12.000,- DM	, - DM
2	11.000,- DM	, - DM
3	10.000,- DM	, - DM
4	9.000,- DM	, - DM
5	8.000,- DM	, - DM
Summe:	50.000,- DM	55.000,- DM

In normativer Betrachtung besteht nunmehr die Fragestellung darin, ob der in der Aufgabenstellung explizit angegebene Verweis auf die stochastische Charakteristik der Schwankungen der Umsätze als relevant erachtet wird und somit in dem Problemlösungsprozess sowie in dessen Ergebnis Berücksichtigung findet (Bea 1995: 19). Eine solche Berücksichtigung der Variation der Umsätze als statistische Schwankungen würde es ausschließen zu erwarten, dass sich die Ergebnisse von 1991 im Jahr 1993 strukturell wiederholen, wobei insbesondere einer gleichmäßige Umsatzerhöhung von den prognostizierten 10 % die Annahme eine vollständig positiven Korrelation der Umsätze in 1991 und 1993 beinhalten würde (Bea 1995: 19). Statt dessen wäre in Anbetracht des wahrscheinlichkeitsbezogenen Charakters der Aufgabenstellung ein Regressionseffekt zur Mitte zu erwarten, so dass sich die Umsatzschätzungen für 1993 dem mittleren erwarteten Wert von 11.000,- DM annähern und sich die Varianz der Umsatzschätzungen für 1993 im Vergleich zu der Varianz der Umsätze von 1991 verringert (Bea 1995: 19).

Die zu dieser Aufgabenstellung bzw. einer vergleichbaren experimentell ermittelten empirischen Befunde seien Anhand von zwei diesbezüglichen Untersuchungen von Kahneman aus dem Jahre 1973 sowie von Bea 1995 in Form folgender Tabelle zur Anschauung gebracht, wobei zu dieser die Antwortverteilung sowie die dazu herangezogenen Begründungen dargestellt sind (Tversky; Kahneman 1973; Bea 1995: 20):

Autor:	Umfang:	Regr.:	k. Regr.:	entg. Regr.:	k. A.:
Kahneman 1973	n=108	22,2%	67,6%	10,2%	-
Bea 1995	n=295	19,6%	61,7%	15,3%	3,4%

Begründung (Bea 1995: 20):

Begründung der Antwort:	Regr.:	k. Regr.:	ent. Regr.:	Σ
Näher zusammen/ Diff. stochastisch	23	0	0	23
Umsatz je 11.000,- DM (mangels Info.)	11	0	0	11
Umsatz rein zufällig gestreut um 11.000,- DM	6	0	0	6
Gleiche absolute Steigerung: Je zuzügl. 1000,- DM	4	0	0	4
Gleiche prozentuale Steigerung: Je zuzügl. 10 %	0	119	0	119
Die Großen werden immer größer	0	0	33	33
Ohne Begründung	14	63	12	89
Summe	58	182	45	285

Tab. 23: Antwortverteilung und Begründung zum Erkennen der Regression zur Mitte

Im Lichte dieser experimentellen Befunde ist das Nicht-erkennen von Regressionseffekten mit einem Anteil von rund 80 % der Probanden ein kognitives Phänomen von ausgeprägter Robustheit (Bea 1995: 20). Mit Blick auf die zur Antwort gegebenen Begründungen wird ersichtlich, dass 42 % der Probanden die Umsatzzahlen von 1991 als alleinige Grundlage ihrer Schätzungen für 1993 heranziehen und somit rein deterministische Lösungsstrategien verfolgen, so dass auch in dieser Perspektive das Nichterkennen von Regressionseffekten mit dem Nichterkennen des wahrscheinlichkeitsbezogenen Aufgabencharakters gleich zu setzen ist (Bea 1995: 20).

Zur theoretischen Erklärung dieses experimentellen Befundes wurde im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) die Repräsentativitätsheuristik vorgeschlagen und ihr ein entsprechender Bias zugeordnet (Bea 1995: 20). Jedoch wäre auch die Heuristik des Verankerns und Anpassens potenziell zur Erklärung dieses Phänomens geeignet wenn davon ausgegangen würde, dass der Wert von 1991 als Anker verwendet wird und ausgehend von diesem die beobachtete ausbleibende Anpassung als eine ungenügende betrachtet wird (Bea 1995: 20). Darüber hinaus bildet auch die Anwendung von Kausalschemata eine mögliche theoriegeleitete Betrachtung dieser experimentellen Befunde, indem angenommen wird, dass das kognitive Erkennen von Regressionseffekten mit einer Suche nach kausalen Erklärungen einhergeht und im Umkehrschluss hieraus Regressionseffekte ungeachtet bleiben, da sie auf-

grund mangelnder Kausalität nicht erwahrt werden (Kahneman; Tversky 1973; Tversky; Kahneman 1974; Bea 1995: 20).²⁸⁴ Daher kann zusammenfassend festgehalten werden, dass „keine der Heuristiken für sich einen geschlossenen und validen Ansatz zur Erklärung der beobachteten Effekte liefert“ (Bea 1995: 21).

8.2.2 Das Schätzen von subjektiven Wahrscheinlichkeiten

Die experimentellen Befunde zum Schätzen von subjektiven Wahrscheinlichkeiten haben Aufgabenstellungen zum Gegenstand, aus denen allein eine Wahrscheinlichkeit nicht unmittelbar folgt, so dass subjektive Vorstellungen im Sinne von Graden des Führwahrhaltens als in diesem Sinne subjektive Wahrscheinlichkeiten in die kognitive Aufgabenlösung mit einfließen (Bea 1995: 21).

Neben der allgemein für solcher Art Aufgabenstellungen feststellbare Tendenz zur Überschätzung kleiner und Unterschätzung größer Wahrscheinlichkeiten sind die folgenden experimentellen Befunde herauszustellen (Bea 1995: 21ff).

8.2.2.1 Fehlschlüsse aufgrund unzuverlässiger Information

Der Gegenstand der Betrachtung von Fehlschlüssen aufgrund unzuverlässiger Information bildet die Anwendung solch gearteter Informationen zur Abschätzung von Anteilswerten, wie dies die Aufgabenstellung der folgenden Aufgabe, die auf Bazerman aus dem Jahre 1991 zurückgeht, darstellt (Wessels 1994: 369f; Bea 1995: 22):

„Die folgenden 10 Unternehmen waren in der Zeitschrift Fortune unter den 500 umsatzstärksten amerikanischen Unternehmen aufgeführt.

Schätzen Sie den Umsatzanteil von Gruppe A und Gruppe B, bezogen auf die 10 angeführten Unternehmen (zusammen 100%)“

	Gruppe A:	Gruppe B:
	Apple Computers Coca- Cola Enterprises Gilette Hershey Foods Lever Brothers	Champion International Coastal CPC Northrup Weyerhaeuser
geschätzer Umsatzanteil:	%	%

²⁸⁴ Siehe zur Repräsentativitätsheuristik Kap. 9.1.1 einschließlich dem hierzu formulierten Bias der Nichtberücksichtigung der Regression zur Mitte Kap. 9.1.1.4 sowie zur Heuristik des Verankerns und Anpassens Kap. 9.1.3 und zur Heuristik der Kausalität Kap. 9.1.4.

Der Gegenstand dieser Aufgabenstellung bildet nicht der Vergleich zwischen den geschätzten Umsatzanteilen und den real realisierten, sondern die subjektive Schätzung dieser, für die Probanden aller Wahrscheinlichkeit nach unbekannt, Anteile (Bea 1995: 22). Über die 10 in zwei Gruppen getrennten Unternehmen ist somit aus der Perspektive der Probanden, außer der für die Problemlösung irrelevanten Information, dass sie zu den 500 umsatzstärksten Unternehmen der USA gehören, nichts bekannt, woraus folgt, dass in normativer Perspektive die beste Lösung dieser Aufgabenstellung im Sinne der Minimierung des zu erwartenden Schätzfehlers jene ist, jeder der zwei Gruppen die Hälfte, also 50 % Umsatzanteil, zuzuordnen (Bea 1995: 22).

Den empirischen Befund zu dieser Aufgabenstellung stellt die Verteilung der geschätzten Anteilswerte der Unternehmensgruppe A in der Untersuchung von Bea (1995) an 295 Personen dar, die anhand statistischer Kennzahlen sowie der Begründungen der Probanden in der folgenden Tabelle zu Anschauung gebracht ist (Bea 1995: 23):

Kennzahlen der Antwortverteilung Anteilswerte Gruppe A:	
Mittelwerte:	
arithmetisches Mittel	64,9%
Median	65,0%
Streuung:	
Range (Min.-Max.)	20,0 % - 97,0 %
Quartile $Q_{0,25}$	50,0%
Quartile $Q_{0,75}$	75,0%
<i>Keine Angabe</i>	3,1%

Begründung (Bea 1995: 23):

Begründung der Antwort:	Umsatzanteil Gruppe A:			Σ
	= 50%	> 50%	< 50%	
Keine reliable Information vorhanden	55	5	0	60
Höherer Bekanntheitsgrad in Gruppe A	0	170	0	170
Fachwissen	0	1	6	7
Anders verbal	2	4	6	12
Ohne Begründung	10	23	3	36
Summe	67	203	15	285

Tab. 24: Antwortverteilung und Begründung zu Fehlschlüssen aufgrund unzuverlässiger Information

Im Lichte dieser deskriptivstatistischen Kennzahlen der Verteilung der geschätzten Umsatzanteile der Gruppe A ist ersichtlich, dass diese Schätzwerte tendenziell deutlich über 50% als normativ korrekte Aufgabenlösung liegen, was auch die mit $p < 0,001$ hochsignifikanten induktivstatistischen Testergebnisse sowohl des

einseitigen t- als auch des Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest auf einen Mittelwert von 50% belegt (Bea 1995: 23).²⁸⁵

Zum Zwecke der theoretischen Erklärung dieses experimentellen Befundes wurde in der Tradition des Forschungsprogramms der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) die Verfügbarkeitsheuristik als Erklärung und ihr ein diesem Fehlschluss entsprechende Biases zugeordnet (Bea 1995: 23).²⁸⁶ In dieser Erklärungsperspektive werden aufgrund des höheren Bekanntheitsgrades der Unternehmen aus der Gruppe A, der mit einer größeren gedächtnisbezogenen Verfügbarkeit einhergeht, darauf geschlossen, dass diese Gruppe A im Vergleich zur Gruppe B größere und umsatzstärkere Unternehmen enthält, obgleich dieses Verfügbarkeitskriterium keinen Indikator für die Umsatzstärke darstellt (Bea 1995: 23).

Ein weiterer, überaus interessanter experimenteller Befund zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten stammt von Fischer und Jungermann, die Probanden fiktive Beipackzettel von Medikamenten vorlagen um zu ermitteln, wie verbale Häufigkeitsausdrücke wie „gelegentlich“, „selten“ oder „häufig“ kognitiv interpretiert werden (Jungermann u.a. 1998: 158). In den Probanden vorgelegten, fiktiven Beipackzetteln waren die Auftrittshäufigkeiten von Nebenwirkungen eben mit diesen verbalen Häufigkeitsausdrücken versehen, und die Probanden nunmehr die Aufgabe hatten, diesen verbalen Ausdrücken eine prozentuale Häufigkeit von 0 bis 100% zuzuordnen, wobei die Schwere und Bedeutsamkeit der beschriebenen Nebenwirkungen variierte (Jungermann u.a. 1998: 158).

²⁸⁵ Augenfalliger wird der kognitive Gegenstand dieser experimentellen Fragestellung anhand der klassischen Aufgabe von Kahneman und Tversky aus dem Jahre 1973, in der die Probanden zu beantworten hatten, welche mindestens drei Buchstaben enthaltenen Wörter mit einer größeren Wahrscheinlichkeit aus einem englischsprachigen Buch gezogen werden würden: Jene mit einem r an der ersten oder einem r an der dritten Stelle (Tversky; Kahnemann 1973: 211f; Tversky; Kahneman 1974: 1127; Wessels 1994: 370). Der weitaus größere Anteil von ca. 70% der Probanden im Verhältnis 105 zu 152 antwortete mit „an der ersten Stelle“, obgleich, wie in entsprechenden Zählungen ermittelt, in Wirklichkeit weit mehr Wörter der englischen Sprache ein r an der dritten Stelle haben als mit einem r beginnen (Tversky; Kahnemann 1973: 211f; Tversky; Kahneman 1974: 1127; Wessels 1994: 370).

²⁸⁶ Siehe zur Verfügbarkeitsheuristik Kap. 9.1.2 und zu den hier bedeutenden Biases den Bias der Beeinflussung durch Plastizität Kap. 9.1.2.1 sowie den Bias der Beeinflussung durch Präsenz der Ereignisse Kap. 9.1.2.2.

Dieser Experimentalaufbau führte zu dem Befund, dass Probanden bei konstanten verbalen Häufigkeitsausdrücken sehr viel kleinere numerische Prozentangaben generierten, wenn es sich um schwere und bedeutende Nebenwirkungen handelte, im Vergleich zu jenen, welche als eher unbedeutend anzusehen sind (Jungermann u.a. 1998: 158). Die Ergebnisse im sind einzelnen der folgenden Tabelle zu entnehmen (Jungermann u.a. 1998: 158):

<u>Ausdruck/Kontext</u>	Schwere Nw.:	Leichte Nw.:	Neutral/Kontrolle:
„Selten“	2,3%	8,8%	12,8%
„Gelegentlich“	6,8%	9,9%	27,8%
„Häufig“	23,8%	31,1%	66,8%

Tab. 25: Mittlere geschätzte prozentuale Häufigkeit von in ihrer Schwere variierenden Nebenwirkungen in Abhängigkeit zum verbalen Häufigkeitsausdruck

Als Ergebnis dieser Untersuchung ist somit festzuhalten, dass die kognitive Interpretation von Häufigkeitsausdrücken stark vom Kontext abhängig ist, wobei über 80% der beteiligten Probanden Zahlenangaben gegenüber den dargebotenen verbalen Ausdrücken bevorzugten (Jungermann u.a. 1998: 158).

8.2.2.2 Ungenügendes Anpassen

Die Aufgabenstellung des ungenügenden Anpassens betrachtet die Fragestellung, inwieweit eine bestehende und in der Aufgabenstellung enthaltene numerische Schätzung die durch die Probanden zu leistende beeinflusst (Bea 1995: 23). Dies sei anhand einer Aufgabe in Anlehnung an eine ebensolche von Kahneman und Tversky aus dem Jahre 1974 veranschaulicht, welche sich wie folgt darstellt (Tversky; Kahneman 1974; Bea 1995: 23):

„Bitte korrigieren Sie die folgende Aussage:

„Am 31. 12 1991 waren 10% der Vollmitglieder der Vereinten Nationen afrikanische Staaten.“

Dabei ist zu beachten, dass die angegebene Prozentzahl durch einen Zufallszahlengenerator bestimmt wurde und keineswegs als Anhaltspunkt für Ihre Schätzungen dienen darf!

Statt 10% muß es nach Ihrer Meinung _____% heißen“

Diese Aufgabenstellung bekamen in dem Experiment von Bea (1995) 50% der Probanden und die andere Hälfte eine Aufgabenstellung, in der die Angabe von 10% durch 65% ersetzt worden war (Bea 1995: 23).

Auch bei dieser Aufgabe wird angenommen, dass den Probanden der eigentlich feststehende, reale Anteilswert nicht bekannt ist und sie diesen über eine subjektive Schätzung bestimmen (Bea 1995: 24). Von Interesse ist jedoch nicht das

konkrete und Korrekte numerische Schätzergebnis, sondern der Vergleich der Schätzergebnisse zwischen der 10% und der 65% Probanden-Gruppen, wobei sich das Antwortverhalten als unabhängig von diesen als irrelevant zu betrachtenden und in der Aufgabenstellung angegebenen Anteilswerten darstellen sollte, was sich in einem annähernd gleichen Antwortverhalten beider Gruppen ersichtlich würde (Bea 1995: 24).

Als empirischer Befund zu dieser Aufgabenstellung seien die Mediane der Antworten der Untersuchung von Kahneman und Tversky (1974) und Bea (1995) sowie die Antwortbegründung letzterer Untersuchung in folgender Tabelle zur Anschauung gebracht (Bea 1995: 24):

Autor:	Stichproben -umfang n:	Median der Antworten:		k. A.:
		Vorgabe 10%:	Vorgabe 65%:	
Kahneman und Tversky 1974	n= unbekannt	25,0%	45,0%	-
Bea 1995	n=295	25,0%	25,0%	2,0%
		Arithmetisches Mittel:		
Bea 1995	n=295	24,5%	27,8%	

Begründung (Bea 1995: 24):

Begründung der Antwort:	f _i
Division Schätzung Anzahl afrikanischer Staaten/ Schätzung der Anzahl aller Staaten der Erde	175
Explizite Verwendung der Zufallszahl als Anker	17
Anders numerisch	2
Anders verbal	7
Ohne Begründung	63
Summe	264

Tab. 26: Antwortverteilung und Begründung zu Fehlschlüssen aufgrund ungenügenden Anpassens

Das im klassischen experimentellen Befund von Kahneman und Tversky über den Vergleich der Mediane festgehaltene, differierende Antwortverhalten der beiden Probanden- Gruppen könnte in der Untersuchung von Bea (1995) in dieser Form nicht reproduziert werden (Bea 1995: 24). Jedoch belegt der Vergleich der arithmetischen Mittel, ein einseitiger Zwei-Stichproben- t-Test auf die Gleichheit der Mittelwerte sowie ein entsprechender Wilcoxon-Rangsummen-Test mit $p = 0,001$ sowie $p = 0,003$ hochsignifikante Ergebnisse in der Entscheidung für die Annahme, dass sich zu mindestens ein Teil der Probanden durch die Anteilswertangabe in der Aufgabenstellung beeinflussen lassen (Bea 1995: 24).

Die theoretische Erklärung dieser Experimentalbefunde erfolgte im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) in Form der Heuristik des Verankerns und Anpassens, wobei ein entsprechender Bias generiert wurden (Bea 1995: 24).²⁸⁷ Bei den zugrundeliegenden kognitiven Prozessen wird in dieser theoriegeleiteten Erklärung der gegebene und keinerlei verlässliche Informationen enthaltene prozentuale Anteilswert als Ankerwert verwendet, von dem aus eine nur ungenügende Anpassung erfolgt (Bea 195: 24).

8.2.2.3 Die Verletzung der Konjunktionsregel

Ein weiterer klassischer normativer Befund beim Schätzen subjektiver Wahrscheinlichkeiten bildet die Nichtberücksichtigung der aus der Wahrscheinlichkeitstheorie bestimmten Konjunktionsregel, welche zugleich die interne Konsistenz subjektiver Wahrscheinlichkeitsschätzungen überprüft und beleuchtet (Wessels 1994: 367; Bea 1995: 25; Nothbaum 1997: 62; Jungermann u.a. 1998: 182ff).

Diese experimentelle Aufgabenstellung zur kognitiven Berücksichtigung bzw. Verletzung der Konjunktionsregel geht auf Kahneman und Tversky aus dem Jahre 1973 zurück und besteht in zahlreichen Aufgabenvariationen, wobei hier an Stelle der vielzitierten und klassischen „Linda-Aufgabe“ von Kahneman und Tversky eine entsprechende Aufgabe von Bea (1995) vorgestellt sei, die sich wie folgt darstellte (Wessels 1994: 367f; Bea 1995: 25):

„Welches Ereignis wird Ihrer Meinung nach mit der größten (=1), welches mit der zweitgrößten (=2) und welches mit der kleinsten (=3) Wahrscheinlichkeit eintreffen?“

1. *In 2 Jahren wird es der deutschen Autoindustrie schlechter gehen als heute.*
2. *In 2 Jahren wird es der deutschen Autoindustrie schlechter gehen als heute, denn die Japaner werden den Deutschen bis dahin mehr und mehr Marktanteile abgenommen haben.*
3. *In 2 Jahren wird es der deutschen Autoindustrie schlechter gehen als heute, aber immer noch besser als der amerikanischen.“*

In normativer Perspektive werden dabei die Wahrscheinlichkeiten von (nicht leeren) Einzelereignissen mit denen von Schnittmengen verglichen, wobei gemäß der wahrscheinlichkeitstheoretischen Konjunktionsregel das Schnittereignis als gemeinsames Auftreten von zwei Ereignissen in keinem Fall wahrscheinlicher sein kann als die Einzelereignisse, aus denen sich dieses Schnittereignis als

²⁸⁷ Siehe zur Heuristik des Verankerns und Anpassens Kap. 9.1.3 sowie zum hier interessierenden Bias der Fehleinschätzungen numerischer Größen Kap. 9.1.3.1.

Teilmenge eines Einzelergebnisses zusammensetzt (Bea 1995: 25). Dieser grundlegende Satz der Wahrscheinlichkeitstheorie folgt für zwei beliebige Ereignisse A und B somit formal betrachtet den Sätzen $P_{(A \cap B)} \leq P_{(A)}$ und $P_{(A \cap B)} \leq P_{(B)}$ (Bea 1995: 25; Nothbaum 1997: 62).

Somit kann in der oben beschriebenen Aufgabe die Wahrscheinlichkeit der Antwortvorgaben 2 und 3 als Schnittereignisse nicht größer sein als jene des in allen beschriebenen Ereignissen enthaltenen Ereignisses 1 (Bea 1995: 25).

Die empirischen Befunde zu dieser Aufgabe in Form der Antwortverteilung und der Begründung der entsprechenden Antworten durch die Probanden sind in der folgenden Tabelle ersichtlich (Bea 1995: 26):

Autor:	Umfang:	Korrekt:	$P_{(A \cap B)} \geq P_{(A)}$	k. A.:
Bea 1995	n=295	83,1%	15,5%	1,4%

Begründung (Bea 1995: 26):

	Korrekt:	$P_{(A \cap B)} \geq P_{(A)}$	Σ
Ereignis 1 hat die wenigsten Einschränkung.	213	0	213
Wirtschaftliche, konjunkturelle Begründ.	19	30	49
Anders numerisch	0	0	0
Anders verbal	2	6	8
Ohne Begründung	11	10	21
Summe	245	46	291

Tab. 27: Antwortverteilung und Begründung zur Verletzung der Konjunktionsregel

Gemäß dieser Befunde ist festzuhalten, dass mit einem Anteil von ca. 80 % die Majorität der Probanden dieses Experimentes das wahrscheinlichkeitstheoretische Prinzip der Konjunktionsregel verstanden und berücksichtigt hat, wohingegen ca. 15 % die Regel in ihrem Antwortverhalten verletzten und somit die sogenannte „Konjunktion Fallacy“ vollzogen (Bea 1995: 25; Jungermann u.a. 1998: 182f). Dieser Befund ist insofern unerwartet, da in früheren Studien zur Konjunktion Fallacy bis zu 90% der Probanden in normativer Perspektive die Konjunktionsregel verletzten und dies in relativer Unabhängigkeit davon, ob es sich bei den Probanden um Laien oder Experten handelte (Bea 1995: 26).

Als Kritik an dieser experimentellen Anwendung wahrscheinlichkeitstheoretischer Konzepte in der Kognitionspsychologie bemerkt Gigerenzer (1994), dass diese Aufgabenstellung eine, kognitiv wie wahrscheinlichkeitstheoretisch begründbar, unzulässige Vermischung zwischen häufigkeitsbezogenen und singulären Wahrscheinlichkeiten zur Grundlage hat und leitet anhand dieser Aufgabenstellung die

Bedeutung der Unterscheidung dieser Wahrscheinlichkeitsformen ein (Gigerenzer 1994).

Neben der hier wirksam werdenden, überaus ausgeprägten Abhängigkeit des Antwortverhaltens vom jeweiligen Aufgabenkontext und des auch sonst überaus bedingungsspezifischen Auftretens dieses kognitiven Fehlers verweist Gigerenzer im Zusammenhang mit dem Konzept des „Natural Sampling“ darauf, dass mit der Verwendung von Häufigkeiten anstelle von Wahrscheinlichkeiten die „Conjunction fallacy“ weitgehend verschwindet (Bea 1995: 26; Gigerenzer 1988; 1993; Jungermann u.a. 1998: 183; Plach 1998: 89).²⁸⁸

Die theoriegeleitete Erklärung dieses experimentellen Befundes der Verletzung der Konjunktionsregel erfolgt im Forschungsprogramm um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) über die Repräsentativitätsheuristik einschließlich der Begründung eines äquivalenten Biases (Bea 1995: 26). Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Heuristik der Repräsentativität angewendet wird da das Schnittereignis als repräsentativer für den betrachteten Gegenstand erachtet wird als im Falle des Einzelergebnisses (Bea 1995: 26). Alternative Erklärungen im Kontext des Ansatzes der „Heuristics And Biases“ bildet die Anwendung der Verfügbarkeitsheuristik, bei der gedächtnisbezogen die Rekonstruktion des Schnittergebnisses einfacher darstellbar ist als des Einzelergebnisses, sowie die Heuristik der Kausalität, bei deren Anwendung die Einzelereignisse kausal verbunden sind (Bea 1995: 26).²⁸⁹

8.2.2.4 Das Antwortverhalten des „Overconfidence“

Das Antwortverhalten des „Overconfidence“ bezeichnet in normativer Forschungstradition, die auf Oskamp aus dem Jahre 1965 zurückgeht, dass in einer Vielzahl von Experimenten isolierte kognitive Phänomene, wonach Menschen regelmäßig und systematisch ihre eigenen Problemlösungsleistungen überschät-

²⁸⁸ Siehe zum Konzept des „Natural Sampling“ auch Kap. 5.6.3. Diese repräsentative Perspektive in Bezug zum kognitiven System tangiert jedoch auch die normative Konstruktion der hier betrachteten Aufgabenstellung des „Conjunction fallacy“, da im Falle der kognitiven Repräsentation der Aufgabenstellung als Schätzung einer bedingten Wahrscheinlichkeit $P(A|B)$ anstatt der experimentell angenommenen Schätzung einer Konjunktion von Ereignissen $P(A, B)$ sich keine Verletzung der Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie ergibt (Yates 1990).

²⁸⁹ Siehe zur Repräsentativitätsheuristik Kap. 9.1.1, zu dieser zugeordneten Bias der Überschätzung der Wahrscheinlichkeit von Konjunktionen Kap. 9.1.1.5. Sowie ergänzend zur Verfügbarkeitsheuristik Kap. 9.1.2 und zur Heuristik der Kausalität Kap. 9.1.4.

zen, so dass sich im Lichte empirischer Befunde beispielsweise 70-90% befragter FahrzeugführerInnen im Vergleich zu anderen als besser und risikoärmer bezeichnen und somit Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten negativer Ereignisse systematisch unterschätzt werden (May 1987; Bea 1995: 27; Nothbaum 1997: 63). „Overconfidence“ ist demnach zu definieren als die häufig zu beobachtende Überschätzung der Wahrscheinlichkeit, dass die gegebene Antwort oder Schätzung richtig ist, oder allgemeiner, das als relativ globale kognitive Tendenz unangemessen hohe Vertrauen von Menschen gegenüber ihrem Wissen (May 1987: 9; Hoffrage 1993: 73; Nothbaum 1997: 64; Jungermann u.a. 1998: 185f).

Die Forschungstätigkeiten zum kognitiven Phänomen des „Overconfidence“ ist in experimenteller Perspektive in zwei Forschungsrichtungen zu unterscheiden (Lichtenstein u.a. 1982; Hoffrage 1993: 73; Brenner u.a. 1996).

Zum einen werden im Experiment Einschätzungen zum Wahrheitsgehalt von Aussagen als dichotome richtig/falsch Entscheidung gefordert und anschließend die Angabe der subjektiven Konfidenz abgefragt (Lichtenstein; Fischhoff; Phillips 1982; Hoffrage 1993: 74; Juslin 1994; Jungermann u.a. 1998: 185f). In der Auswertung dieser Experimente werden nun die Anteile richtiger Lösungen pro Konfidenzkategorie bestimmt und als Anteil richtiger Lösungen gegen die Konfidenz als Kalibrationskurve abgetragen, wobei die Diagonale als Norm für angemessene Konfidenz-Urteile betrachtet wird (May 1987: 46ff; Keren 1991; 1997; Hoffrage 1993: 74). Als empirischer Befund ergeben sich hier in der Majorität der betreffenden Studien Abweichungen von dieser Norm, indem die betreffenden empirischen Kalibrationskurven unterhalb der normativ interpretierten Diagonalen verlaufen und somit die Probanden tendenziell zu hohe Konfidenz-Urteile abgeben (May 1987; Keren 1991; 1997; Hoffrage 1993: 74).²⁹⁰

Diese Struktur von Kalibrierungsuntersuchungen macht auch deutlich, dass die häufig anzutreffende Gleichsetzung des Phänomen des „Overconfidence“ als eine einfache Umkehrung beobachteten des Konservatismus-Effekts bei Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben in zweifacher Hinsicht ungerechtfertigt ist (Plach 1998: 84).²⁹¹

²⁹⁰ Siehe zu Problemen und Grenzen der Kalibration als Methode zur Bemessung des Realismus subjektiver Wahrscheinlichkeiten vertiefender May 1987: 46ff sowie Keren 1991; 1997.

²⁹¹ Siehe zu den kognitionswissenschaftlichen Forschungstätigkeiten zur Wahrscheinlichkeitsrevision im normativen Modell des Bayes-Theorems Kap. 8.2.4 sowie zum experimentellen Befund des Konservatismus Kap. 8.2.4.2. Zur erwähnten kognitionswissenschaftlichen Interpretation des experimentellen Phänomens des „Overconfidence“ als Umkehrung des Konservatismus-Effektes siehe Griffin; Tversky 1992; Erev u.a. 1994 und Brenner u.a. 1996.

1. „Kalibrierungsuntersuchungen erfordern keine Revision eines bestehenden Urteils. Selbst wenn im Prozess der Generierung eines Konfidenzurteils Revisionsmechanismen eine Rolle spielen sollten, erlauben Kalibrierungsuntersuchungen keine Differenzierungen zwischen bestehenden und revidierten Urteilen.“
1. „Konservatismus ergibt sich als eine Differenz zwischen Wahrscheinlichkeitsurteilen und den Voraussagen eines normativen Modells. „Overconfidence“ ergibt sich dagegen aus dem Vergleich zwischen Wahrscheinlichkeitsschätzungen und objektiv feststellbaren relativen Häufigkeiten.“

Zur Abgrenzung zwischen den kognitionswissenschaftlichen Experimentalbefund des Konservatismus und des „Overconfidence“ ist somit festzuhalten, dass das Konservatismus-Phänomen eine kognitive Aussage über Mechanismen der Informationsverarbeitung enthält und davon abzugrenzen das Phänomen des „Overconfidence“ den Grad der externen Validität oder des Realismus von Wahrscheinlichkeitsschätzungen beleuchtet (Plach 1998: 84).

Neben dieser als „Overconfidence“ bei inferenziellen Prozessen zu bezeichnenden Form besteht zu diesem kognitiven Phänomen eine weitere, hiervon zu differenzierende und als „Overconfidence“ bei Wissensfragen bezeichnete Form, in deren experimentellen Aufgabenstellung die Probanden zu einer Einschätzung quantitativer Größen wie beispielsweise Anteilswerte aufgefordert werden (May 1987: 62ff; Hoffrage 1993: 73ff). Im Verlauf des Experiments geben die Probanden zunächst eine bestmögliche Schätzung ab und werden anschließend über den Kommentar „es sind weniger“ bzw. „es sind mehr“ zu erneuten Schätzungen aufgefordert (Hoffrage 1993: 74). Die Größe der Abstände zwischen diesen einzelnen Schätzungen kann so als ein Maß für die Unsicherheit der Probanden in Bezug auf die Exaktheit ihres Wissens interpretiert werden und führt zum Befund, dass diese empirisch spezifizierten, subjektiven Verteilungen im Vergleich mit ihren objektiven Äquivalenten systematisch zu eng ausfallen, was zu zu kleinen Vertrauensintervallen in der kognitiven Schätzung führt (Lichtenstein u.a. 1982; Hoffrage 1993: 74f; Bea 1995: 27). In dieser Perspektive ist das Phänomen des „Overconfidence“ als eine fehlende externe Validität von Wahrscheinlichkeitsurteilen zu beschreiben und gilt seit den diesbezüglichen Befunden von Fischhoff als relativ robuster kognitiver Effekt (Fischhoff 1982; May 1987; Plach 1998: 82).

Diese frühen Forschungsbefunde beziehen sich auf Wahrscheinlichkeiten zweiter Ordnung, entsprechen damit einem Mangel an subjektiver Ambiguität und wurden in weiteren experimentellen Untersuchungen in der Weise präzisiert, dass „Overconfidence“ bei schwierigen Fragen und „Underconfidence“ bei sehr leichten Fragestellungen auftritt. „Overconfidence“ fällt bei Prognosen für Ereignisse in naher Zukunft geringer aus als bei mittel- und langfristigen Prognosehorizonten (Nothbaum 1997: 64).

Als Kritik an diesem kognitiven Fehler führt Gigerenzer (1991b) an, dass der beschriebene Effekt auf eine kognitive Konfusion der subjektiven Sicherheit bei der Vorhersage singulärer Ereignisse mit frequentistischen Wahrscheinlichkeiten zurückgeht, da im Falle der Kontrolle dieser Konfusion kein Effekt mehr zu beobachten ist (Gigerenzer 1991b; Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991; Jungermann u.a. 1998: 186). Es wäre somit zu beleuchten, ob es sich bei dem Effekt des „Overconfidence“ um einen kognitiven Fehler oder vielmehr um ein experimentelles Forschungsartefakt handelt (Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991; Jungermann u.a. 1998: 186).

Zur theoretischen Erklärung dieser empirischen Befunde wurde im Forschungsansatz der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) auf die Heuristik des Verankerns und Anpassens Bezug genommen, wobei dieser ein entsprechender Bias zugeordnet wurde (Tversky; Kahneman 1974; 1982a, b; Bea 1995: 27; Kahneman; Tversky 1996).²⁹² Darüber hinaus wurde im Kontext des Phänomens des „Overconfidence“ eine kognitive „Illusion der Selbstkontrolle“ ausgemacht, bei der die Eintrittswahrscheinlichkeit negativer Ereignisse systematisch unterschätzt werden und die somit starke Parallelen zur Heuristik der Illusion von Kontrolle aufweist (Bea 1995: 27).²⁹³

Eng mit dem Befund des „Overconfidence“ verbunden ist die ebenfalls ausgemachte kognitive Tendenz der Bestätigung von Annahmen, welche hier im Rahmen des Bayes-Theorem betrachtet werden soll (Hager; Weißmann 1991).²⁹⁴

8.2.2.5 Das Antwortverhalten im „Hindsight Bias“ und der „Frequency-Validity-Effekt“

Die kognitive Beurteilung von Aussagen bezüglich ihrer Wahrheit bzw. Unwahrheit unter Unsicherheit im kognitionswissenschaftlichen Experiment führte zu zwei unterschiedlichen Phänomenen, welche mit dem Begriff des Rückschaufehlers und des „Frequency-Validity-Effekt“ bezeichnet wurden (Gigerenzer 1984; Hertwig 1993: 39ff; Hertwig u.a. 1997; Jungermann 1998: 188ff).

²⁹² Siehe zur phasenbezogenen Erklärung des Phänomens des Overconfidence als früherer Ansatz auch Koriat u.a. 1980 sowie überblicksartig zu den diesbezüglichen Ansätzen und Modellen McClelland; Bolger 1994.

²⁹³ Siehe zur Heuristik des Verankerns und Anpassens Kap. 9.1.3. sowie zum zu diesem Experimentalfund generierten Bias der Verzerrung von Erinnerung und des Overconfidence Kap. 9.1.3.2 und hierzu ergänzend die Heuristik der Illusion von Kontrolle Kap. 9.1.5.

²⁹⁴ Siehe hierzu Kap. 8.2.4.3.

Der „Frequency-Validity-Effekt“ bezeichnet dabei den experimentellen Befund, dass eine positiv gerichtete Beziehung zwischen der wiederholten Darbietung derselben Aussage und des Urteilsverhaltens der Probanden in der Form besteht, dass die Häufigkeit der Darbietung mit einer zunehmenden kognitiven Sicherheit bezüglich des Zutreffens dieser Aussage einhergeht (Hertwig 1994: 39ff; Hertwig u.a. 1997). Dieser Effekt sei anhand eines klassischen Experiments verdeutlicht, welches auf Hasher, Goldstein u.a. aus dem Jahre 1977 zurückgeht und in dem den Probanden 60 plausible Aussagen aus 10 Wissensgebieten vorgelegt wurden, von denen 30 richtig und 30 falsch waren (Hertwig 1993: 41). Da sich die Probanden in ihren Urteilen aufgrund mangelnder fragebezogener Kenntnisse nicht sicher waren, sollten sie die Sicherheit ihrer Entscheidung bezüglich der Richtigkeit der vorgelegten Aussagen in einer 7-Punkteskala angeben (Hertwig 1993: 41). Diese Erhebungssituation wurden mit einem Abstand von jeweils 2 Wochen zweimal wiederholt und führte zu dem Ergebnis, dass eine Zunahme der gemittelten kognitiven Urteile der subjektiven Sicherheit unabhängig vom realen Wahrheitswert der hier bewerteten Aussagen zu beobachten war (Hertwig 1993: 41). Die Variation dieses klassischen Experiments extrahierte folgende Faktoren und Strukturen des kognitiven „Frequency-Validity-Effektes“ (Hertwig 1993: 41ff):

1. Der Zeitabstand zwischen den Wiederholungen der Darbietung der Aussagen erzeugt keine Auswirkungen auf die Entstehung des „Frequency-Validity-Effektes“. Die dabei betrachteten Intervallvariationen reichten von wenigen Minuten bis mehreren Wochen.²⁹⁵
2. Die präexperimentelle Vertrautheit mit dem Gegenstand der Aussage und den darin enthaltenen Konzepten erhöht den „Frequency-Validity-Effekt“, da eine so geardete Aussage eine Vertrautheitserfahrung kognitiv entfaltet auch in dem Fall, in dem die Aussage gänzlich betrachtet unbekannt ist. Die hierzu formulierte Substitutionshypothese besagt, dass im Falle nicht ausreichender Informationen bezüglich der Bemessung des Wahrheitswertes der betrachteten Aussage anstatt des Konfidenzurteils ein Urteil über die präexperimentelle Vertrautheit der angesprochenen Konzepte kognitiv erstellt wird.

²⁹⁵ Siehe hierzu auch Gigerenzer 1984 sowie Hertwig u.a. 1997.

3. Das Erzeugen präjudizierender Lernbedingungen über das Anfügen von eine Vorentscheidung implizierenden Zusätzen wie „Es wird gemeinhin geglaubt“ bzw. „Wenige Leute glauben“ an die im Experiment zu bewertenden Aussagen beeinflussen im Vergleich zur neutralen Darbietung sowohl Richtung als auch Stärke der kognitiven Urteile.
4. Nicht die Wiederholungen von Aussagen im Experiment an sich erzeugen kognitiv den „Frequency-Validity-Effekt“, sondern der subjektiv zugeschriebene kognitive Status der Darbietung als Wiederholung über Erinnerung ist hierfür ursächlich.

Mit dieser bedeutenden Dimension der Erinnerung im „Frequency-Validity-Effekt“ wird die kognitive Verbundenheit mit jenem Effekt angedeutet, welcher als Rückschaufehler in die kognitionswissenschaftliche Fachdiskussion eingegangen ist (Hertwig 1993: 46ff).

Das Antwortverhalten im Rückschaufehler, der im Heuristik-ansatz in der Tradition von Fischhoff (1975) auch als „Hindsight-Bias“ bezeichnet wird, beschreibt das bereits umgangssprachlich mit „Ich hab es ja gleich gewusst“ oder „Nachher ist man immer schlauer“ bekannte kognitive Phänomen, in dem zu verschiedenen Zeitpunkten erstellten Wahrscheinlichkeitsschätzungen im Lichte differierender Informationszuständen unterschiedlich ausfallen, obgleich sich diese auf das gleiche Ereignis eines Zeitpunktes beziehen (Fischhoff 1975; Hell 1993: 22ff; Bea 1995: 28; Mangelsdorff 1995: 22ff). Konkreter ausgedrückt beschreibt dieser Rückschaufehler die rekapitulierende Annäherung der Erinnerung an eine zu einem früheren Zeitpunkt geäußerten Annahme in Anbetracht der inzwischen bekannten korrekten Realität, wobei sich der „Hindsight-Bias“ durch eine Situation auszeichnet, in der sich eine anfänglich bestehende, gegenstandsbezogene und kleine Informationsmenge im Zeitverlauf vergrößert hat und nun kognitiv versucht werden muss, ausgehend von dem heutigen Informationsstand im Rückblick auf den früheren Stand zu schließen (Hell 1993: 22; Mangelsdorff 1995: 22; Hertwig u.a. 1997).

Klassische experimentelle Untersuchungen zum Rückschaufehler von Fischhoff (1975), der beispielsweise zwei Gruppen von Probanden Kriegsgeschichten darbot, wobei eine Gruppe ohne Kenntnis und die andere mit Kenntnis des Ausgangs gefragt wurde, wie Sie als Wahrscheinlichkeitsaussage geurteilt hätten (Fischhoff 1975; Hell 1993: 22; Hertwig 1993: 46; Mangelsdorff 1995: 27ff).

Das Resultat dieser Studien ergab, dass diejenigen Probanden, welche den Ausgang kannten, diesem auch eine höhere Wahrscheinlichkeit zuordneten, somit das bestehende Tatsachenwissen durch die Probanden kognitiv nicht ignoriert werden konnte und es sich hierbei um ein überaus stabiles kognitives Phänomen handelt (Fischhoff 1975; Hell 1993: 22; Hertwig 1993: 46; Mangelsdorff 1995: 27ff).²⁹⁶

Über eine Fragenvariation im Experiment in Form des Wechsels von „Was hätten Sie gesagt“ zu „Was haben Sie gesagt“ gelangte der Rückschaufehler in die Perspektive der Betrachtung als Gedächtnistäuschung, die fortan die motivationalen Betrachtung als alternative wissenschaftliche Beleuchtung dieses Antwortverhaltens ergänzte (Hell 1993: 22ff; Hertwig u.a. 1997). Dennoch besitzt die klassische, von Fischhoff begründete, kognitionswissenschaftliche Thematisierung dieses Phänomens noch heute eine bedeutende Relevanz für die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung, so dass hierauf zurückzukommen sein wird (Hell 1993: 24; Hertwig 1993: 49ff).²⁹⁷

Die hierzu im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) relevanten Heuristiken sind gedächtnisbezogen die Heuristik der Verfügbarkeit sowie allgemeiner die Heuristik der Illusion der Kontrolle.²⁹⁸

Weiter geführt wird diese Forschungstradition um den Begriff des „Hindsight Bias“ im Kontext der neueren kognitionswissenschaftlichen Ansätze, welche zunehmend eine deskriptive Forschungsperspektive einnehmen und hier nicht ausführlich betrachtet werden sollen (Hertwig u.a. 1997; Hoffrage; Hertwig 1999: 191ff).

8.2.3 Das Ermitteln (prinzipiell) objektiver Wahrscheinlichkeiten

In diesem Bereich der Darstellung der einschlägigen experimentellen Befunde in normativer Perspektive wird die kognitive Ermittlung objektiver Wahrscheinlichkeiten betrachtet, die sich durch die Möglichkeit auszeichnet, dass die gefragten Wahrscheinlichkeiten ausschließlich über die in der Aufgabenstellung gegebenen Informationen zu bestimmen sind, wobei der Zusatz „prinzipiell“ auf den subjektiven und kognitiven Charakter der Betrachtung verweist (Bea 1995: 28).

²⁹⁶ Siehe zum „Debiasing“ Fischhoff 1982 sowie Kap. 10.2.2.1.

²⁹⁷ Siehe zur Bedeutung des „Hindsight Bias“ im ökonomischen Kontext ausführlich Mangelsdorff 1995.

²⁹⁸ Siehe zur Verfügbarkeitsheuristik Kap. 9.1.2 und zur Heuristik der Illusion von Kontrolle Kap. 9.1.5.

8.2.3.1 Wahrscheinlichkeitsschätzung konjunktiver und disjunktiver Ereignisse

Die kognitive Wahrscheinlichkeitsschätzung konjunktiver und disjunktiver Ereignisse wurde erstmals durch Bar-Hill im Jahre 1973 experimentell untersucht, in dessen Tradition auch die folgende Aufgabenstellung steht (Bea 1995: 28):

„Bei welchem der folgenden Gewinnspiele hat man Ihrer Meinung nach die größte Gewinnchance, bei welchem Spiel hat man die zweitgrößte und bei welchem die geringste Gewinnchance?“

1. *Ziehen einer roten Kugel aus einer Urne mit 50% roten Kugeln.*
2. *Ziehen (mit Zurücklegen) von 7 roten Kugeln in Folge aus einer Urne mit 90% roten Kugeln.*
3. *Ziehen von mindestens einer weißen Kugel bei siebenmaligem Ziehen (mit Zurücklegen) aus einer Urne, in der 10% weiße und 90% rote Kugeln sind.*

Gemäß der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist die Erfolgswahrscheinlichkeit bei dem Ereignis 1 als typischer Wahrscheinlichkeitsraum nach Laplace mit $P(1) = 0,5$ zu beziffern, beim Ereignis 2 als konjunktive und unabhängige Ereignisse mit $P(2) = 0,9^7 = 0,478$ und beim Ereignis 3 als das disjunkte Komplementärereignis des Ereignisses 2 mit $P(3) = 1 - P(2) = 1 - 0,478 = 0,522$ (Bea 1995: 28). Die normative Lösung dieser Aufgabe lautet dem gemäß $P(3) > P(1) > P(2)$ (Bea 1995: 28).

Die empirischen Befunde zu dieser Art von Aufgabenstellungen belegen traditionell die systematische Überschätzung der Wahrscheinlichkeiten konjunktiver Ereignisse sowie die systematische Unterschätzung der Eintrittswahrscheinlichkeit disjunktiver Ereignisse, was im Lichte der experimentellen Befunden von Bea (1995), die in der folgenden Tabelle einschließlich der Antwortbegründungen durch die Probanden dargelegt sind, relativiert und präzisiert werden muss (Bea 1995: 29):

Autor:	Umfang n:	Normativ: $P_{(3)} > P_{(1)} > P_{(2)}$	$P_{(2)} > P_{(3)}$	Sonstige:	k. A.:
Bea 1995	n=295	64,7%	22,0%	11,5%	1,7%

Begründung (Bea 1995: 29):

Antwort:	Korrekt:		Sonst.:	Σ
	$P_{(3)} > P_{(1)} > P_{(2)}$	$P_{(2)} > P_{(3)}$		
Korrekt ($p_1 = 0,5, p_2 = 0,48, p_3 = 0,52$)	92	3	0	95
p_1 und p_2 o.k., aber $p_3 = 0,7$	65	0	0	65
Verankerung	0	16	0	16
Anders numerisch	12	24	10	46
Anders verbal	5	2	4	11
Ohne Begründung	17	20	20	57
Summe	191	65	34	290

Tab. 28: Antwortverteilung und Begründung zur Wahrscheinlichkeitsschätzung konjunktiver und disjunktiver Ereignisse

Im Lichte dieser empirischen Ergebnisse, bei denen nahezu zwei Drittel der Probanden der normative Lösung in der von ihnen gegebenen Antwort entsprachen, scheinen zunächst die klassischen experimentellen Befunde zu relativieren, wobei jedoch anzumerken ist, dass ca. 22% der Probanden die disjunktive Wahrscheinlichkeit des Ereignisses 3 über die „Additionslösung“ gemäß $P(3) = 0,1 * 7 = 0,7$ bestimmten, was im Falle der Aufgabenstellung der Bestimmung der Rangordnung in dieser konkreten Aufgabe trotzdem zur korrekten Antwort führt (Bea 1995: 29). So resultierten nur bei knapp der Hälfte der korrekten Rangordnungsantworten aus richtiger Bestimmung der Ereigniswahrscheinlichkeiten (Bea 1995: 29).

Darüber hinaus sind der mit ca. 16% überaus hohe Anteil numerischer Lösungsversuche beachtlich, bei denen heterogene Rechnungen nach dem Muster „probability–mathematics–pick up the numbers–produce a calculation–perhaps it fits“ vorfindbar sind, die in Ermangelung des Verständnisses der Problemstruktur zu mindestens potenziell zu falschen Lösungen führen (Scholz 1987: 91; Bea 1995: 29).

Zur theoretischen Thematisierung dieses experimentellen Befundes dient dem Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) die Heuristik des Verankerns und Anpassens (Tversky; Kahneman 1974; Bea 1995: 29). Die bei dieser theoriegeleiteten Erklärung angenommenen kognitiven Prozesse wird beim Ereignis 2 die Gewinnwahrscheinlichkeit des einmaligen Ziehens als Anker benutzt und die Anpassung für das siebenmalige Ziehen systematisch in zu geringem Umfang ausgeführt (Bea 1995: 29f). Im Ereignis

3 wird der strukturell identische kognitive Mechanismus in entgegengesetzter Richtung wirksam (Bea 1995: 30).²⁹⁹

8.2.3.2 Die Fehlvorstellung des Zufalls

Experimentelle Aufgabenstellungen zu Fehlvorstellungen des Zufalls betrachten zumeist in der Tradition von Tversky und Kahnemann, die erstmals 1972 diesbezügliche Experimente durchführten, Folgen von Würfel- oder Münzwürfen (Kahneman; Tversky 1972: 431ff; Anderson 1996: 331; Bea 1995: 30; Piattelli-Palmarini 1997: 47ff). Stellvertretend sei folgende Aufgabenstellung im Experiment exemplarisch dargestellt (Bea 1995: 30):

„Beim Werfen einer fairen Münze bezeichne 1 das Ereignis Kopf und 0 das Ereignis Zahl. Welche der folgenden Ereignisfolgen ist wahrscheinlicher, wenn die Münze sechsmal geworfen wird ?

- a) 1 0 0 1 0 1
- b) 1 1 1 1 0 1 ,oder gilt:
- c) Beide Sequenzen sind gleich wahrscheinlich.“

In normativer Betrachtung betragen die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse Kopf oder Zahl bei Wurf einer fairen Münze jeweils 0,5, d.h. $P(0) = P(1) = 0,5$, und dies unabhängig von der Realisation vorrangegangener Würfe (Anderson 1996: 331; Bea 1995: 30). Diesen Verhältnissen stochastischer Unabhängigkeit entsprechend ist für die Bestimmung der Eintrittswahrscheinlichkeiten der Ereignisse a und b der spezielle Multiplikationssatz anzuwenden, so dass sich für $P(a)$ und $P(b)$ mit $0,5^6$ identische Wahrscheinlichkeiten ergeben und dem entsprechend Antwort c die normativ richtige darstellt (Anderson 1996: 331; Bea 1995: 30).

Auch zu dieser Aufgabenstellung seien als empirische Befunde die im Experiment ermittelten Antwortverteilungen in einem Vergleich aus klassischem und aktuellem Befund sowie die Antwortbegründungen der Probanden in aktuellen Experiment in der folgenden Tabelle dargestellt (Bea 1995: 31):

Autor:	Umfang:	a.	b.	Korrekt c.	k. A.:
Shaughnessy 1977	n=70	71,4%	2,9%	25,7%	-
Bea 1995	n=295	25,1%	0,7%	73,9%	0,3%

Begründung (Bea 1995: 31):

²⁹⁹ Siehe zur Heuristik des Verankerns und Anpassens Kap. 9.1.3.

Antwort:	a.	b.	Korrekt c.	Σ
Korrekt: $p_a = p_b = 0,5^6$	0	0	210	210
Optische Gestalt/Repräsentativität	72	0	0	72
Anders numerisch	0	0	0	0
Anders verbal	2	1	1	4
Ohne Begründung	0	1	7	8
Summe	74	2	218	294

Tab. 29: Antwortverteilung und Begründung zur Fehlvorstellung des Zufalls

Gemäß den experimentellen Befunden von Bea (1995) konnten die klassischen Ergebnisse somit nicht reproduziert werden, da hier der Anteil der Probanden, welche normativ richtig antworteten, mit 71,4 % im Vergleich zur klassischen Studie von Shaughnessy (1977) fast drei mal so hoch war und darüber hinaus diese Antworten ausschließlich stochastisch korrekt begründet wurden (Shaughnessy 1977; Bea 1995: 30). Jedoch ist einschränkend anzumerken, dass bei der Entstehung dieser Antworten ein größer Teil der Probanden spontan die Alternative a wählten, diese Entscheidung kurz darauf revidierten und die korrekte Antwort c ankreuzten, was für einen Wechsel des Verarbeitungsmodus vom intuitiven zum analytischen nach Scholz spricht (Scholz 1987: 161ff; Bea 1995: 31).³⁰⁰

Neben dieser empirischen Betrachtung normativer Experimentalbefunde besteht eine weitere bedeutende Einschränkung bezüglich dieser experimentellen Begründung eines so diagnostizierten, unzutreffenden kognitiven Konzeptes von Zufall (Lopez 1982; Plach 1998: 88). Denn aus dem zu der hier besprochenen Aufgabenstellung gehörenden psychologischen Experimentalbefund, dass von Probanden unter der Aufforderung der Erstellung zufälliger Sequenzen in Experiment kognitiv produzierte Folgen von „Nullen“ und „Einsen“ im Vergleich zu realen Zufallsfolgen zu viele Alternierungen aufweisen, ist nicht zu schließen, dass ein falsches kognitives Wahrscheinlichkeitsverständnis vorliegt (Lopez 1982; Plach 1998: 88). Dies setzt nämlich wahrscheinlichkeitstheoretisch voraus, dass das Konzept des Zufalls im Hinblick auf Ereignisse in der Weise definiert ist, dass von der Gestalt des Ereignisses auf den dieses erzeugenden Prozess geschlossen werden kann (Lopez 1982; Plach 1998: 88). Dies ist jedoch wahrscheinlichkeitstheoretisch nicht möglich, da lediglich eine Definition des Zufallsprozess in diesem

³⁰⁰ Ein mit dem bisher betrachteten verwandtes kognitives Phänomen bildet der sogenannte Monte-Carlo-Effekt als ein kognitiver Fehler in der Gestalt, dass nach einem vermeintlich bestehenden „Gesetz des Mittelwertes“ folgend kognitiv angenommen wird, ein Ereignis würde mit größerer Wahrscheinlichkeit eintreten wenn dieses längere Zeit nicht eingetreten ist (Anderson 1996: 331f).

Rahmen verfügbar ist und keine, welche die Zufälligkeit des Ereignisses eines solchen Prozesses positiv zu definieren vermag (Falk 1991; Plach 1998: 88f).³⁰¹

Zur theoretischen Erklärung dieses experimentellen Befundes der kognitiven Fehlvorstellung des Zufalls wurde im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) die Repräsentativitätsheuristik vorgeschlagen und ihr der Bias falscher Vorstellungen von Zufallsmerkmalen zugeordnet (Bea 1995: 30). Hierbei ist aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Wahrscheinlichkeiten für Kopf und Zahl von jeweils $P = 0,5$ in der Aufgabenstellung eine Stichprobe mit dreimal Kopf und dreimal Zahl repräsentativer für den zugrundeliegenden Zufallsprozess (Bea 1995: 31).³⁰² Die hier bereits angesprochene kognitive Fehlvorstellung, dass bereits kleine Zufallsstichproben in ihren Anteilswerten den Wahrscheinlichkeiten näherungsweise entsprechen würden, bezeichnen Tversky und Kahneman (1971) als das kognitive „Gesetz der kleinen Zahl“, welches auch bei dem folgenden experimentellen Befund der Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen Bedeutung aufweist (Tversky; Kahneman 1971; Kahneman; Tversky 1972; Tversky; Kahneman 1974; Bea 1995: 31).³⁰³

8.2.3.3 Die Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen

Die kognitive Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen wird auch als das kognitive „Gesetz der kleinen Zahl“ bezeichnet und sei an der folgenden, klassischen experimentellen Aufgabe von Kahneman und Tversky aus dem Jahre 1972

³⁰¹ Konkreter veranschaulicht diesen Sachverhalt Lopez (1982), der zunächst zwei Charakteristika der hier betrachteten Sequenzen zufälliger Ereignisse herausstellt in Form einer primären Zufälligkeit, gleichbedeutend mit der Zufälligkeit der atomaren Ereignisse einer Serie, und einer sekundären Zufälligkeit als der Zufälligkeit aller molekularen Einheiten dieser Serie. In dieser Perspektive besteht der Problembereich darin, dass bei der Akzeptierung sekundärer Zufälligkeit für molekulare Einheiten außergewöhnliche Ereignisse enthalten sind, welche für sich betrachtet nicht als zufällig betrachtet werden können (Plach 1998: 89). Ein Ausschluss solcher Ereignisse ist jedoch im Hinblick auf die geforderte Zufälligkeit der Sequenz unmöglich, da damit die Bedingung der sekundären Zufälligkeit verletzt würde (Plach 1998: 89).

³⁰² Siehe zur Repräsentativitätsheuristik Kap. 9.1.1 und zum Bias falscher Vorstellungen von Zufallsmerkmalen Kap. 9.1.1.3.

³⁰³ Jedoch wurde im Lichte weiterer experimenteller Studien belegt, dass die Repräsentativitätsheuristik nur dann Anwendung findet, wenn kein formaler Zugang zur Problemstellung gefunden wird und variiert somit auch in Abhängigkeit zur konkreten Aufgabenstellung mit den darin enthaltenen Formulierungen (Bea 1995: 31).

anschaulich illustriert (Kahneman; Tversky 1972: 443; Tversky; Kahneman 1974: 1125; Bea 1995: 32; Piattelli-Palmarini 1997: 47ff):

„In einer Stadt A werden pro Tag 45 Kinder geboren, in einer Stadt B 15. Wie Sie wissen, sind fast genau 50% der Geborenen männlichen Geschlechts. Jedoch schwankt der genaue Prozentsatz der geborenen Jungen in den betrachteten Städten täglich. Manchmal ist er größer als 50%, manchmal kleiner.

Welche Stadt hat innerhalb eines (bestimmten) Jahres Ihrer Meinung nach mehr Tage zu verzeichnen, an denen mehr als 60% der geborenen Kinder Jungen waren?

- Stadt A
- Stadt B
- Beide ungefähr gleich (d.h. weniger als 5% Unterschied)“

In normativer Betrachtung ist diese Aufgabe wie folgt zu bearbeiten (Bea 1995: 32f): Die relativen Häufigkeiten der Jungengeburten an allen Geburten am Tag t in der Stadt A bzw. B sei bezeichnet mit $h_A(t)$ und $h_B(t)$ sowie die zugehörigen Zufallsvariablen mit $X_A(t)$ und $X_B(t)$, welche definiert seien gemäß $X_A(t) = 1$, falls $h_A(t) > 0,6$, und anderenfalls $= 0$, sowie entsprechend $X_B(t) = 1$ falls $h_B(t) > 0,6$ und anderenfalls ebenfalls $= 0$.

Gesucht ist nunmehr ein Vergleich zwischen $\sum_{t=1}^{365} X_A(t)$ und $\sum_{t=1}^{365} X_B(t)$.

Um diesen Vergleich wahrscheinlichkeitstheoretisch durchführen zu können, müssen diese nicht zwingend aus der Aufgabenstellung explizierbaren Modellannahmen begründet werden, dass zum einen die täglichen und ortspezifischen Geburtenanzahlen von $n_A = 45$ und $n_B = 15$ über die Tage des betrachteten Jahres konstant sind und zum anderen die Verteilung der Geburten dem Binomialmodell folgt mit $B(n = 45; \pi = 0,5)$ in der Stadt A und mit $B(n = 15; \pi = 0,5)$ in der Stadt B. Werden diese Annahmen aufgabenbezogen als legitimiert betrachtet, so folgt hieraus

$$P(X_A(t) = 1) = \sum_{k=28}^{45} \binom{45}{k} 0,5^{45} = 0,116 \text{ und}$$

$$P(X_B(t) = 1) = \sum_{k=10}^{15} \binom{15}{k} 0,5^{15} = 0,151,$$

so dass $P(X_A(t) = 1) < P(X_B(t) = 1)$

und somit die Stadt B die normativ betrachtet korrekte Lösung darstellt (Bea 1995: 33).

Alternativ könnte auch vereinfachend mit dem Gesetz der großen Zahl argumentiert werden, nach dem die Varianz $Var(h_{A/B}(t))$ mit steigendem Stichprobenumfang sinkt, so dass zu erwarten ist, dass die gegebene Grenze von 0,6 bei $n_A = 45$ seltener überschritten wird als bei $n_B = 15$ (Bea 1995: 33).

Als experimentelle Befunde dieser ebenfalls als klassisch zu bezeichnenden Aufgabenstellung sind vier Antwortverteilungen verschiedener Studien sowie die Begründung der Antworten durch die Probanden in der Studie von Bea (1995) in der folgenden Tabelle zur Anschauung gebracht (Bea 1995: 33):

Autor:	Umfang-n:	Stadt A:	Stadt B:	Gleich:	k.A.:
Tversky 1974	n=95	22,1%	22,1%	55,8%	-
Shaughnessy 1977	n=80	18,8%	21,2%	60,0%	-
Schrage 1983	n=153	15%	14%	60%	10%
Bea 1995	n=295	3,1%	60,3%	35,3%	1,4%

Begründung (Bea 1995: 33):

Antwort:	Stadt A:	Stadt B:	Gleich:	Σ
Korrekt: Var. größer bei kleinerem Sp.-n	0	170	0	170
Ergebnis unabhängig von n	0	0	87	87
Anders numerisch	8	2	3	13
Anders verbal	1	0	4	5
Ohne Begründung	0	6	10	16
Summe	9	178	104	291

Tab. 30: Antwortverteilung und Begründung zur Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen

Wie die Auflistung der Antwortverteilung verdeutlicht, konnte die in den früheren Untersuchungen übereinstimmend diagnostizierte kognitive Insensitivität bezüglich der Verbundenheit zwischen dem Stichprobenumfang und der Variabilität des Stichprobenmittels in dem Experiment von Bea (1995) in dieser Form nicht bestätigt werden (Bea 1995: 33). Während in den früheren Untersuchungen etwa die Hälfte der Probanden „ungefähr gleich“ behaupteten und sich die andere Hälfte auf die beiden restlichen Antwortvorgaben gleichmäßig verteilten, erkannten in der Untersuchung von Bea die deutliche Mehrheit der beteiligten Probanden das zugrundeliegende stochastische Prinzip, wobei insbesondere die vorwiegend verbalen Begründungen der Antworten eine eindeutige Bezugnahme auf das Gesetz der großen Zahl enthielt und die vorgebrachten diesbezüglichen Berechnungen explizit das Binomialmodell anwendeten (Bea 1995: 33).

Zur theoretischen Analyse dieses experimentellen Ergebnisses wurde im Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) die Repräsentativitätsheuristik herangezogen und diese in Entsprechung zu den Befunden um den Bias der Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen ergänzt (Bea 1995: 33).³⁰⁴ Dieser kognitiven Vereinfachungsregel folgend wird aus dem in beiden Städten gleiche im Mittel zu erwartende Anteil $p = 0,5$ der Jungengeburten, der dem Anteil der Jungengeburten in der Population entspricht, über die gleiche Repräsentativität der beiden Stichproben auf eine vermeindliche Gleichwahrscheinlichkeit geschlossen (Bea 1995: 33).

8.2.3.4 Das Nichterkennen von Einflussfaktoren auf die Variabilität

Die folgende Aufgabe zum Befund des Nichterkennens von Einflussfaktoren auf die Variabilität stammt von Olson aus dem Jahr 1976 und lautet wie folgt (Olson 1976; Bea 1995: 34; Nothbaum 1997: 60):

„Wie Sie sicherlich wissen, ist ein Teil der Einwohner der kanadischen Provinz Quebec englischsprachlich, der andere Teil französischsprachig. Stellen Sie sich nun zwei Großstädte A und B in Quebec vor. In der Stadt A sind 65% der wahlberechtigten Bevölkerung englischsprachig, in Stadt B jedoch lediglich 45%.

Aus den beiden Verzeichnissen der Wahlberechtigten der zwei Städte wählen Sie eines zufällig aus. Aus diesem Verzeichnis untersuchen Sie (zufällig) 40 Personen auf ihre Sprache und stellen fest, dass genau 22 Personen (d.h. 55%) davon englischsprachig sind.

Was meinen Sie - haben Sie das Verzeichnis aus Stadt A oder Stadt B ausgewählt“.

Die normative Antwort auf diese Aufgabenstellung beruht auf der Annahme, dass mit dem unpräzisen Begriff der Großstadt hinreichend große Gesamtheiten bezeichnet werden (Bea 1995: 34). Wird dies als gegeben betrachtet, so werden in der Situationsbeschreibung formal betrachtet aus zwei Grundgesamtheiten in Form der Wahlberechtigten der Städte A und B eine Zufallsstichprobe vom Umfang $n = 40$ mit X_1, \dots, X_{40} (Bea 1995: 34). Die hierbei betrachtete Variable X_i bildet die von den erhobenen Personen gesprochene Sprache und ist mit den Ausprägungen $X_i = 1$, falls die i-te Person englisch spricht, und $X_i = 0$ falls die i-te Person französisch spricht, als dichotom zu spezifizieren (Bea 1995: 34).

³⁰⁴ Siehe zur Repräsentativitätsheuristik Kap. 9.1.1. und zum hier relevanten Bias der Insensitivität gegenüber der Stichprobengröße Kap. 9.1.1.2.

Wird nun die Stichprobenrealisation mit den Ziehungen X_1, \dots, X_{40} als voneinander unabhängig betrachtet, mit $P(X_i = 1) = 0,65$ in Stadt A und $P(X_i = 1) = 0,45$ in Stadt B, so ist die Wahrscheinlichkeit der gezogenen Stichprobe durch eine Binomialverteilung zu repräsentieren gemäß

$$P_A\left(\sum_{i=1}^{40} X_i = 22\right) = \binom{40}{22} 0,65^{22} 0,35^{18} = 0,0539$$

im Falle der Ziehung von Stadt A und

$$P_B\left(\sum_{i=1}^{40} X_i = 22\right) = \binom{40}{22} 0,45^{22} 0,55^{18} = 0,0565,$$

wenn Stadt B gezogen wurde (Bea 1995: 35).

Das hieraus folgende Ergebnis, dass die Wahrscheinlichkeit für die Ziehung der Stadt B größer ist als jene von Stadt A, ist auch direkt über die Varianzen der binomialverteilten Zufallsvariablen $B(n, p)$ zu benennen (Bea 1995: 35). Die Varianz ist bei einer binomialverteilten Zufallsvariable bestimmt gemäß der allgemeinen Formel $VAR_{(X)} = np(1-p)$, woraus resultiert, dass diese im Falle der Stadt A mit $p = 0,65$ und $VAR_{(X)} = 9,1$ kleiner ist als im Falle der Stadt B mit $p = 0,45$ und $VAR_{(X)} = 9,9$, so dass eine Abweichung der Stichprobensumme von ihrem Erwartungswert in der Höhe von 10 in Stadt A als wahrscheinlicher zu betrachten ist als in Stadt B (Bea 1995: 35).

Die Darstellung der zu dieser experimentellen Aufgabenstellung gebildeten empirischen Befunde seien anhand der Ergebnisse von drei Autoren in der folgenden Tabelle dargestellt, wobei angemerkt sei, dass in jenem von Kahneman aus dem Jahre 1972 eine andere Aufgabenrahmung vorlag (Kahneman; Tversky 1972; Bea 1995: 35):

Autor:	Umfang n:	Stadt A:	Stadt B:	Keine Ent. :	k.A.:
Kahneman 1972	n=89	75,3%	24,7%	-	-
Olson 1976	n=68	82,4%	14,7%	-	2,9%
Bea 1995	n=295	64,1%	16,3%	13,9%	5,8%

Begründung (Bea 1995: 37):

Antwort:	Stadt A:	Stadt B:	keine:	Σ
Korrekt: Var. größer bei $p = 0,45$	0	12	0	12
Sowohl 65% als auch 55% sind $> 0,5$	55	0	0	55
Prozentualer Unterschied gegenüber 65% geringer	26	0	0	26
Leichter, aus vielen Englischsprachigen wenige auszuwählen	18	0	0	18
Differenz jeweils genau 10%	0	0	37	37
Anders numerisch	24	10	0	34
Anders verbal	21	13	4	38
Ohne Begründung	45	13	0	58
Summe	189	48	41	278

Tab. 31: Antwortverteilung und Begründung zum Nichterkennen von Einflussfaktoren auf die Variabilität

Bei allen drei experimentellen Befunden zu dieser Aufgabenstellung fällt zunächst der ausgeprägt geringe Anteil normativ korrekter Antworten auf, wobei auch auf die bedeutende Besetzung der bei Bea eingeführten dritten Antwortkategorie „keine Entscheidung“ hingewiesen sein (Bea 1995: 35).

Mit Blick auf die bei Bea (1995) miterhobenen Antwortbegründungen ist, neben der hier überaus ausgeprägten Heterogenität der Begründungen, hervorzuheben, dass nur ca. ein Viertel des ohnehin kleinen Anteils der normativ korrekt antwortenden Probanden diese Antwort auch formal richtig begründeten (Bea 1995: 35). Hieraus lässt sich folgern, dass offensichtlich nur ein überaus geringes Verständnis bezüglich der Abhängigkeit der Variabilität vom Binomialparameter p besteht und dies, wie die experimentellen Befunde von Bea belegen, in relativer Unabhängigkeit von den bestehenden statistischen Vorkenntnissen der Probanden (Bea 1995: 35). Darüber hinaus belegen jene, die numerischen Werte der Aufgabenstellung variierenden, experimentellen Untersuchungen von Olson (1976), dass die Mehrzahl der Probanden prinzipiell die Stadt mit dem höheren Anteil englischsprachiger Bevölkerung für wahrscheinlicher hielt (Olson 1976; Bea 1995: 36). Wie die folgende Tabelle illustriert, war dies sogar dann der Fall, wenn die betreffende Stadt rein englischsprachig war und im Widerspruch dazu die hieraus gezogene Stichprobe nicht (siehe Experiment 3), was erst mit Hinweis auf den französischsprachigen Anteil in Experiment 4 als widersprüchlich erkannt wurde (Olson 1976; Bea 1995: 36).³⁰⁵

³⁰⁵ Die Tabelle bildet die Zusammenstellung nach Olson 1976 (aus Bea 1995: 36).

Nr.:	Umfang n:	Anteil Englischsprachiger:			Antwort: Wahll. aus:		
		Stadt A:	Stadt B:	Wahl.:	Stadt A:	Stadt B:	k.-A.:
1	68	65%	45%	55%	56	10	2
2	63	55%	35%	45%	44	16	3
3	52	100%	40%	70%	31	20	1
4	48	100%	40%	70% (30%) ³⁰⁶	10	37	1

Tab. 32: Aufgabenvarianten zum Nichterkennen von Einflussfaktoren auf die Variabilität

Somit manifestiert auch dieser pointierte experimentelle Befund die Interpretation, dass nur ein sehr rudimentäres Verständnis der Einflussfaktoren auf die Variabilität in Form des Binomialparameters p besteht (Bea 1995: 35f).³⁰⁷

Zur theoriegeleiteten Beleuchtung dieses experimentellen Befundes wurde im Forschungsansatz der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) die Repräsentativitätsheuristik vorgeschlagen, wobei jedoch in dieser Perspektive keine erschöpfende Erklärung der experimentellen Befunde erzielt werden konnte und es somit als strittig betrachtet werden muss, inwieweit heuristische Denkprozesse zu diesen Fehlschlüssen führen oder ein unzureichender kognitiver Zugang zur Aufgabenstellung und das Erkennen eines solchen zur kognitiven Entwicklung plausibilitätserzeugenden Ersatzlösungen führen.³⁰⁸

8.2.3.5 Das Festhalten an Kausalzusammenhängen

Der experimentelle Befund des kognitiven Festhaltens an Kausalzusammenhängen ist eng verbunden mit dem Begriff des „Falk-Paradoxon“, das über folgende als klassisch zu bezeichnende experimentelle Aufgabenstellung von Falk im Jahre 1979 eruiert wurde (Bea 1995: 37):

³⁰⁶ Das Experiment Nr. 4 unterscheidet sich von Nr. 3 ausschließlich aufgrund der expliziten Nennung des Anteil von 30% nicht englischsprachiger Bevölkerung in der Wahlliste.

³⁰⁷ Eine weitergehende Interpretation dieser experimentellen Befunde geht von einer Heuristik des konkreten Denkens aus, bei der im zugrundeliegenden kognitiven Prozess nur oberflächliche Eigenschaften von Zahlen verarbeitet werden (Nothbaum 1997: 60).

³⁰⁸ Siehe zur Repräsentativitätsheuristik Kap. 9.1.1.

„In einer Urne sind zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne zurücklegen gezogen.“

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im zweiten Zug eine weiße Kugel gezogen wird, wenn der erste Zug weiß war?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im ersten Zug eine weiße Kugel gezogen wurde, wenn der zweite Zug weiß ist?“

Die normativ richtige Lösung von Aufgabenteil a) basiert auf der relativ einfachen Berechnung gemäß der Wahrscheinlichkeitsbemessung über die Division der im Sinne der Fragestellung günstigen durch die Anzahl der im Versuch möglichen Fälle mit dem Ergebnis $\frac{1}{3}$, da im ersten Zug ohne zurücklegen eine weiße Kugel gezogen wurde und sich so insgesamt 3 Kugeln in der Urne befinden, wovon eine weiß und zwei schwarz sind (Bea 1995: 37).

Die Lösung von Aufgabenteil b) ist formal komplexer und erfolgt unter Hinzuziehung des Satzes von Bayes, der die Berücksichtigung von zeitlich nicht festgelegten Zusatzinformationen in die Wahrscheinlichkeitsbemessung von Ereignissen darlegt (Bea 1995: 37f). Mit den Notationen

- W_I für „die Kugel beim ersten Wurf ist weiß“,
- W_{II} für „die Kugel beim zweiten Wurf ist weiß“ und
- S_I für „die Kugel beim zweiten Wurf ist schwarz“

ergibt sich gemäß des Satzes von Bayes:

$$P(W_I|W_{II}) = \frac{P(W_{II}|W_I)P(W_I)}{P(W_{II}|W_I)P(W_I) + P(W_{II}|S_I)P(S_I)} = \frac{\frac{1}{3} * \frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{3} * \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} * \frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

(Bea 1995: 38).

Diese identischen Ergebnisse von Aufgabenteil a) und b) wird durch folgendes Gedankenexperiment augenfällig: „Man ziehe gleichzeitig zwei Kugeln – mit jeder Hand eine. Dann ist es egal, ob man die Farbe der Kugel in der rechten oder linken Hand kennt: beides mal revidiert sich die a-priori- Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ für eine weiße Kugel in der anderen Hand auf die gleiche Weise, nämlich zu $\frac{1}{3}$ im Falle einer beobachteten weißen und zu $\frac{2}{3}$ im Falle einer beobachteten schwarzen Kugel“ (Bea 1995: 38).

Zur Darstellung der zu dieser Aufgabenstellung des Festhaltens an Kausalzusammenhängen in der diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Forschungstätigkeit entstandenen experimentellen Befunde seien die klassischen von Falk aus dem Jahre 1979 sowie jene von Bea 1995 einschließlich der Begründungen der Probanden zum Aufgabenteil b) in der folgenden Tabelle dargestellt (Bea 1995: 38):

a.) $P(W_{II} W_I)=$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	Sonst	k.A.:
Autor:	Umfang:						
Falk 1979	n=42	61,9%	14,3%	?	?	23,8%	-
Bea 1995	n=143	72,0%	0,7%	2,1%	20,3%	2,8%	2,1%
b.) $P(W_I W_{II})=$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	Sonst.	k.A.:
Autor:	Umfang:						
Falk 1979	n=80	16,2%	51,2%	26,2%	?	7,2%	-
Bea 1995	n=143	10,5%	60,1%	7,7%	10,5%	5,6%	5,6%

Begründung zu b) (Bea 1995: 33):

Antwort:	$P(W_I W_{II})=$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	Sonst.	Σ
Korrekt		12	0	0	0	0	12
Zweiter Zug ohne Bedeutung für ersten		0	81	2	0	0	83
Verwechseln bedingte und konjunktive Wahrscheinlichkeit		0	2	1	13	2	18
Anders numerisch		3	2	8	2	6	21
Ohne Begründung		0	1	0	0	0	1
Summe		15	86	11	15	8	135

Tab. 33: Antwortverteilung und Begründung zum Festhalten an Kausalzusammenhängen

Wie aufgrund der erwähnten Komplexitätsdifferenz zwischen dem Aufgabenteil a) und b) bereits anzunehmen, bereitete den meisten Probanden der Teil a) keine bedeutenden Probleme, obgleich über $\frac{1}{4}$ der Probanden diese Aufgabenstellung nicht normativ richtig lösten (Bea 1995: 38). Der Aufgabenteil b) als Integration der Information des Ereignisses im zweiten Zug gemäß des Satzes von Bayes konnte demgegenüber nur von einem überaus geringen Anteil der Probanden korrekt beantwortet werden, wobei über die Hälfte die gesuchte Wahrscheinlichkeit mit 0,5 angaben und dies mit dem unzutreffenden Argument begründeten, die

Ziehung der zweiten Kugel habe keinerlei Einfluss auf das Ziehen der ersten (Bea 1995: 38).³⁰⁹

Eng mit diesem kognitiven Phänomen verwoben ist jenes des sogenannten „illusory correlation“, bei dem Probanden Zusammenhänge in Bestand und Umfang annehmen, welche so in statistischer Perspektive nicht nachvollzogen werden können (Schaefer 1976: 15; Nothbaum 1997: 61; Paulos 2000: 15). Zudem verweist dies auf die sogenannte Kontroll-Heuristik (Illusion Of Control), der zufolge Individuen ausgehend von einer Überschätzung der Determiniertheit von Zusammenhängen verzerrte Wahrscheinlichkeitsaussagen hervorbringen und in einer Form handeln, in der fälschlicherweise davon ausgegangen wird, die entsprechende Situation kontrollieren zu können (Nothbaum 1997: 61).³¹⁰

8.2.4 Wahrscheinlichkeitsrevision im Lichte neuer Erfahrung: Das Theorem von Bayes

Das Theorem von Bayes eröffnet die Möglichkeit, formal über die Bayes-Formel bestimmt, „neue, objektive Informationen in unseren persönlichen, subjektiven Blickwinkel zu integrieren“, der als „verwirrendes Netzwerk von Wahrscheinlichkeitsschätzungen, Vorlieben und Glaubenssätzen (...) in einem gewissen Sinn die Landkarte unseres Geistes“ ist und so seine herausragende Position in der kognitionswissenschaftlichen Thematisierung statistischen und induktiven Denkens erfährt (Anderson 1996; Paulos 2000: 80f).

Der Ertrag dieser kognitionswissenschaftlichen Bemühungen kristallisiert sich um die Begriffe des Konservatismus sowie des Basisraten-Problems als Etikettierungen jener kognitiven Fehlertendenzen, die aufbauend auf dem normativen Modell des Theorems von Bayes in kognitionswissenschaftlichen Experimentalaufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrevision aufgedeckt wurden (Coombs; Dawes 1975: 175ff; Schaefer 1976: 28ff; Bea 1995: 39).³¹¹

³⁰⁹ Dieses kognitive Festhalten an Kausalzusammenhängen kann auch interpretiert werden als eine unzureichende und unpräzise kognitive Differenzierung im Erkennen und Verarbeiten von deterministischen und probabilistische Prozessen der Realität mit einer inadäquaten kognitiven Dominanz der deterministischen Perspektive (Sedelmeyer 1993: 130).

³¹⁰ Zur theoretischen Erklärung von Bedeutung wäre hier somit die Heuristik der Illusion von Kontrolle (siehe Kap. 9.1.5) sowie die Heuristik der Kausalität (Kap. 9.1.4).

³¹¹ Siehe zur Bezugnahme der neueren kognitionswissenschaftlichen Theorieansätze auf das Theorem von Bayes und der diesbezüglichen Forschungstradition Martignon; Laskey 1999.

Bevor diese Experimentalbefunde detaillierter beleuchtet werden ist zunächst das Theorem von Bayes als das in diesem Nexus betrachtete, normative Modell näher zu beleuchten.

8.2.4.1 Das Theorem von Bayes: Interpretation und Anwendung

Das Theorem von Bayes gehört zu jenen neueren Konzepten in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die gemäß der Standardinterpretation dieses Theorems quantitativ und formal die qualitativ zumeist bekannte Frage beleuchten: „Wie verändern Informationen Wahrscheinlichkeiten?“ (Behrens 1994: 89; Plach 1998: 27f).

In syntaktischer Betrachtungsweise ist dieses Theorem von Bayes eine triviale Konsequenz aus der Definition bedingter Wahrscheinlichkeiten und erlangt seine nicht unumstrittene Bedeutung über seine bereits erläuterte Standardinterpretation als eine Regel zur Wahrscheinlichkeitsrevision von Hypothesen auf der Grundlage von Erfahrungsdaten (Plach 1998: 27f). Das bayessche Inferenzverfahren ist dabei als eine mathematische Vorschrift anzusprechen die es ermöglicht, aus einer in Lichte bestehender Informiertheitsgrade gegebenen a-priori-Wahrscheinlichkeiten einer Hypothese $P(H_i)$ und einer konditionalen Wahrscheinlichkeit für den Grad an Evidenz als bedingte Wahrscheinlichkeit oder sogenannte Likelihoods $P(E|H_i)$ auf die Aposterioriwahrscheinlichkeit für die Gültigkeit dieser Hypothese $P(H_i|E)$ zu schließen (Anderson 1996: 321ff; Piattelli-Palmari 1997: 95ff; Plach 1998: 28). Anzuwenden ist dieses bayessche Inferenzverfahren in dieser Interpretation in dem Fall, in dem sich der Wissenstand dahingegen ändert, dass Evidenz für ein Ereignis E vorliegt und gemäß

$$P(H_i|E) = \frac{P(E|H_i) * P(H_i)}{\sum_{i=1}^n P(E|H_i) * P(H_i)} = \frac{P(E|H_i) * P(H_i)}{P(E)}$$

in der Bemessung der a-posteriori-Wahrscheinlichkeit der betrachteten Hypothese einfließt (Anderson 1996: 321ff; Plach 1998: 27).³¹²

³¹² Eine ohne formale Notation auskommende Definition des Bayes-Theorems stammt von Paulos (2000): „Liegt neues Beweismaterial vor, ist die bedingte Wahrscheinlichkeit einer Hypothese angesichts des neuen Beweismaterials äquivalent zu dem Produkt von a) der ursprünglichen Wahrscheinlichkeit der Hypothese, bevor neue Beweise vorlagen und b) der bedingten Wahrscheinlichkeit des neuen Beweismaterials, wenn die Hypothese gegeben ist, geteilt durch c) die Wahrscheinlichkeit des neuen Beweismaterials“ (Paulos 2000: 80).

Diese formale Wahrscheinlichkeitsrevision wird gemäß des Theorems von Bayes nunmehr kognitionswissenschaftlich dahingehend interpretiert, dass der bestehende Vertrauensgrad eines kognitiven Systems in die Hypothese H bei gegebener Evidenz E numerisch bestimmt werden kann über die Multiplikation des a-priori bestehenden Vertrauensgrad $P(H_i)$ in die Hypothese H mit dem Zuversichtsgrad $P(E|H_i)$ (Anderson 1996: 321ff). Die in der Formel vorfindbare Division mit

$$\left(\sum_{i=1}^n P(E|H_i) * P(H_i) \right) = P(E)$$

stellt den Bezug zu allen alternativen Hypothesen H_i her, die mit dem Auftreten der Evidenz E vorstellbar wären, bildet dabei eine unmittelbare Anwendung des Satzes der Totalen Wahrscheinlichkeit und hat lediglich maßbezogene Relevanz in Form einer Normierung (Wickmann 1990; Anderson 1996: 321ff; Plach 1998: 28).

Restriktionen erfährt diese induktive Interpretation des Theorems von Bayes über die darin enthaltenen Annahmen, die Partizipation $H_1, \dots, H_i, \dots, H_n$ von Ω sei als Hypothesen und das konditionierende Ereignis E als ein Erfahrungsdatum aufzufassen, woraus resultiert, dass über das Bayes Theorem betrachtete Hypothesen prinzipiell anhand empirischer Befunde verifizierbar sein müssen und somit keine Allsätze darstellen können (Plach 1998: 28). Darüber hinaus enthält die induktive Interpretation dieses Theorems eine chronologische Dimension in der Gestalt, dass die Wahrscheinlichkeit $P(H_i)$ die zum Zeitpunkt 0 bestehende Wahrscheinlichkeit repräsentiert, zwischen dem Zeitpunkt 0 und dem Zeitpunkt t das Erfahrungsdatum beobachtet wird, und aus diesem zum Zeitpunkt t die modifizierte Wahrscheinlichkeit $P(H_i|E)$ resultiert (Wickmann 1990; Plach 1998: 28). Dies impliziert eine weitere wichtige Annahme, welche die induktive Interpretation enthält (Wickmann 1990; Plach 1998: 28). Diese Annahme besagt, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(H_i|E)$ als a-posteriori Wahrscheinlichkeit aufgefasst wird, was gleichbedeutend ist damit, dass „die Neubewertung der Hypothesenwahrscheinlichkeit in Folge des Eintretens eines Ereignisses als die mit dem Ereignis konditionierte alte Wahrscheinlichkeit konzipiert wird“ (Wickmann 1990; Plach 1998: 28f). Dieses damit angesprochene Prinzip der Konditionalisierung eröffnet die Möglichkeit der Formulierung anderer funktionaler Beziehungen zwischen a-priori- und a-posteriori Wahrscheinlichkeiten und bilden den zentralen Ansatzpunkt für die Kritik an der in der induktiven Interpretation des Theorems mitklingenden und in der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung häufig bedeutenden

Dimension der Interdependenz zwischen modellimmanenter Konditionalisierung und enthaltener Rationalitätskriterien (Wickmann 1990; Plach 1998: 27ff; 87ff).³¹³

Die Betrachtung dieser in der induktiven Interpretation des Bayes Theorems enthaltenen Annahmen fand in seiner kognitionswissenschaftlichen Anwendung lange Zeit systematisch nicht statt und erfolgte unter der forschungsleitenden Maxime „Statistik ist Statistik ist Statistik“ (Gigerenzer 1994; Gigerenzer u.a. 1999: 238). In kognitionswissenschaftlichen Aufgabenstellungen zur Wahrscheinlichkeitsrevision waren gemäß des Theorem von Bayes A-priori-Wahrscheinlichkeitsangaben über Hypothesen, die sogenannten Basisraten, im Lichte relevanter Zusatzinformationen als sogenannte diagnostische Information zu revidieren, um so zur sogenannten a-posteriori Wahrscheinlichkeiten im Sinne einer mechanisierten Wahrscheinlichkeitsrevision zu gelangen (Coombs; Dawes 1975: 177f; Schaefer 1976: 28ff; Bea 1995: 39; Anderson 1996: 321ff; Plach 1998: 59).³¹⁴

Erst in jüngster Zeit wurde in der kognitionswissenschaftlichen Forschung und Theoriebildung zur Modellierung kognitiver Prozesse der Urteilsrevision versucht, die in der induktiven Interpretation des Bayes Theorems enthaltenen Annahmen sowie die diesbezügliche statistische Fachdebatte systematisch aufzunehmen (Plach 1998).³¹⁵

8.2.4.2 Erste experimentelle Befunde: Der Konservatismus

Die zum Bayes-Theorem entstandenen kognitionswissenschaftlichen Befunde waren zunächst getragen von dem Ziel einer normativen experimentellen Betrachtung der Fragestellung, ob Menschen gemäß des Theorems von Bayes zusätzliche Informationen in ihre bestehenden Wahrscheinlichkeitsschätzungen integrieren, indem sie ihre Einschätzungen bezüglich der Wahrscheinlichkeit von

³¹³ Als allgemeines Entscheidungsproblem als Aufgabe der Angabe einer „vernünftigsten Handlung“ im Rahmen einer Bayes-Analyse betrachtet besteht eine solche aus drei Inputs in Form der Priori-Verteilung, der durch einen Zufallsversuch gewonnenen Information sowie einer Gewinnmatrix. (Wickmann 1990: 61f). In der Bayes-Analyse dient das Bayessche Theorem dazu, Einsicht zu gewinnen und erzeugt erst unter Heranziehung der Gewinnmatrix und Anwendung des bayesschen Prinzips entscheidungstheoretische Dimensionen (Wickman 1990: 61f).

³¹⁴ Bei dieser Betrachtung von Revisionen ist eine Bezugnahme auf das Theorem von Bayes auch in normativer Perspektive nicht zwingend erforderlich. Siehe zur Integration neuer Information in bestehende Wissensbestände im Kontext der Betrachtung dogmatischer und konformistischer Urteilsbildung Kraak 1991.

³¹⁵ Siehe hierzu beispielsweise Gigerenzer 1994.

Hypothesen an die neue Informationslage anpassen und ob somit Denkprozesse in der Metapher als bayesianische Prozesse beschrieben werden können (Edwards 1968; Anderson 1996: 324; Gigerenzer u.a. 1999: 238f). Die Vielzahl dieser in der Tradition von Edwards, Lindmann und Phillips durchgeführten kognitionswissenschaftlichen Forschungsarbeiten führten über die Beobachtung, dass Probanden ihre wahrscheinlichkeitsbezogenen Einschätzungen im Lichte der diagnostischen Information in geringerem Ausmaß anpassen als dies vom Bayes-Theorem vorgegeben wird, zum kognitionswissenschaftlichen Befund der systematischen Unterbewertung der diagnostischen Zusatzinformation (Edwards 1968; Lürer 1973: 107ff; Coombs; Dawes 1975: 177f; Bea 1995: 39; Anderson 1996: 324; Gigerenzer u.a. 1999: 238ff).

Dieser empirische Befund basiert auf dem sogenannten Urnen-Paradigma der diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Forschungstradition, in deren Experimenten den Probanden zwei Urnen vorgelegt werden, die in unterschiedlichen Anteilen mit Kugeln oder Chips roter bzw. blauer Farben gefüllt sind (Plach 1998: 58). Der Versuchsleiter wirft nunmehr mit einer fairen Münze, deren Realisation entscheidet, aus welcher Urne er eine Stichprobe mit zurücklegen und ohne das der Proband dieses erfährt, zieht (Plach 1998: 58). Der Versuchsleiter zeigt dem Probanden die Ergebnisse der Ziehungen und fragt: „Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit (Wie sicher sind Sie sich), dass die Ziehung aus der Urne mit vornehmlich roten Kugeln, beziehungsweise aus der Urne mit vornehmlich blauen Kugeln erfolgte“ (Plach 1998: 58). Die im Lichte des Theorem von Bayes zutreffende Beantwortung dieser Fragestellung bedingt dabei, dass der Proband „sein durch den Münzwurf induziertes initiales Urteil der Gleichwahrscheinlichkeit (Aprioriwahrscheinlichkeit) im Lichte neuer Information, nämlich der Zusammensetzung der Stichprobe, revidiert (Aposterioriwahrscheinlichkeit)“ (Plach 1998: 58f).³¹⁶ Die grundlegende Vorstellung der Anwendung des Bayes Theorems auf diese aufgabenbezogene Situation folgt dabei einem generellem Induktionsschema: „Aus einer unbekanntem Grundgesamtheit, die sich aus Objekten zusammensetzt, die sich in einer eindeutig feststellbaren Eigenschaft unterscheiden (hier die Farbe), werden wiederholt unabhängige Stichproben gezogen. Diese Stichproben fungieren als Daten, mit deren Hilfe Rückschlüsse auf die Zusammensetzung der Grundgesamtheit gezogen werden sollen. Die unterschiedlichen Möglichkeiten der Zusammensetzung der Grundgesamtheit übernehmen dabei die Rolle der zu bewertenden Hypothesen“ (Plach 1998: 59).

³¹⁶ Drei Varianten von kognitionswissenschaftlichen Experimenten sind in der diesbezüglichen Forschungstradition Probanden vorgelegt worden: (1) Von den Probanden wird nach jeder Ziehung einer einzelnen Kugel (Chip) ein Wahrscheinlichkeitsurteil erfragt, (2) gezogene Stichproben von einem Umfang $n > 1$ werden den Probanden vorgelegt und (3) als Mischform der vorrangegangenen Varianten werden sukzessive Stichproben mit mehreren Kugeln präsentiert (Plach 1998: 59).

Illustriert seien dieses Forschungsparadigma sowie die diesbezüglichen Forschungsbefunde anhand einer Aufgabenstellung in der Tradition von Edwards, der Probanden im Experiment zwei Beutel vorlegte, die jeweils 100 Spielchips mit unterschiedlichen Farbanteilen von 70 roten und 30 blauen Chips in dem einen bzw. 70 blauen und 30 roten Chips in dem anderen Beutel enthielten (Hussy 1983: 52ff; Anderson 1996: 324). Die Probanden hatten nun die Aufgabe, die Wahrscheinlichkeit zu bemessen um welchen Beutel es sich handelt, wobei ohne weitere Informationen die Wahrscheinlichkeit für die Hypothesen, dass es sich um den Beutel mit überwiegend roten Chips (H_R) und dafür, dass es sich um den Beutel mit überwiegend blauen Chips handelt (H_B), für jeden Beutel gemäß $P(H_R) = P(H_B) = 0,5$ identisch ist (Hussy 1983: 52ff; Anderson 1996: 324). Zur Gewinnung einer weiteren diagnostischen Information zogen die Probanden zufällig Chips aus dem zuvor gewählten Beutel, wobei hier im folgenden angenommen sei, es handele sich bei dem ersten so gezogenen Chip um einen roten (R), so dass die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(R|H_R) = 0,70$ und $P(R|H_B) = 0,30$ resultieren (Hussy 1983: 52ff; Anderson 1996: 324).

Damit bildet die konkrete Aufgabenstellung im Experiment einen Spezialfall des oben dargestellten, diesem Urnenparadigma zugrundeliegenden generellen Induktionsschema (Plach 1998: 59). Zunächst wird hierbei der allgemeine Multinomialfall auf den Binomialfall reduziert, d.h. die Daten lassen sich in $k = 2$ Datenklassen in Gestalt von zwei verschiedenen Farben zerlegen und die Anzahl der möglichen Hypothesen wird auf $i = 2$ reduziert, da alle Stichproben aus einer der beiden Urnen gezogen wurde, deren Zusammensetzung festgelegt und bekannt ist (Plach 1998: 59).

Diese beiden Charakteristika des Spezialfalles vereinfachen die Anwendung des Bayes-Theorems überaus ausgeprägt, da das formale Problem der Bestimmung der a-posteriori Wahrscheinlichkeit sich nunmehr auf die Bestimmung von Likelihoodquotienten eines Bernoulli-Prozesses beschränkt (Plach 1998: 59). Konkret sei der Anteil roter Kugeln über p gegeben, so ist die Wahrscheinlichkeit r roter und $(n-r)$ blauer Kugeln in n unabhängigen Stichproben zu erhalten über

$$P(r|n, p) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r},$$

woraus für die beiden Hypothesen in Form der beiden Urnen A und B mit den jeweiligen Anteil an roten Kugeln p_A und p_B der Likelihoodquotient

$$\lambda = \frac{p_A^r (1-p_A)^{n-r}}{p_B^r (1-p_B)^{n-r}}$$

resultiert (Plach 1998: 59). Hierbei beachtlich ist der Tatbestand, dass sich die Binomialkoeffizienten in dieser Gleichung herauskürzen, welche die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten darstellen, bei n Ziehungen r rote Kugeln zu erhalten (Plach 1998: 60). Hinzu tritt eine dritte vereinfachende Einschränkung, da die Urnenzusammensetzungen über $p_A = 1 - p_B$ symmetrisch ist, woraus das dia-

gnostische Gewicht $\lambda = \left(\frac{p_A}{1 - p_A} \right)^{2r-n}$ resultiert (Plach 1998: 60). Wie der Expo-

nent zeigt, ist das diagnostische Gewicht über $[2r - n = r - (n - r)]$ nur über die Anzahl roter und blauer Kugeln in der Stichprobe bestimmt und contraintuitiv nicht beeinflusst über die absolute Anzahl von Beobachtungen (Plach 1998: 60). Als vierte und letzte vereinfachende Einschränkung sind die a-priori Wahrscheinlichkeiten für die beiden Urnen über den Münzwurf als $p_A = p_B = 0,5$ gegeben, wodurch sich die Aposteriori-odds durch die Anwendung des Bayes Theorems bestimmen lassen (Plach 1998: 60).³¹⁷

Bevor nunmehr die normative Lösung der zuvor dargelegten Aufgabenstellung sowie die diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Experimentalbefunde vorgestellt werden, ist eine weitere konzeptionelle begründete statistische Eigenschaft von Aufgabenstellungen dieses Paradigmas zu erläutern, da diese zu Missverständnissen Anlass geben könnten (Plach 1998: 60). Im bereits beschriebenen Urnen-Paradigma besteht „zwar bedingte Unabhängigkeit der Daten gegeben einer Hypothese“ sowie „die Unabhängigkeit der Beobachtung eines Datums von der Beobachtung eines anderen Datums, d.h. $P(D_{1k} | D_{2k}) \neq P(D_{1k})$ “ (Plach 1998: 60). Prinzipiell verändern Beobachtungen von Daten, welche für die Differenzierung von Hypothesen Bedeutung besitzen, die Wahrscheinlichkeiten dieser Hypothesen, wodurch sich im allgemeinen auch die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens bestimmter Datenklassen verändern (Plach 1998: 60). Es ist daher eher als „statistischer Unfall“ zu bezeichnen, dass, obwohl Daten und Hypothesen generiert werden können die alle vier Kombinationen aus bedingten und unbedingten Unabhängigkeiten realisieren, Daten zwar diagnostisches Gewicht besitzen und dennoch voneinander unabhängig sind (Edwards 1971: 645; Schaefer 1976; Plach 1998: 60f).

³¹⁷ In erster Annäherung bezeichnen Odds das Verhältnis zweier komplementärer, sich einander ausschließender Ereignisse E_1 und E_2 als subjektive Wahrscheinlichkeiten gemäß der allgemeinen Form $P(E_1) = \frac{Odds(E_1 / E_2)}{Odds(E_1 / E_2) + 1}$, wobei der Aus-

druck (E_1 / E_2) eine Angabe der subjektiven Wahrscheinlichkeit als Verhältnis angibt. Die Bestimmung von Odds ist als Generierung eines Wettquotienten interpretierbar (Jungermann u.a. 1998: 156).

Die nun über den Satz von Bayes bestimmbaren a-posteriori Wahrscheinlichkeiten für beispielsweise jene Wahrscheinlichkeit, dass es sich unter Berücksichtigung der diagnostischen Information des roten Chips um den Beutel mit überwiegend roten Chips handelt, berechnen sich als eine Wahrscheinlichkeitsrevision gemäß

$$P(H_R|R) = \frac{P(R|H_R)P(H_R)}{P(R|H_R)P(H_R) + P(R|H_B)P(H_B)} = \frac{0,7 * 0,5}{(0,7 * 0,5) + (0,3 * 0,5)} = 0,7$$

(Anderson 1996: 324).

Die so präskriptiv beschriebene Anpassung der Wahrscheinlichkeit im Lichte der diagnostischen Information von zunächst $P(H_R) = 0,5$ auf $P(H_R|R) = 0,7$ erfolgt im Lichte der experimentellen Befunden kognitiv tendenziell zurückhaltender auf beispielsweise 0,6 (Hussy 1983: 53; Anderson 1996: 324). Diese kognitive Verzerrung von Wahrscheinlichkeitsrevisionen als Tendenz der Probanden, das Gewicht der beobachteten Evidenzen zu unterschätzen, wurde durch Edwards und Philips im Jahre 1966 mit der Bezeichnung „Conservatism“ versehen und ist unter diesem Begriff in die kognitionswissenschaftliche Forschung und Theoriebildung eingegangen (Edwards 1968; Oerter 1971; Lüer 1973: 107; Edwards 1982; Bea 1995: 39; Anderson 1996: 324f; Gigerenzer u.a. 1999: 239). Dieses kognitive Phänomen, dass die Revision etablierter Wahrscheinlichkeiten kognitiv langsamer erfolgt als in Theorem von Bayes vorgegeben, wurde durch Oerter im Jahre 1971 deutschsprachig als Konservatismus bezeichnet und mit einer Art Trägheit und Diffusheit im Denken assoziiert (Oerter 1971; Lüer 1973: 107; Gigerenzer u.a. 1999).

In differenzierterer Betrachtung beinhaltet dieser kognitive Konservatismuseffekt, dass die experimentell ermittelten inferierten subjektiven Likelihoodquotienten, welche aus den subjektiven a posteriori Wahrscheinlichkeiten berechnet werden, tendenziell wesentlich geringer bemessen werden als dies durch das Bayes Theorem vorgegeben wäre (Plach 1998: 62f).³¹⁸

³¹⁸ Die Parallele zum Begriff des Dogmatismus als Bewahrungsstrategie ist in Anbetracht der Definition dogmatischer Urteilsbildung, welche immer dann diagnostiziert werden muss, „wenn Informationen, die zu bestimmten Wissensbeständen nicht vereinbar sind, nicht zur Revision dieses Wissens verwendet wird“ ist hierbei unverkennbar (Kraak 1991: 16). Siehe hierzu Kraak 1991. Weiterführend sind hierbei auch die Bezüge von Konservatismuseffekten zum Pragmatismus als Balancierung zwischen empirischen Denkweisen und metaphysischen Bedürfnissen des Menschen in James 1994: 29ff.

Hierbei lässt die Struktur der empirischen Befunde den Schluss zu, dass die durch den Münzwurf gegebene a priori Wahrscheinlichkeit durch die Probanden im Experiment adäquat und sinnvoll berücksichtigt wurde und die Probanden somit ihre Urteilsrevisionen in Übereinstimmung mit dem Bayes Theorem vollzogen, hierbei jedoch den diagnostischen Wert der Daten systematisch unterschätzten (Plach 1998: 63). In erster Annäherung des Umfangs dieser Suboptimalität der kognitiven Nutzung der diagnostischen Information kann im Lichte der experimentellen Befunde davon ausgegangen werden, dass „2 bis 9 Daten einer Art notwendig sind, um das Ausmaß der Urteilsveränderung eines optimal verarbeitenden- d.h. durch das Bayes Theorem verarbeiteten- Datums zu erreichen“ (Plach 1998: 63). Diese Einschätzung wurde bei der Variation der Diagnostizität im Experiment gestützt, so dass resümierend festgehalten werden kann: „Increased diagnosticity, no matter how produced, increases conservatism“ (Slovic; Lichtenstein 1971: 702, nach Plach 1998: 63).

Die aus dem experimentellen Konservatismusbefund extrahierte Folgerung war, dass Menschen aufgrund ihrer Konservatismusneigung kognitiv nicht in der Lage sind, die in verfügbarer Information enthaltenen Grade von Gewissheit in jenem Umfang herauszuziehen, wie der Satz von Bayes dies andeutet, mit einer entsprechenden negativen Einschätzung der Effizienz der menschlichen Informationsverarbeitung (Coombs; Dawes 1975: 177f; Schaefer 1976: 96f; Gigerenzer u.a. 1999).

Zur Erklärung des kognitiven Effektes des Konservatismus sind drei Gruppen von diesbezüglichen Ansätzen zu unterscheiden (Slovic; Lichtenstein 1971; Plach 1998: 64ff):

1. Der Erklärungsansatz der fehlerhaften Auffassung des diagnostischen Gewichts: Als Bedingung für eine mit dem Theorem von Bayes konformen Verarbeitung der gemäß des Urnen-Paradigmas präsentierten Informationen müssen die Probanden über ein zu mindestens intuitives Verständnis des zugrundeliegenden Datengenerierungsprozesses verfügen. Liegt dieses nicht vor, so agieren die Probanden wahrscheinlich auf einer inkorrekten Vorstellung über die Wahrscheinlichkeit, mit der Daten unter Gültigkeit einer bestimmten Hypothese in einem Binomialprozess auftreten können mit dem Ergebnis, dass die enthaltene Diagnostizität der Daten falsch bemessen wird und somit die Revisionsurteile vom normativen Modell differieren.
2. Der Erklärungsansatz der fehlerhaften Aggregation von Daten: Hier nach entsteht Konservatismus über eine vom Bayes Theorem grundlegend abweichenden und in normativer Perspektive damit falschen Aggregation des diagnostischen Effekt mehrerer Daten.

3. Der Erklärungsansatz des Konservatismus als Artefakt: Dieser Perspektive folgend handelt es sich beim Konservatismus um ein Forschungsartefakt des zugrundeliegenden Experimentalparadigmas.

Während die ersten beiden Ansätze die Ursache von Konservatismus in den kognitiven Mechanismen und Strukturen des Subjekts lokalisieren, thematisiert der dritte Ansatz die Angemessenheit und ökologische Validität des zugrundeliegenden Urnen-Paradigma und leitet dessen kritische Analyse seiner Merkmalsstruktur ein (Plach 1998: 64). Für zu mindestens eine anteilige Erklärung des Konservatismuseffekts über diesen Ansatz sprechen, neben diese Perspektive stützende experimentelle Befunde zu verwendeten Urteilsskala sowie zur Aufgabenkomplexität, insbesondere theoretische Überlegungen (Plach 1998: 66ff). Diese Überlegungen beleuchten die Fragestellung, inwieweit das Urnen-Paradigma mit seinen speziellen statistischen Eigenschaften zu experimentellen Befunden führt, die als verallgemeinerungsfähig betrachtet werden können (Plach 1998: 69). Diese Verallgemeinerungsfähigkeit der experimentellen Befunde im Urnen-Paradigma sind hierbei in Frage zu stellen insbesondere aufgrund der Tatsache, dass die den Probanden im Experiment vorgelegten Daten zwingend bedingt unabhängig voneinander sind, was in realen Urteilsituationen und natürlichen Kontexten häufig nicht vorzufinden sind und eher die Ausnahme als die Regel darstellt, was zur Konsequenz hat, dass der gemeinsame diagnostische Effekt mehrerer Daten geringer zu bewerten ist als die Summe der diagnostischen Effekte der isoliert betrachteten Daten (Plach 1998: 69). Dies bedeutet, dass „während das diagnostische Gewicht der Daten im Urnen-Paradigma immer konstant ist, sind sukzessiv erhaltene Informationen in der natürlichen Umgebung häufig partiell redundant“ (Plach 1998: 69). Aus dieser Erfahrungstatsache, dass in realistischen Revisionsituationen nicht in beliebiger Weise bedingte Unabhängigkeit vorausgesetzt werden kann, ergibt sich für die Betrachtung des Konservatismuseffektes innerhalb des Urnen-Paradigmas eine eindeutige Konsequenz: „Wenn Probanden den Datengenerierungsprozess im Urnen-Paradigma nicht verstehen und von ihrer Erfahrung mit bedingt abhängigen Daten ausgehen, dann ist zu erwarten, dass sie ihnen im Urnen-Paradigma präsentierten Stichproben als partiell redundant behandelt“ (Plach 1998: 71). Dies hat den Effekt, dass ihre Urteilsrevisionen geringeren Umfangs sind als dies das hier normativ zugrunde liegende Bayes Theorem vorgibt, was genau dem in diesem Paradigma ermittelten Konservatismuseffekt entspricht (Plach 198: 71). Darüber hinaus basiert das Urnen-Paradigma auf der Annahme einer Beobachtung von Daten, welche einen direkten Schluss auf die in Frage stehende Hypothese erlaubt (Plach 1998: 72). Diese Annahme ist in realen Urteilsituationen zumeist nicht anzunehmen, da hier beobachtete Daten keinen direkten Schluss zulassen und somit hierarchische und verkettete Inferenzschritte in Form einer kaskadierten Inferenz vollzogen werden müssen (Schum 1994; Plach 1998: 72).

Und auch hier ist in der realen Revisionsituation wiederum ein „Konservatismuseffekt“ geboten, da allgemein die Anzahl der Zwischenschritte einer kaskadierten Inferenz in einem reziproken Verhältnis zum diagnostischen Gewicht einer Beobachtung steht (Plach 1998: 72).

8.2.4.3 Das kognitive Phänomen der Bestätigungstendenz

Darüber hinaus eröffnet der oben bereits angesprochene und diskutierte experimentelle Befund um den Begriff des „Overconfidence“, dass die empirisch spezifizierten und kognitiv zugrundeliegenden subjektiven Verteilungen im Vergleich mit ihren objektiven Äquivalenten systematisch zu eng ausfallen und somit zu zu kleinen Vertrauensintervallen in der kognitiven Schätzung führen, eine kognitive Parallele zur experimentell ermittelten Bestätigungstendenz beim Testen von Hypothesen (Gadenne; Oswald 1986; Hager; Weißmann 1991; Hoffrage 1993: 74f; Bea 1995: 27; Johnson-Laird 1996: 275ff; Keuth 1996).³¹⁹ Gemäß diesen experimentellen Befunden besteht eine deutliche kognitive Tendenz zur Bestätigung von Hypothesen einhergehend mit der Erfahrung, dass Probanden hypothesenkonträre Informationen erst dann berücksichtigen, wenn eine alternative Hypothese vorhanden ist (Gadenne, Oswald 1986; Hager; Weißmann 1991; Johnson-Laird 1996: 275ff).³²⁰

Eine überaus ausführliche und grundlegende Analyse des Phänomens der Bestätigungstendenz stammt von Hager und Weißmann (1991), die zunächst eine Parallele, von der jeweiligen kognitionswissenschaftlichen Betrachtungsweise abhängige Verwendung der Begriffe „Bestätigungstendenz“, „Bestätigungsstrategie“ und „Bestätigungsfehler“ als deutsche Übersetzung des englischen Begriffs „Confirmation Bias“ zur Bezeichnung dieses kognitiven Phänomens einführen (Hager; Weißmann 1991: 6). In der weiteren Durchsicht des im Begriff der Bestätigungstendenz angesprochenen Konzepts der Hypothese und deren Prüfung unterscheiden sie zwischen substanzwissenschaftlichen, inhaltlichen Hypothesen einerseits und statistischen Hypothesen andererseits, wobei folgendes Ablaufschema eines Testes substanzwissenschaftlicher Hypothesen als mehrstufig konzipierter Prozess vorgeschlagen wird und die dabei beachtliche Differenzierung zwischen der Prüfung statistischer Hypothesen und substanzwissenschaftlicher Annahmen leider vernachlässigt wird (Hager; Weißmann 1991: 10f).³²¹

³¹⁹ Siehe zum hier angesprochen kognitiven Phänomen des Overconfidence und der Differenzierung zwischen wissensbezogener Overconfidence und inferenzieller Overconfidence Kap. 8.2.2.4.

³²⁰ Siehe hierzu Kap. 8.3.2.4.

³²¹ Siehe hierzu Kap. 2.3.1.

1. Bildung einer (substanzwissenschaftlichen) Hypothese als mit der Frage verbundene Aussage, ob dieser so behauptete Sachverhalt mit der Wirklichkeit übereinstimmt.
2. Identifikation der potenziell hypothesenbestätigenden sowie der potenziell hypothesenwiderlegenden Instanzen über die Erstellung aus der Hypothese abgeleiteten Vorhersagen, die somit angeben, welche Teilmenge aller realisierbaren empirischen Befunde als hypothesenbestätigend bzw. hypothesenkonträr betrachtet werden sollen.
3. Bewertung der bestehenden empirischen Information hinsichtlich ihrer Gültigkeit und Zuverlässigkeit. Diese bestimmt die Validität einer Hypothesentestung, da „etwas vereinfacht“ festgehalten werden kann, dass „die Validität einer Hypothesenprüfung um so höher ist, je kleiner die (bedingten) Wahrscheinlichkeiten dafür sind, dass aufgrund der erhobenen Daten eine falsche Entscheidung über die in Frage stehende (inhaltliche) Hypothese gefällt wird“ (Hager; Weißmann 1991: 10). Dies verweist auf die bekannten Konzepte falscher Testentscheidungen um die Begriffe des α -Fehlers als Option, eine Hypothese in Anbetracht der Wirklichkeit fälschlicherweise abzulehnen und dem β -Fehler als Option der Annahme einer unzutreffenden Hypothese.³²² Diese fehlerhaften Testentscheidungen sind nur im Falle statistischer Hypothesen wahrscheinlichkeitsbezogen numerisch zu bestimmen und erfolgt anderenfalls eher intuitiv und interpretativ.
4. Hypothesenprüfung und Testentscheidung als Vergleich zwischen Erfahrungsdatum und über die Hypothese abgeleitete Vorhersage. Diese basiert auf der Fragestellung der Vereinbarkeit der Hypothese in Anbetracht der empirischen Information.
5. Bewertung der Hypothese über die Betrachtung des der Hypothese entgegengebrachten kognitiven Vertrauens und der Konsequenzen der Prüfung.

Ausgehend von dieser Abfolge der Hypothesenüberprüfung identifizieren Hager und Weißmann (1991) verschiedene Formen einer Bestätigungstendenz, initiiert über die Auswahl der Prüfinstanzen, in der Hypothesenentscheidung und –bewertung bzw. durch eine (Um-) Interpretation von Prüfinstanzen und nennt darauf aufbauend Bedingungen und Kriterien einer wissenschaftlich begründeten Identifikation von Bestätigungstendenzen (Hager; Weißmann 1991: 14ff).

³²² Siehe hierzu auch Kap. 2.2.4.4 und Kap. 2.2.4.5.

In der Gruppe von Untersuchungen zur Bestätigungstendenz, denen eine statistische Norm zu Grunde liegen, wird bevorzugt auf das Bayes-Theorem Bezug genommen (Hager; Weißmann 1991: 28). Im Zentrum der Anwendung dieser statistischen Norm steht dabei jene Art der Bestätigungstendenz, welche sich auf die unterschiedliche Bewertung bestätigender und widerlegender Informationen beim Hypothesentesten bezieht (Hager; Weißmann 1991: 25). Eine Bestätigungstendenz ist somit hier gegeben, „wenn bestätigende Informationen im Vergleich zu widerlegenden einen größeren Einfluss auf die Hypothesenbeurteilung erhalten (Hager; Weißmann 1991: 24). In diesem Rahmen wird über die Formel von Bayes versucht zu erfassen, in welchem Umfang neue Informationen die Wahrscheinlichkeit einer Hypothese bzw. das subjektive Vertrauen in die Hypothese im Sinne einer Hypothesenbewertung verändert (Hager; Weißmann 1991: 28). In formaler Betrachtung bildet dies die Bestimmung der a posteriori Wahrscheinlichkeit für die Hypothese H_A bei Kenntnis der Daten D als $P(H_A|D)$ (Hager; Weißmann 1991: 28). Bekannt oder subjektiv geschätzt sei hierbei die A-priori-Wahrscheinlichkeit der Hypothese $P(H_A)$, bezeichnen $P(D|H_A)$ die bedingte Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Daten unter der Bedingung des Zutreffens von H_A und $P(D)$ die Wahrscheinlichkeit der Daten (Hager; Weißmann 1991: 29). Die Formel von Bayes besitzt sodann die Gestalt

$$P(H_A|D) = \frac{P(D|H_A)P(H_A)}{P(D)} \text{ mit } P(D) = \sum P(D|H_K)P(H_K),$$

wobei H_K die Gesamtheit aller möglichen konkurrierenden Hypothesen beschreibt (Hager; Weißmann 1991: 29). Zum Zwecke der Vereinfachung und um die Probleme der erschöpfenden Bestimmung aller konkurrierenden Hypothesen zur Bemessung von $P(D)$ zu umgehen sind zumeist nur zwei Hypothesen als H_A und komplementär dazu H_B Gegenstand der Betrachtung, woraus für $P(D)$ resultiert, dass

$$P(D) = P(D|H_A)P(H_A) + P(D|H_B)P(H_B),$$

was in die Bayes-Formel zur Berechnung der a posteriori Wahrscheinlichkeit der Hypothese H_B gemäß

$$P(H_B|D) = \frac{P(D|H_B)P(H_B)}{P(D)}$$

einzusetzen ist und diese entsprechend modifiziert (Hager; Weißmann 1991: 29).³²³

Wie nunmehr ersichtlich bedingt diese Anwendung des Bayes-Theorem zum Zwecke des bewertenden Vergleichs der intuitiven Verarbeitung von Informationen mit einem normativ betrachteten statistischen Verfahren die experimentelle Übertragung des im Theorem von Bayes enthaltenen Voraussetzungen und Annahmen (Hager; Weißmann 1991: 25ff). In diesem Fall ist dies die Angabe der zu verarbeitenden Information und der Hypothesen als numerische Wahrscheinlichkeiten, was die Gültigkeit so generierter Experimentalbefunde in Bezug zur Hypothesenprüfung stark relativiert (Hager; Weißmann 1991: 25ff). Denn als Effekt dieser experimentellen Untersuchung von Bestätigungstendenzen in der Urteilsbildung treten wahrscheinlichkeitstheoretische Implikationen an die Stelle falsifikationistischer Regeln und Normen, was als Resultat normativ-bewertende Schlussfolgerungen auf die kognitive Bewertung von Hypothesen verstellt (Hager; Weismann 1991: 29f).

Eine weiterer Einwand kommt von Plach (1998), der festhält, dass die zuvor dargelegte Struktur von Aufgabenstellungen zur experimentellen Betrachtung von Konservatismuseffekten verdeutlicht, dass die häufig anzutreffende Gleichsetzung des Phänomen des „Overconfidence“ und der damit assoziierten Bestätigungstendenz als eine einfache Umkehrung des Konservatismus-Effekts in zweifacher Hinsicht als ungerechtfertigt zu betrachten ist (Plach 1998: 84).³²⁴ Plach (1998) hält hierzu treffend fest: „Kalibrierungsuntersuchungen erfordern keine Revision eines bestehenden Urteils. Selbst wenn im Prozess der Generierung eines Konfidenzurteils Revisionsmechanismen eine Rolle spielen sollten, erlauben Kalibrierungsuntersuchungen keine Differenzierungen zwischen bestehenden und revidierten Urteilen“ (Plach 1998: 84). „Konservatismus ergibt sich als eine Differenz zwischen Wahrscheinlichkeitsurteilen und den Voraussagen eines normativen Modells. „Overconfidence“ ergibt sich dagegen aus dem Vergleich zwischen Wahrscheinlichkeitsschätzungen und objektiv feststellbaren relativen Häufigkeiten“ (Plach 1998: 84).

³²³ Zum Zwecke einer einheitlichen Darstellung der Relevanz der Daten für die Hypothesenbewertung kann eine Likelihoodbetrachtung integriert werden gemäß

$$\frac{P(H_A|D)}{P(H_B|D)} = \frac{P(D|H_A)}{P(D|H_B)} * \frac{P(H_A)}{P(H_B)} = L(D) \frac{P(H_A)}{P(H_B)} \text{ (Hager; Weißmann 1991: 29).}$$

³²⁴ Siehe zu den kognitionswissenschaftlichen experimentellen Befund des „Overconfidence“ Kap. 8.2.2.4.

Zur Abgrenzung zwischen den kognitionswissenschaftlichen Experimentalbefunden Konservatismus und „Overconfidence“ ist somit festzuhalten, dass das Konservatismus- Phänomen eine kognitive Aussage über Mechanismen der Informationsverarbeitung enthält und das Phänomen des „Overconfidence“ in Abgrenzung dazu den Grad der externen Validität oder des Realismus von Wahrscheinlichkeitsschätzungen beleuchtet (Plach 1998: 84).³²⁵

Ungeachtet dieser Kritik an der experimentellen Vorgehensweise der Ermittlung einer Bestätigungstendenz assoziiert Paulos (2000) das kognitive Testen von Hypothesen mit Begriffen wie „Voreingenommenheit“, welche als Doktrin geistige Zuflucht bietet, und wird durch Keuth (1996) angemerkt, dass unter dem Primat der Rationalität diese Voreingenommenheit kultiviert würde und wir aufgrund der prinzipiellen Endlichkeit und Begrenztheit menschlicher Erkenntnis mit der Fehlerbarkeit unserer Urteile leben müssen (Gadenne, Oswald 1986; Johnson-Laird 1996: 275ff; Keuth 1996: 86; Paulos 2000: 43ff).³²⁶

Zur theoretische Betrachtung dieser empirischen Befunde wurde im Forschungsansatz der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) auf die Heuristik des Verankerns und Anpassens Bezug genommen, wobei dieser ein entsprechender Bias zugeordnet wurde (Bea 1995: 27). Darüber hinaus wurde im Kontext des Phänomens des „Overconfidence“ eine kognitive „Illusion der Selbstkontrolle“ ausgemacht, bei der die Eintrittswahrscheinlichkeit negativer Ereignisse systematisch unterschätzt werden und die somit starke Parallelen zur Heuristik der Illusion von Kontrolle aufweist (Bea 1995: 27).³²⁷

³²⁵ Nicht zuletzt aufgrund der so gearteten Kritik versucht Gigerenzer (1993), über die Annahme stetiger Variablen eine Situation des klassischen statistischen Hypothesentestes mit der Betrachtung von α - und β - Fehler und den entsprechenden Verteilungen, eine vom Theorem von Bayes alternative Modellierung kognitiver Hypothesenbewertung zu begründen, um so zu zeigen, dass auch hiervon differierende Lösungen darstellbar sind (Gigerenzer 1993: 109ff). Dieser kognitionswissenschaftliche Vorstoß scheidet jedoch an dem Problem der damit einhergehenden mathematisch-statistischen Übermodellierung der diesbezüglichen kognitiven Prozesse (Gigerenzer 1993: 109ff).

³²⁶ Riedl stellt hierzu in Anlehnung an Popper evolutionsbezogen fest: „Dieser entscheidende Selektionsvorteil des Bewusstseins besteht, wie Popper ebenso treffend sagt, darin, dass nun die Hypothese stellvertretend für den Besitzer stirbt“ (Riedl 1985: 50). Siehe einführend über dogmatische und konformistische Urteilsbildung Kraak 1991 sowie zu Bestätigungstendenzen in der Urteilsbildung Hager; Weißmann 1991.

³²⁷ Siehe zur Heuristik des Verankerns und Anpassens Kap. 9.1.3 sowie zum zu diesem Experimentalbefund generierten Bias der Verzerrung von Erinnerung und des

8.2.4.4 Spätere experimentelle Befunde: Das Basisraten-Problem

Spätere kognitionswissenschaftliche Studien verwendeten Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben zu sozialen Urteilen in Form von Textaufgaben, bei denen nicht alle Wahrscheinlichkeiten in der Aufgabenstellung gegeben (Social Judgment Paradigm) bzw. konkrete numerische Werte enthalten waren (Textbook Paradigm) (Bea 1995: 39; Anderson 1996: 325f). Zu letzterer Kategorie gehört das in diesem Diskussionszusammenhang allgegenwärtig verwendete und wiederholt bemühte, sogenannte „Cab-Problem“ oder „Taxi- Problem“, das als kognitionswissenschaftliche Aufgabenstellung in Experiment auf Kahneman aus den frühen 1980er Jahren zurückgeht und die wie folgt lautet (Bea 1995: 39; Nothbaum 1997: 65f; Plach 198: 76; Gigerenzer u.a. 1999: 240f):

„Ein Taxi war an einem nächtlichen Verkehrsunfall mit Fahrerflucht beteiligt. In der Stadt, in der der Unfall passierte, gibt es zwei Taxiunternehmen: eines mit blauen und eines mit grünen Fahrzeugen. Es ist bekannt, dass 85% der Taxis blau und 15% der Taxis grün sind. Ein Unfallzeuge sagt aus, dass Taxi sei grün gewesen. Das Gericht läßt die Fähigkeit des Zeugen untersuchen, die Farben unter vergleichbaren Sichtverhältnissen richtig zu erkennen. In einer Versuchsreihe, bei der die Taxis jeweils zur Hälfte blau bzw. grün sind, macht der Zeuge bei jeder Farbe in 80% der Fälle richtige Bestimmungen und irrt sich bei jeder Farbe in 20% der Fälle.

Frage: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei dem Unfall um ein grünes Taxi gehandelt hat?“

Gemäß des zugrundeliegenden normativen Modells betrachtet ist diese Aufgabenstellung zur Wahrscheinlichkeitsrevision über den Satz von Bayes formal zu lösen, da offensichtlich nach der a posteriori- Wahrscheinlichkeit gefragt wurde, dass das am Unfall beteiligte Taxi tatsächlich, wie der Zeuge behauptet grün gewesen ist als $P(G|g)$ (Bea 1995: 40; Anderson 1996: 320ff). Die zur Aufgabenlösung gegebenen a priori- Wahrscheinlichkeiten oder Basisraten betragen 15% für grüne Taxis ($P(G) = 0,15$) bzw. 85% für blau ($P(B) = 0,85$) und bilden jene Wahrscheinlichkeiten, welche man ohne Zusatzinformation zur Bemessung der Wahrscheinlichkeit einer jeweilige Unfallbeteiligung heranziehen würde (Bea 1995: 40; Anderson 1996: 321). Durch die mit einer Diagnostizität von 80%iger Verlässlichkeit ausgestatteten Aussage des Zeugen als bedingte Wahrscheinlichkeit für die Beteiligung eines grünen Taxis im Falle einer entsprechenden Aussage des Zeugen steigt jedoch die Wahrscheinlichkeit für die Beteiligung eines grünen Taxis, wobei die numerische Berechnung dieser Wahrscheinlichkeitsrevision

„Overconfidence“ Kap. 9.1.3.2 und hierzu ergänzend die Heuristik der Illusion von Kontrolle Kap. 9.1.5.

wie folgt über den Satz von Bayes erfolgt (Bea 1995: 40; Anderson 1996: 321f; Nothbaum 1997: 65):

$$P(G|g) = \frac{P(g|G)P(G)}{P(g|G)P(G) + P(g|B)P(B)} = \frac{0,80 * 0,15}{(0,80 * 0,15) + (0,20 * 0,85)} = 0,41$$

Wie aufbauend auf dieser systematischen Betrachtung zu erwarten liegt die so ermittelte a posteriori- Wahrscheinlichkeit für das Zutreffen der Annahme einer Unfallbeteiligung eines grünen Taxis unter Berücksichtigung einer entsprechenden Zeugenaussage zwischen der gegebenen Basisrate und Diagnostizität (Bea 1995: 40; Anderson 1996: 322f; Gigerenzer u.a. 1999: 240f).³²⁸

Diese von Kahneman und Tversky im Jahre 1973 begründeten Forschungstätigkeiten brachten einen zu dem zuvor eruierten und als Konservatismus bezeichneten Effekt in gewisser Weise gegenläufigen experimentellen Befund zutage, der besagt, dass Probanden im Experiment manchmal die a priori- Wahrscheinlichkeiten in ihren Wahrscheinlichkeitsschätzungen unberücksichtigt lassen (Bea 1995: 40; Anderson 1996: 325f; Nothbaum 1997: 65f; Gigerenzer u.a. 1999: 241; Paulos 2000: 59ff). Diese ebenfalls mit dem Satz von Bayes als normatives Modell unvereinbare kognitive Tendenz der Missachtung bzw. bedeutenden Unterbewertung der Basisraten ist mit den Begriffen des „Base-Rate Fallacy“ bzw. des „Base- Rate Neglect“ benannt und wurde ebenfalls Gegenstand der diesbezüglichen

³²⁸ Bea (1995) weist auf die Bezüge zwischen dem als „Simpsons Paradoxon“ in die statistische Fachdiskussion eingegangene Phänomen und der Missachtung von Basisraten hin, da erst diese kognitive Verzerrung die paradoxen Wirkungen entfaltet. Mengentheoretisch formalisiert seien A, B und C Ereignisse mit den zugehörigen entsprechenden Komplementärereignissen, so das gilt:

$$\left. \begin{array}{l} P(A|B \cap C) < P(A|\bar{B} \cap C) \\ P(A|B \cap \bar{C}) < P(A|\bar{B} \cap \bar{C}) \end{array} \right\} \text{nicht} \Rightarrow P(A|B) < P(A|\bar{B}).$$

Es erscheint hierbei kognitiv als paradox, dass sich formal in einer differenzierteren Betrachtung korrekt ergebene Beziehungen auf der aggregierten Ebene umdrehen können. Das „Simpson Paradoxon“ kann als ein Spezialfall des Basisratenproblems interpretiert werden, da auch hier falsche Erwartungen bezüglich einer Auftretenswahrscheinlichkeit bestehen, weil die notwendige Gewichtung der diagnostischen Information mit der Basisrate kognitiv unterbleibt (Bea 1995: 42). Siehe ausführlicher Riemer 1985.

chen kognitionswissenschaftlichen Forschungsarbeit (Bea 1995: 40; Anderson 1996: 325f; Nothbaum 1997: 65f; Plach 1998: 76f; Gigerenzer u.a. 1999: 240f).³²⁹

Bevor jedoch auf die Fragestellung des Basisratenfehlers als Negation des Experimentalbefundes des Konservatismus eingegangen werden kann, müssen die Differenzen der Experimentalsituation im „Taxi-Problem“ mit jenem des Urnen-Paradigmas herausgestellt werden (Plach 1998: 77). Als zentrale Differenz zwischen den zugrundeliegenden Experimentalsituationen ist hier zu nennen, dass beim „Taxi-Problem“ den Probanden unterschiedliche Formate probabilistischer Informationen dargeboten werden, wobei die Aprioriinformation immer als Basisrate und die diagnostische Information ein fallbezogenes Format aufweist (Plach 1998: 77). „Während im Urnenparadigma die Relevanz der Aprioriinformation für die Urteilsrevision durch das Stichprobenverfahren auch für naive Probanden transparent ist, ist die Relevanz von Basisraten in einem bayesschen Kontext weder vom normativen noch vom subjektiven Standpunkt der Probanden aus klar“ (Plach 1998: 77). In diesem Zusammenhang wurde durch Cohen (1981) bemerkt, dass es durchaus normativ zu legitimieren ist, Basisrateninformationen gänzlich unberücksichtigt zu lassen, außer in dem Fall, in dem die zu beurteilende Situation alle relevanten Charakteristika mit den Elementen der Referenzklasse gemein hat, auf welche sich die Basisrate bezieht (Cohen 1981; Gardner 1989: 390ff; Plach 1998: 77). Als relevante Charakteristika sind in dieser Argumentation jene Eigenschaften zu verstehen, die in einem direkten kausalen Zusammenhang stehen (Cohen 1981; Gardner 1989: 390ff; Plach 1998: 77). Obgleich diese Position Cohens in dieser extremen Ausprägung nicht aufrecht gehalten werden kann, da kein allgemein akzeptierter Standard begründet worden ist der zu beleuchten vermag, ob eine konkrete Referenzklasse als hinreichend relevant angesehen werden kann, eröffnete die Argumentation Cohens die Kritik zum Experimentalparadigma des „Taxi-Problems“ (Schum 1993; Plach 1998: 77). Diese Kritik aus der Verdeutlichung des Tatbestandes, dass „das Bayes-Theorem keine Aussagen über die Revision von Basisraten, sondern über die Revision von Aprioriwahrscheinlichkeiten macht“ und es somit nicht gerechtfertigt ist, „die in den Experimenten präsentierten Basisraten mit subjektiven Aprioriwahrscheinlichkeiten gleichzusetzen“ (Plach 1998: 78).³³⁰

³²⁹ In der Benennung der klassischen Statistik ist eine Missachtung der Basisrate gleichbedeutend mit der ausschließlichen Berücksichtigung der Likelihoods, sodass eine entsprechende Schätzung als Maximum-Likelihood-Schätzung anzusprechen ist, was auf die diesbezügliche statistische Fachdiskussion verweist (Bea 1995: 40).

³³⁰ Darüber hinaus sind, wie Gigerenzer (1993) darlegt, repräsentationsbezogen verschiedene Lösungen des „Taxi-Problems“ begründbar. So wäre unter der Prämisse der Wahrnehmung von Farben als kontinuierliche Variable sowie der Anwendung des Signal-Entdeckungsmodells das Problem über problematische Verteilungsannahmen

So bestehen verschiedene Experimentalbefunde, welche zu belegen vermögen, dass Basisraten in einer konkreten Aufgabenstellung aus dem Grunde keine Beachtung erfahren, weil sie in der Darlegungsform zu unspezifisch gehalten sind um als relevante Information kognitiv erkannt zu werden und das Basisraten dann in die Urteilsbildung mit einbezogen werden, wenn ihre kausale Relevanz für die konkrete Fragestellung salient gemacht wurde (Plach 1998: 78; Gigerenzer u.a. 1999: 244). Darüber hinaus konnte in diesbezüglichen Experimenten gezeigt werden, dass eine Verringerung der Relevanz von individuierter Information in der kognitiven Verarbeitung zu einer beachtlichen Unterbewertung dieser Information zugunsten einer stärkeren Bewertung von Basisrateninformation führt und dass die subjektiv wahrgenommene kausale Relevanz der Basisrateninformation als jener Faktor angesprochen werden kann, der determiniert, ob die Basisrateninformation berücksichtigt wird (Plach 1998: 78).

Eine andere Erklärung für die den experimentellen Befund der Vernachlässigung der Basisrate jenseits der im Taxi-Problem (Cab-Problem) dargestellten Differenzierung zwischen „kausalen“ und „zufälligen“ benötigt das sogenannte Ingenieur-Rechtsanwalt- Problem (Lawyer-Engineer-Problem), welche auf folgende Aufgabenstellung im Experiment bezug nimmt (Kahneman; Tversky 1973: 241; Schaefer 1976: 105; Gigerenzer u.a. 1999: 244f):³³¹

„Ein Gremium von Psychologen hat 30 Ingenieure und 70 Rechtsanwälte, die in ihren jeweiligen Arbeitsgebieten durchweg erfolgreich waren, einer Befragung und einem Persönlichkeitstest unterzogen. Auf der Grundlage der gesammelten Informationen wurden knappe Beschreibungen der 30 Ingenieure und 70 Anwälte verfasst. Sie finden in Ihren Testunterlagen fünf davon, die zufällig aus den 100 Beschreibungen ausgewählt wurden. Geben Sie bitte Ihre Wahrscheinlichkeitsschätzung, dass die beschriebene Person ein Ingenieur ist, auf einer Skala von 1 bis 100 an. Dieselbe Aufgabe hat ein Gremium von Experten bearbeitet, die den verschiedenen Beschreibungen mit hoher Präzision Wahrscheinlichkeiten zugeordnet haben. Sie werden einen Geldbonus bekommen, dessen Höhe sich danach richtet, wie nahe Ihre Einschätzung dem Expertenurteil kommt.“

in einer Form zu modellieren, welche andere normative Lösungen als jene klassischen nach dem Theorem von Bayes Kahneman und Tversky folgend hervorbringt. Dies vermag zu mindestens zu illustrieren, dass das „Taxi-Problem“ entscheidungstheoretisch anders betrachtet werden kann und somit mehrere normative Lösungen aufweist (Gigerenzer 1993: 109ff).

³³¹ Nach Gigerenzer u.a. 1999: S. 244f

Eine zweite Probandengruppe bekam identische Instruktionen mit der Aufgabenvariation umgekehrter Basisraten, dem entsprechend der Angaben 70 Ingenieure und 30 Rechtsanwälte untersucht worden wären. Alle Probanden erhielten der Instruktion entsprechend fünf jedoch gleiche Persönlichkeitsbeschreibungen folgender Art (Kahneman; Tversky 1973: 241; Schaefer 1976: 105; Gigerenzer u.a. 1999: 244f):

„Jack ist ein 45 Jahre alter Mann. Er ist verheiratet und hat vier Kinder. Er ist generell konservativ, sorgfältig und ehrgeizig. Er verrät kein Interesse an politischen und sozialen Fragen und widmet den Größten Teil seiner Freizeit seinen vielen Hobbys, unter anderem sind das Tischlerarbeiten für den Hausgebrauch, Segeln und mathematische Rätselaufgaben.“

Die Wahrscheinlichkeit, das Jack einer von den 30 (bzw. 70, R.S.) Ingenieuren in der Stichprobe von 100 Personen ist, beträgt%“

Das Ergebnis dieses Experimentes war, dass sich im Mittel die Antworten der beiden Gruppen nicht unterschieden, woraus Kahneman und Tversky (1973) den Schluss zogen, dass die Variation der Instruktion und somit die Basisraten keine Beachtung gefunden hatten und sich somit die Probanden als insensitiv bezüglich der a priori- Wahrscheinlichkeit zeigten (Schaefer 1976: 105; Gigerenzer u.a. 1999: 244f).

Zu den zum Satz von Bayes experimentell ermittelten und zuvor dargelegten kognitiven Tendenzen in Form des Konservatismus und des Basisraten-Problems kommt der auf Gluck und Bower aus dem Jahre 1988 zurückgehende Experimentalbefund, dass Probanden zwar in auf explizites Wissen beruhenden, bewussten Wahrscheinlichkeitsrevisionen vom Bayes-Theorem abweichen, diese jedoch in ihrem intuitiven Verhalten mit dem Satz von Bayes übereinstimmen und im Lichte dieser Befunde davon ausgegangen werden kann, dass ein kognitiv verankertes implizites Wissen über die bayesschen Prinzipien vorhanden sein könnte (Anderson 1996: 327f; Paulos 2000: 79ff).

Neben diesen empirischen Befunden um das Theorem von Bayes, die sich um die Begriffe des Konservatismus und des Basisraten-Problems manifestieren und bereits zu umfangreichen diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Diskussionen führten, brachte auch die theoretischen Erklärung des Befundes der Insensitivität gegenüber der Basisrate bereits in der Tradition des Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) alternative und gegensätzliche Ergebnisse hervor (Bea 1995: 40f). Hier wurde zunächst die Repräsentativitätsheuristik vorgeschlagen und ihr ein entsprechender Bias zugeordnet (Kahneman; Tversky 1972; Kahneman; Tversky 1973).³³²

³³² Siehe zur Repräsentativitätsheuristik Kap. 9.1.1 und zum ihr zugeordneten Bias der Insensitivität gegenüber der Basisrate Kap. 9.1.1.1.

Diese Erklärung folgend lösen Probanden die gegebene Aufgabenstellung im Rechtsanwalt-Ingenieur- Problem, in dem sie bemessen, inwieweit eine gegebene Persönlichkeitsbeschreibung ihrem Stereotyp eines Ingenieur entspricht, was in der Perspektive von Gigerenzer u.a. (1999) bedeutet, das „die Nichtbeachtung von Basisraten durch die Nichtbeachtung von Basisraten erklärt“ wird, was augenfällig auf eine unbefriedigende diesbezügliche kognitionswissenschaftliche Theoriebildung hindeutet (Plach 1998: 78f; Gigerenzer u.a. 1999: 246). Als Reaktion auf weitere, bereits früher durch andere Autoren erhobene Kritik dieses Erklärungsansatzes wurde die Verfügbarkeitsheuristik sowie die Heuristik der Kausalität zur Erklärung dieses Phänomen im Falle der Berücksichtigung lebendiger und kausal interpretierbarer Informationen hinzugezogen und die Heuristik des Verankerns und Anpassens im Falle der Basisratenvernachlässigung in Abhängigkeit zu der erlebten Ambiguität vorgeschlagen (Tversky 1982a; Bea 1995: 41).³³³

8.2.4.5 Der Konversionsfehler als ergänzender Befund

Der als Konversionsfehler in die kognitionswissenschaftliche Literatur eingegangene kognitive Trugschluss, der die wirksamen zugrundeliegenden kognitiven Strukturen bei Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben weiter zu beleuchten vermag, sei an folgender experimenteller Aufgabenstellung in der Tradition von Eddy aus dem Jahre 1982 verdeutlicht (Jungermann u.a. 1998: 180ff).³³⁴

„Angenommen Sie sind eine Ärztin, die eine Frau auf Brustkrebs untersucht hat. Die Patientin hat einen Knoten in der Brust, aber aufgrund langer Erfahrung schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um eine bösartige Geschwulst handelt, auf 1%. Sie lassen aber dennoch eine Mammographie durchführen; mit dieser Methode werden etwa 80% aller bösartigen Geschwulste richtig identifizieren (also $P(\text{positives Testergebnis (+)} | \text{Krebs}) = 0,80$) und etwa 90% aller gutartigen Geschwülste richtig identifizieren (also $P(\text{negatives Testergebnis (-)} | \text{kein Krebs}) = 0,90$). Zu Ihrer Überraschung lautet das Testergebnis „bösartig“, also Krebs. Wie hoch schätzen Sie jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei der Geschwulst um einen bösartigen Geschwulst handelt – angesichts Ihrer ersten Schätzung von nur 1% und angesichts der Zuverlässigkeit der Mammographie von 80% bzw. 90%?“

³³³ Siehe zur Verfügbarkeitsheuristik Kap. 9.1.2, zur Heuristik der Kausalität Kap. 9.1.4 sowie zur Heuristik des Verankerns und Anpassens Kap. 9.1.3.

³³⁴ Ähnliche Beispiele aus der medizinischen Diagnostik finden sich versehen mit einer Anleitung zur Verbesserung statistischen Denkens bei Gigerenzer 2002.

Damit sind folgende vier Wahrscheinlichkeiten $P(\text{böartige Geschwulst}) = 0,01$, $P(\text{gutartiges Geschwulst}) = 0,99$, $P(+|\text{böartig}) = 0,80$ und $P(+|\text{gutartig}) = 0,10$ gegeben, woraus sich gemäß des Theorems von Bayes die gesuchte Wahrscheinlichkeit wie folgt ergibt (Jungermann u.a. 1998: 181):

$$P(\text{böartig}|+) = \frac{P(+|\text{böartig})P(\text{böartig})}{P(+|\text{böartig})P(\text{böartig}) + P(+|\text{gutartig})P(\text{gutartig})}$$

Obleich die gesuchte Wahrscheinlichkeit gemäß

$$P(\text{böartig}|+) = \frac{0,80 * 0,01}{(0,80 * 0,01) + (0,10 * 0,99)} = 0,075 = 7,5\%$$

beträgt, schätzen 95% der befragten Ärzte die gesuchte Wahrscheinlichkeit auf um 75%, woraus unter Hinzuziehung der Antwortbegründungen der Ärzte nach Vorlage der Berechnungen nach dem Theorem von Bayes zwei kognitive Fehlschlüsse abzuleiten sind (Jungermann u.a. 1998: 181):

1. Fehler: Basisraten- Fehler: Es wurde offensichtlich wiederum die Basisrate in Form der geringen a-priori- Schätzung von 1% nicht berücksichtigt, und
2. Fehler: Konversions- Fehler: Die kognitive Gleichsetzung der Wahrscheinlichkeiten $P(\text{positiv}|\text{ böartig})$ mit der hiervon zu unterscheidenden Wahrscheinlichkeit $P(\text{böartig}|\text{ positiv})$.

Diese häufig auf der irrigen Annahme basierenden Antwortbegründung, die Wahrscheinlichkeit einer böartigen Geschwulst bei positivem Testergebnis sei identisch oder näherungsweise gleich hoch wie die Wahrscheinlichkeit eines positiven Mammographieergebnisses bei Patientinnen mit Krebs, wurde als Konversionsfehler bezeichnet, um damit die Analogie zum kognitiven Fehler im syllogistischen Schlussfolgern zu verdeutlichen, bei dem die Aussage „Alle A sind B“ mit der Aussage „ Alle B sind A“ verwechselt bzw. gleichgesetzt wird (Jungermann u.a. 1998: 181).³³⁵

Dieser Konversionsfehler bedeutet jedoch, dass die Anwendung der Repräsentativitätsheuristik mehr einschließt als nur die Vernachlässigung der Basisraten, was die diesbezügliche Kritik, dass bei dieser Erklärung das zu Erklärende mit dem Erklärenden identisch sei, abzuschwächen vermag (Plach 1998: 79; Gigerenzer u.a. 1999: 246). Dieses Mehr bildet eben jene Annahme der im allgemeinen nicht

³³⁵ Siehe zum logischen Denken und den diesbezüglichen experimentellen Befunden Kap. 7.

annehmbare Symmetrie zwischen der Wahrscheinlichkeiten $P(\text{positiv}|\text{böartig})$ mit der hiervon zu unterscheidenden Wahrscheinlichkeit $P(\text{böartig}|\text{positiv})$, was sich formal wie folgt beschreiben lässt (Plach 1998: 79): „Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Eigenschaft E (z.B. positives Testergebnis; R.S.) die Zugehörigkeit ihres Trägers zu einer Klasse K (z.B. Klasse der Krebskranken) impliziert, wird durch die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(K|E)$ ausgedrückt. Die Wahrscheinlichkeit, dass Mitglieder von K (z.B. Krebskranke; R.S.) die Eigenschaft E (z.B. positives Testergebnis; R.S.) besitzen, ist die inverse Wahrscheinlichkeit $P(E|K)$. Die Verbindung zwischen diesen zu unterscheidenden Wahrscheinlichkeiten resultiert unmittelbar aus der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit gemäß $\frac{P(E|K)}{P(K|E)} = \frac{P(E)}{P(K)}$, woraus resultiert, dass die inversen bedingten Wahrscheinlichkeiten nur in dem Fall gleichgesetzt werden dürfen, in dem die Basisraten gleich sind (Plach 1998: 79).³³⁶

In Konsequenz hieraus beinhaltet die Anwendung der Repräsentativitätsheuristik bei Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrevision gemäß des Theorems von Bayes neben der Vernachlässigung der Basisraten auch die Annahme ihrer Gleichheit, so dass die Wahrscheinlichkeiten $P(E|K)$ und $P(K|E)$ nicht differenziert und unterschieden werden (Plach 1998: 79).

8.2.4.6 Kognitive Strukturen bei Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben und Parameter der Fehlerreduktion

„Ein Problem zu lösen, bedeutet einfach, es so darzustellen, dass die Lösung einsichtig wird.“

Herbert A. Simon³³⁷

In der Perspektive der Betrachtung stochastischen Denkens im intuitiven und analytischen Denkmodus gemäß des Prozess-Struktur-Modells von Scholz (1987) bezeichnet dieser die beobachteten Problemlösungsaktivitäten bei Studenten als beinahe pseudo-analytisches Denken nach dem Muster „probability–mathematics–pick up the numbers–produce a calculation–perhaps it fits“, wobei eine stetige Überprüfung der kognitiven Informationsverarbeitungsschritte nicht stattfindet und

³³⁶ Dies entspricht nach ein Beispiel von Gigerenzer (2002) der formal unzutreffenden Schlussfolgerung eines bayrischen Innenministers, weil die meisten Heroinabhängigen Marihuana geraucht hätten würden die meisten Marihuanaraucher auch zu Heroinsüchtigen mit dem Schluss, Marihuana sei zu verbieten (Gigerenzer 2002: 41f).

³³⁷ Zitiert nach Gigerenzer 2002: 63.

Mangel an Erfahrung in der Anwendung analytischer Denkformen Hinweise auf die Erfahrungshaltigkeit analytischen Denkens eröffnet (Scholz 1987: 91).³³⁸

Im Verlauf der weiteren kognitionswissenschaftlichen Forschungsarbeit zu Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben, die als Replikationsstudien angelegt waren bzw. Aufgabenvariationen beinhalteten, wurden folgende differenziertere empirischen Befunde generiert, welche darlegen, dass die kognitive Berücksichtigung von Basisraten- und Fallinformation offenbar von mehreren Faktoren abhängt (Scholz 1987; Gigerenzer, Hell; Blank 1988; Bea 1995: 41; Nothbaum 1997; Jungermann 1998: 180):

- Die Missachtung der Basisraten ist ausgeprägt kontextabhängig. Wie diesbezügliche Aufgabenvariationen belegen können bereits geringe Veränderungen der gegebenen numerischen Werten bzw. der Aufgabenformulierung bedeutende Wirkungen auf die beobachtete Antwortverteilung entfalten.
- Die Berücksichtigung der Basisrate wird insbesondere dann gefördert, wenn diese in einem kausalen Zusammenhang mit dem interessierenden Ereignis dargestellt, in sehr spezifischer Form zur Anschauung gebracht oder lebhaft und auffällig („Vivid“) dargeboten wird. In einigen Fällen ist jedoch ein aktives Erleben der Interdependenz zwischen Diagnostizität und Basisrate von Nöten, um die Missachtung der Basisraten kognitiv zu überwinden.
- Die kognitive und emotionale Bedeutung der Fallinformation als sogenannte Salientz besitzt einen bedeutenden Einfluss, wobei gilt, dass je höher die Salienz, desto stärker findet die Fallinformation kognitive Berücksichtigung.
- In sprachlich vermittelten und vertrauten Kontexten werden Basisraten selten unberücksichtigt gelassen.
- Wiederholte Aufgabenbearbeitung führt tendenziell zur verstärkten Beachtung der Basisrate.
- Alter und Ausbildung der Probanden besitzen einen bedeutenden Einfluss auf den Umfang der Missachtung der Basisrate.

³³⁸ Siehe unabhängig vom Theorem von Bayes zur Integration neuer Information in bestehende Wissensbestände im Kontext der Betrachtung dogmatischer und Konformistischer Urteilsbildung Kraak 1991.

Aufbauend auf diesen Befunden wurde der kognitionswissenschaftlich wie didaktisch relevante Versuch unternommen, über Variationen in der Repräsentation der Aufgabenstellung das Basisratenproblem zu beeinflussen (Scholz 1987; Scholz; Mayer 1993; Bea 1994; Nothbaum 1997: 66f).

In didaktischer Perspektive zeigte sich in entsprechenden Experimenten die Darstellung des Problemraum als Einheitsquadrat, das sämtliche möglichen Ereignisse umfasst und über senkrechte und waagerechte Teilungsachsen gebildete Teilflächen die unbedingten wie bedingten Wahrscheinlichkeiten zur Anschauung bringt, als am effektivsten, da hier die Relation aus Trainingsdauer und Lernerfolg im Vergleich zu numerischen wie verzeichnisartigen Darstellungsformen am günstigsten war (Scholz 1987; Scholz; Mayer 1993; Bea 1994; Nothbaum 1997).

Diese Perspektive einer alternativen Repräsentation von Aufgabenstellungen zur Wahrscheinlichkeitsrevision mit dem Ziel der Verbesserung der kognitiven Verarbeitungsleistungen führte neben dieser grafischen Darstellungsform auch zur Anwendung der Befunde des „Natural Sampling“ als eines kognitionswissenschaftlichen Ansatzes, welcher in seiner Umsetzung die Veränderung der Repräsentation von Information auch mit einem Wandel des zur Wahrscheinlichkeitsrevision anzuwendenden Algorithmus einhergeht (Gigerenzer 1993: 120ff; Gigerenzer; Hoffrage 1995).³³⁹ Die Veränderung der Repräsentation von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrepräsentation vollzieht sich dabei zunächst von der klassischen Darstellungsform in Wahrscheinlichkeiten zu einer Darstellungsform in relativen Häufigkeiten (Gigerenzer 1993: 120f; Gigerenzer; Hoffrage 1995). Dies sein am Beispiel der Fragestellung erläutert, mit welcher Wahrscheinlichkeit $P(K|S)$ ein betrachteter Patient, der Symptome S einer Krankheit K zeigt, auch tatsächlich an dieser erkrankt ist (Gigerenzer 1993: 120; Gigerenzer; Hoffrage 1995). Betrachtet sei hierzu ein Erfahrungsdatum vom Umfang $n = 30$ Personen, wovon 10 erkrankt und 20 nicht erkrankt seien (Gigerenzer 1993: 121; Gigerenzer; Hoffrage 1995). Von den 10 erkrankten Personen zeigen 8 die Symptome und damit 2 nicht; bei den nicht erkrankten 20 Personen weisen 4 Symptome der Krankheit auf und die verbleibenden 16 nicht (Gigerenzer 1993: 121; Gigerenzer; Hoffrage 1995). Gemäß der klassischen Revisionsaufgabe mit einer Repräsentation der zugrundeliegenden Information in Form von Wahrscheinlichkeiten ergibt sich so ein Ergebnis über:

³³⁹ Siehe repräsentationsbezogen zum Begriff des „Natural Sampling“ Kap. 5.6.3.

$$\begin{aligned}
 P(K|S) &= \frac{P(S|K)P(K)}{P(S|K)P(K) + P(S|k)P(k)} \\
 &= \frac{\frac{8}{10} * \frac{10}{30}}{\left(\frac{8}{10} * \frac{10}{30}\right) + \left(\frac{4}{20} * \frac{20}{30}\right)} = \frac{0,8 * 0,33}{(0,8 * 0,33) + (0,2 * 0,66)} = 0,66
 \end{aligned}$$

In der Darstellungsform des Natural Sampling, in der die zugrundeliegenden Informationen als Häufigkeiten eingehen, ergibt die gesuchte Wahrscheinlichkeit $P(K|S)$ aus der Häufigkeit der Merkmalskombination Symptom/krank = a = 8 und der Häufigkeit der Merkmalskombination Symptom/nicht erkrankt = b = 4 über $P(K|S) = \frac{a}{a+b} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = 0,66$ (Gigerenzer 1993: 120ff; 2002: 71; Gigerenzer; Hoffrage 1995).

Diese verschiedenen Darstellungsweise der Aufgabenstellung und die in Anwendung der so gegebenen Information unterschiedlichen Modalitäten der Berechnung seien anhand eines weiteren Beispiels in folgender Tabelle noch einmal dargelegt (Gigerenzer 2002: 72):

Natürliche Häufigkeiten:	Wahrscheinlichkeiten:
Gegebene Information	
n= 1000 Davon 8 krank und 992 nicht krank. Von den 992 nicht kranken <u>70 positiv</u> und 922 negativ getestet. Von den 8 Kranken <u>7 positiv</u> und 1 negativ getestet.	P (krank) = 0,008 P(pos. Krank) = 0,9 P (pos. nicht krank) = 0,07
Berechnung:	
$ \begin{aligned} &P(krank positiv) \\ &= \frac{7}{7 + 70} \\ &= \frac{7}{77} \\ &= 0,09 \end{aligned} $	$ \begin{aligned} &P(krank positiv) \\ &= \frac{(0,008 * 0,9)}{(0,008 * 0,9) + (0,992 * 0,07)} \\ &= \frac{0,0072}{0,0072 + 0,06944} \\ &= \frac{0,0072}{0,07664} \\ &= 0,093 \end{aligned} $

Tab. 34: Gegenüberstellung der Berechnung nach Bayes bei der Darstellung als natürliche Häufigkeiten und als Wahrscheinlichkeiten

Wie ersichtlich geht die Darstellung im „Natural Sampling“ mit einem vereinfachten Verarbeitungsalgorithmus einher, der an Stelle von drei Wahrscheinlichkeiten

im klassischen Fall lediglich zwei Häufigkeiten berücksichtigt, keine Basisraten expliziert und über die Darstellung des Umfangs des zugrundeliegenden Erfahrungsdatums weitere bedeutende Informationen enthält (Gigerenzer 1993: 121f; 2002: 65ff; Gigerenzer; Hoffrage 1995).³⁴⁰

Diese Einschätzung der Vereinfachung der kognitiven Verarbeitung von Aufgabenstellungen zur Wahrscheinlichkeitsrevision durch deren Darstellung und Repräsentation gemäß des „Natural Sampling“ bestätigt sich im Lichte der entsprechenden experimentellen Befunden (Gigerenzer 1993: 123; 2002; Gigerenzer; Hoffrage 1995) Diese zeigen, dass die Repräsentation von Information bedeutenden Einfluss auf die Güte kognitiver Leistungen im statistischen Denken besitzt und dass das Repräsentationsformat Häufigkeiten im Vergleich zu Wahrscheinlichkeiten hierbei den bisher stärkste identifizierte Faktor zur Verringerung kognitiver Täuschungen darstellt (Gigerenzer 1993: 123; 2002; Gigerenzer; Hoffrage 1995).

³⁴⁰ Ganz besonders prägnant ist als weiteres Beispiel die Vorstellung von 100 Menschen, von denen einer krank und 99 gesund sind. Der eine Kranke sowie einer von den 99 gesunden wurde positiv getestet. Auf die Frage, wie viele der positiv getesteten Personen die Krankheit wirklich haben, antwortet man nahezu reflexartig: 1 von 2 (Gigerenzer 2002: 288f).

9 Theoretische Erklärungsansätze der Befunde zum statistischen Denken

Die zuvor dargelegten empirischen Befunde psychologischer Experimente zum statistischen Denken basierten auf einem normativen Vergleich von kognitiven Wahrscheinlichkeitsurteilen mit der Axiomatik und den Theoremen der Wahrscheinlichkeitstheorie und führte zu dem Ergebnis, dass Probanden bei bestimmten Aufgaben und unter bestimmten Bedingungen, die als „Normalfall“ angesprochen werden müssen, in ihren intuitiv gebildeten Entscheidungen von den Regeln dieser Norm abweichen (Jungermann u.a. 1998: 166).³⁴¹

Im folgenden soll die zu der kognitiven Erklärung dieser experimentellen Befunden erfolgte kognitionswissenschaftliche Theoriebildung anhand des Forschungsprogramms der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) sowie der Theorie „Probabilistischer Mentaler Modelle“ (PMM) von Gigerenzer, Hoffrage und Kleinbölting (1991) dargelegt werden.

Die hier getrennte Betrachtung der experimentellen Befunde im vorangegangenen Kapitel und der auf diese Bezug nehmenden theoretischen Erklärungsansätze entspricht der diesbezüglichen Forschungstradition, in der empirische Befunde dominieren und bei der Ausgestaltung experimenteller Studien zur Generierung dieser empirischen Befunde häufig kognitionspsychologische Theorien und Modelle eine untergeordnete Bedeutung einnahmen (Lichtenstein; Fischhoff 1982: 333; Hoffrage 1993: 75).

Hierbei verfolgt die Darstellung der bestehenden experimentellen Befunde sowie der diesbezüglichen theoretischen Erklärungsansätze als die diesbezügliche Schnittmenge fokussierende Auswahl das Ziel, neben der thematischen Beleuchtung auch den zwingend restriktiven Charakter dieser Auswahl zu verdeutlichen. Diese Vorgehensweise, welche eine den Rahmen dieser Arbeit überschreitenden Umfang von Reproduktion diesbezüglicher Darstellungen unterbindet, legitimiert sich über den in der einschlägigen Literatur überaus umfangreichen Bestand weiterer Aufgaben, welche auch mit der Benennung weiterer Fehlschlüsse einherging und die eine selektive und essentialistische Auswahl gebietet (Bea 1995: 43).³⁴²

³⁴¹ Siehe zu den diesbezüglichen experimentellen Befunden Kap. 8.2.

³⁴² Umfangreichere Zusammenstellungen finden sich beispielweise im dem als klassisch zu bezeichnenden Sammelband von Kahneman; Slovic; Tversky (1982).

9.1 Der Erklärungsansatz kognitiver „Heuristics And Biases“

Ausgehend von den zuvor dargelegten experimentellen Beobachtung von Diskrepanzen zwischen intuitiven und wahrscheinlichkeitstheoretischen Wahrscheinlichkeitsurteilen entwickelten Tversky und Kahneman das Forschungsprogramm der kognitiven „Heuristics And Biases“, welches in seiner Grundannahme davon ausgeht, dass Menschen in der kognitiven Verarbeitung von Informationen unter bestimmten Bedingungen mentale Heuristiken anstelle optimaler wahrscheinlichkeitstheoretischer Algorithmen anwenden (Schaefer 1976: 104; Kahneman, Nisbett; Ross 1980; Slovic; Kahneman 1982; Johnson-Laird 1996: 286ff; Jungermann u.a. 1998: 166). Es basiert damit auf der Annahme, dass menschliches Denken, Urteilen und Entscheiden insbesondere im sozialen Bereich dominiert sei von einem Gebrauch einfacher, intuitiver Strategien und nicht durch die Anwendung normativ adäquater kognitiver Vorgehensweisen (Nisbett; Ross 1980; Kahneman; Slovic; Tversky 1982).

Dieses Forschungsprogramm ist somit, ausgehend von der, aus den experimentellen Befunden abgeleiteten, These, dass menschliche Informationsverarbeitung nicht mit formalen Modellen beschrieben werden kann, als Versuch zu betrachten, jene vereinfachenden Maximen oder Heuristiken zu isolieren und zu benennen, von denen Menschen sich in Urteilssituationen kognitiv leiten lassen (Schaefer 1976: 104; Hussy 1986: 113; 1993: 132).³⁴³ Heuristiken sind dabei in erster Annäherung anzusprechen als „nicht unbedingt analytische, logisch konsistente Informationsverarbeitungsanweisungen. Sie zeichnen sich stattdessen durch ihre hohe Handhabbarkeit und die Notwendigkeit zu einem geringeren Einsatz kognitiver Kapazitäten aus und liefern eher Schätzwerte als exakte Ergebnisse“ (Nothbaum 1997: 57). Diesen kognitiven Heuristiken, welche als geistige „Daumenregel“ im Rahmen dieses Forschungsprogramms zur Erklärung der experimentellen Befunde entwickelt wurden, sind sogenannte „Biases“ zugeordnet als Bedingungen, unter denen die Anwendung der jeweiligen Heuristik zu in normativer Perspektive in Anbetracht der experimentellen Befunde systematischen Fehlern und Verzerrungen führt (Jungermann u.a. 1998: 166f).

³⁴³ Siehe zu den weiteren Grundannahmen, Strukturen und der grundlegenden Kritik dieses Forschungsprogramms der „Heuristics And Biases“ einleitend Kap. 6.3.2.

9.1.1 Die Repräsentativitäts-Heuristik

Die kognitive Heuristik der Repräsentativität fußt auf der Vorstellung des kognitiven Vorhandenseins eines prototypischen Repräsentanten einer Population (Kahneman; Tversky 1972; Hussy 1986: 54; 1993: 133ff; Jungermann u.a. 1998: 166).³⁴⁴ Die entsprechende kognitive Regel besagt: „Die subjektive Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis ist um so größer, je repräsentativer das Ereignis für die Population ist, aus der es kommt“ oder verkürzt ausgedrückt: „Ähnliches verursacht Ähnliches“ (Reason 1994: 65; Jungermann u.a. 1998: 167).

Die Heuristik der Repräsentativität beschreibt einen kognitiven Vereinfachungsmechanismus, dem folgend ein Mensch die Wahrscheinlichkeit eines unsicheren Ereignisses bzw. die Realisation einer Stichprobenziehung entweder anhand des Grades schätzt, mit dem das zu schätzende Ereignis der Ausgangspopulation ähnelt, oder danach, ob und inwieweit es bedeutende oder dominierende Eigenschaften des Prozesses zeigt, der diese Realisation erzeugte (Kahneman; Tversky 1972: 431; Tversky; Kahneman 1974: 1125; Schaefer 1976: 105; Hussy 1986: 54; 1993: 133ff; Nothbaum 1997: 58). Der Repräsentationsheuristik liegt damit die Annahme zugrunde, dass der Grad der Repräsentativität eines Objektes A für ein Objekt B des Ausmaß ihrer Ähnlichkeit entspricht (Niesbett u.a. 1983).

Verschiedene Autoren assoziieren diese kognitive Heuristik der Repräsentativität mit jenen aus der Begriffsforschung stammenden Prototypkonzept und dem Prototypvergleich beim Identifizieren von Begriffsinstanzen bzw. betonen die Dimension der Typizität in dieser kognitiven Strategie der Repräsentativität (Hussy 1986: 55; 1993: 133ff; Wessels 1994: 367). Die kognitive Heuristik der Repräsentativität verfolgt in dieser Perspektive das Ziel, über die Beurteilung der Zugehörigkeit eines Items zu einer Klasse abzuschätzen, in wie weit es für diese Klasse repräsentativ erscheint, was sich an dem Grad bemisst, in dem es für diese Klasse als typisch zu betrachten ist (Wessels 1994: 367). In dem Konzept des Prototypenvergleichs bilden Prototypen typische Repräsentanten eines Begriffs, welche alle oder viele der definierenden Merkmale dieses Begriffs auf sich vereinen (Hussy 1986: 55; 1993: 134). Untypische Vertreter weisen wenige aber dafür charakteristische und spezifische Merkmale des Begriffs auf (Hussy 1986: 55; 1993: 134). Zur Beantwortung der Frage der Zugehörigkeit eines Objektes zu einem Begriff findet ein sogenannter Prototypenvergleich statt, wobei bei atypischen Instanzen der zugrundeliegende Evidenzsummationsprozess kognitiv aufwendiger und somit eine klare Parallele zwischen Repräsentativitätsheuristik und Prototypenheuristik heraus zu stellen ist (Hussy 1986: 55; 1993: 134).

³⁴⁴ Siehe zu den dieser Heuristik zugrundeliegende und diese begründenden Experimentalbefunde Kap. 8.2.1.2; Kap. 8.2.2.3; Kap. 8.2.3.2; Kap. 8.2.3.3; Kap. 8.2.3.4 sowie Kap. 8.2.4.3.

Diese Heuristik der Repräsentativität ist in zwei Arten von Repräsentativität zu differenzieren und wird dem folgend für die Beantwortung folgender Fragetypen angewendet (Kahneman; Tversky 1972: 431; Jungermann u.a. 1998: 167):

1. Art der Repräsentativität: Die *Repräsentativität einer Stichprobe* für eine Population zur Beantwortung der Frage: „Mit welcher Wahrscheinlichkeit gehört ein Element a zur Klasse B?“
2. Art der Repräsentativität: Die *Repräsentativität eines Ereignisses* für einen zugrundeliegenden Zufallsprozess zur Beantwortung der Frage: „Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde Ereignis a durch Prozess B erzeugt?“

Die Begründung der kognitiven Anwendung der Heuristik der Repräsentativität erfolgt dabei häufig anhand ihres alltäglichen Erfolgs der Orientierung von Handlungen über die Ähnlichkeit von Objekten (Wessels 1994: 369).

Das Konzept der Heuristik der Repräsentativität zur Erklärung stochastischen Denkens wurde jedoch in der kognitionswissenschaftlichen Fachdebatte überaus kontrovers diskutiert und differenziert bewertet, indem einerseits in ihm ein wesentlicher Beitrag zum Verständnis stochastischen Denkens ausgemacht wurde, andererseits jedoch aufgrund der Ermangelung eines empirischen Maßes für die Repräsentativität eine Beliebigkeit der hierin gegründeten Erklärung kognitiver Prozesse entsteht, wobei als Reaktion hierauf versucht wurde, ein von der Wahrscheinlichkeitstheorie emanzipiertes, intuitives Maß kognitiver Repräsentativität zu begründen (Tversky; Kahneman 1982b; Bea 1995: 12; Gigerenzer u.a. 1999: 244ff). Bei diesem Versuch einer Redefinition und Präzisierung der Repräsentativitätsheuristik wurde zunächst ihre Eigenständigkeit in Bezug auf Wahrscheinlichkeiten und Häufigkeiten und den diesbezüglichen theoretischen Konzepten betont und darauf aufbauend vier verschiedene Fälle beschrieben, in dem diese Heuristik als Erklärungsansatz herangezogen wurde (Tversky; Kahneman 1982b; Gigerenzer u.a. 1999: 245f):

1. Fall: Repräsentativität ist bestimmt als Beziehung zwischen einer Klasse H und einem Wert D, der eine in dieser Klasse definierten Variablen entspricht. Der Wert D wird hier somit in dem Maß als repräsentativ für die Klasse H betrachtet, je näher er beispielsweise an dem Mittel der angenommenen Verteilung der Klasse H liegt. Repräsentativität entspricht so in diesem Fall einer Einschätzung von Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. (Bayes-Aufgabe)³⁴⁵

³⁴⁵ Siehe hierzu Kap. 8.2.4.

2. Fall: Repräsentativität ist definiert als Beziehung zwischen einer Klasse und einem Element. (Ingenieur-Rechtsanwalts-Aufgabe)³⁴⁶
3. Fall: Repräsentativität ist bestimmt als Beziehung zwischen einer Klasse und einer Teilmenge. (Astronomiestudenten repräsentativer als Psychologiestudenten für die Studentenschaft)
4. Fall: Repräsentativität ist definiert als Beziehung zwischen einem Kausalsystem und einer möglichen Konsequenz, worunter ohne weitere Differenzierungen assoziierte Variablen und Kausalverknüpfungen subsummiert werden.

Zu diesem Versuch einer Reformulierung wurde angemerkt, dass der zweite Fall über die Generalisierung eines eindimensionalen Attributs auf ein Mehrdimensionales aus dem Ersten abzuleiten sei, der dritte Fall aus dem zweiten resultiert, indem einzelne Elemente zu einer Untergruppe von Elementen aggregiert werden, und der vierte Fall als formales Äquivalent des ersten betrachtet werden kann, da lediglich die Beziehung zwischen dem System H und dem Wert oder Ereignis D nunmehr als Kausalbeziehung betrachtet wird (Tversky; Kahneman 1982b; Gigerenzer u.a. 1999: 246).

Ungeachtet dieser kognitionswissenschaftlichen Theoriediskussion sollen im folgenden jene „Biases“ als systematische Fehlerformen dieser Heuristik der Repräsentativität genannt werden, welche im Lichte der experimentellen Befunde dieser zuzuordnen sind.

9.1.1.1 Der Bias der Insensitivität gegenüber der Basisrate

Der Bias der Insensitivität gegenüber der Basisrate basiert auf experimentellen Befunden zur kognitiven Wahrscheinlichkeitsrevision im Vergleich zum Theorem von Bayes und besagt, dass von dem urteilenden Probanden in der kognitiven Generierung des Urteils die a priori-Wahrscheinlichkeit des betrachteten Ereignisses nicht berücksichtigt wird (Schaefer 1976: 105; Jungermann u.a. 1998: 167).³⁴⁷ Dieser Heuristik der Repräsentativität folgend ist die Revision der a priori-Wahrscheinlichkeit davon systematisch beeinflusst, wie repräsentativ eine Information in Bezug auf eine Hypothese ist bzw. betrachtet wird (Schäefers 1976: 105).

³⁴⁶ Siehe hierzu Kap. 8.2.4.4.

³⁴⁷ Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.4.3.

Die experimentellen Befunde sind dabei so zusammenzufassen, dass Menschen den Nutzen statistischer Informationen durchaus kennen und zu nutzen vermögen, sie jedoch bereit sind, die normativ geforderte Wahrscheinlichkeitsrevision über gegebenes Verteilungswissen aufzugeben bzw. zu vernachlässigen, wenn Informationen gegeben sind, welche die Anwendung der Repräsentationsheuristik eröffnen (Wessels 1994: 369).

Die exponierteste Kritik zur theoretischen Erklärung der Insensitivität gegenüber der Basisrate über die Repräsentationsheuristik stammt von Gigerenzer (1991b), der diese als Scheinerklärung betrachtet, was von neueren experimentellen Befunden getragen wird, die zu belegen vermögen, dass die Heuristik der Repräsentation mit jener der Verfügbarkeit über die wahrgenommenen relativen Häufigkeiten kognitiv verbunden ist (Gigerenzer 1991b; Nothbaum 1997: 59). Diese Verbundenheit hat zur Konsequenz, dass die Repräsentativitätsheuristik im Falle gefragter Urteile zu singulären Fällen wirksam wird und jene der Verfügbarkeit bei geforderten Urteilen zu relativen Häufigkeiten seine Wirkung entfaltet (Nothbaum 1997: 59).

Neben dieser Kritik der Erklärung der Insensitivität gegenüber der Basisrate anhand der Repräsentativitätsheuristik über experimentelle Befunde, die bereits auf eine unzureichende Trennschärfe der verschiedenen Heuristiken hinweisen, ist eine theoriegeleitete zu benennen (Gigerenzer u.a. 1999: 246). In dieser weist Gigerenzer u.a. (1999) unter Bezugnahme auf die zuvor dargestellten vier zu differenzierenden Fälle, in den die Repräsentativitätsheuristik durch ihre Begründer Tversky und Kahneman (1982b) als Erklärungsansatz herangezogen wurde, zunächst darauf hin, dass alle vier Formen der „Bedeutung von Repräsentativität durch die Sprache der Wahrscheinlichkeitstheorie geformt“ wurden (Gigerenzer u.a. 1999: 246).³⁴⁸ Dies hat zur Konsequenz, dass erstens „die begrifflichen Formulierungen, die gebraucht werden, um zu erklären, warum die Urteile der Versuchspersonen sich aus dem Bayesschen Theorem (Nichtbeachtung der Basisrate) herleiten lassen, ihrerseits ebenfalls aus der Sprache der Wahrscheinlichkeitstheorie stammen“, und zweitens die so erzeugte „Erklärung“ somit „eigentlich wenig mehr als eine Neubeschreibung des Phänomens“ darstellt (Gigerenzer u.a. 1999: 246).³⁴⁹

³⁴⁸ Siehe zu paradigmatischen Verknüpfung von Statistik und Kognition Kap. 3, insbesondere Kap. 3.4.

³⁴⁹ Und Gigerenzer u.a. (1999) weiter: „Das Phänomen wird Nichtbeachtung der Basisrate genannt, weil die Urteile der Versuchspersonen mit $P(D|H)$, aber nicht mit $P(H)$ variieren, und das wird erklärt, indem man sagt, dass die Versuchspersonen eine Repräsentativitätsheuristik verwenden; das aber heißt, dass sie die Information

9.1.1.2 Der Bias der Insensitivität gegenüber der Stichprobengröße

Der Bias der Insensitivität gegenüber der Stichprobengröße unterschätzt systematisch die Unzuverlässigkeit kleiner Stichproben, indem gemäß des kognitiven Konzeptes des „Gesetz der kleinen Zahl“ bereits kleine Stichproben für zuverlässig erachtet werden (Tversky; Kahneman 1971; 1973; Kahneman; Tversky 1972; Schaefer 1976: 105f; Jungermann u.a. 1998: 166).³⁵⁰ Somit beinhaltet dieser Bias die unbegründete Übertragung des wahrscheinlichkeitstheoretischen „Gesetz der großen Zahl“ in das kognitiv als gültig erachtete „Gesetz der kleinen Zahl“, wobei beachtlich ist, dass diese Transformation keinen beliebigen Bias erzeugt, sondern dem kognitiven Bestreben von Menschen entspringt, Zufallsgeschehen als regelgeleitet betrachten zu können (Tversky; Kahneman 1971; Fischbein 1975: 64).

9.1.1.3 Der Bias falscher Vorstellungen von Zufallsmerkmalen

Der Bias zu falschen Vorstellungen von Zufallsmerkmalen charakterisiert sich in experimenteller Perspektive über die kognitive Erwartung der Realisation von Merkmalen eines unendlichen Zufallsprozesses in überaus kurzen und endlichen Reihen von Zufallsrealisationen (Schaefer 1976: 106; Jungermann u.a. 1998: 167f).³⁵¹

Hierbei wirksam wird ebenfalls der von Tversky und Kahneman (1971) als „Belief In The Law Of Small Numbers“ bezeichnete kognitive Glaube an die Realisation von Wahrscheinlichkeitsverteilungen in kleinen Zufallstichproben.

9.1.1.4 Der Bias der Unberücksichtigung der Regression zur Mitte

Der Bias der Unberücksichtigung der Regression zur Mitte bezeichnet die kognitive Tendenz, extreme Realisationen eines Zufallsprozesses hinsichtlich ihrer Validität und damit in ihrer Realisationswahrscheinlichkeit zu überschätzen (Jungermann u.a. 1998: 168).³⁵²

vom Typ $P(D|H)$, und nicht vom Typ $P(H)$ nutzen. Das heißt also, die Nichtbeachtung der Basisraten wird mit der Nichtbeachtung der Basisraten erklärt“ (Gigerenzer u.a. 1999: 246).

³⁵⁰ Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.3.3.

³⁵¹ Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.3.2.

³⁵² Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.1.2.

Dieser Bias wird in dieser theoretischen Perspektive begründet aufgrund des angenommenen kognitiven Tatbestandes, dass Menschen ihre Urteile und Prognosen unter dem Kriterium einer maximalen Repräsentativität gegenüber früheren Ereignissen bilden (Kahneman; Tversky 1973).

9.1.1.5 Der Bias zur Überschätzung der Wahrscheinlichkeit von Konjunktionen

Im Bias der kognitiven Überschätzung der Wahrscheinlichkeit von Konjunktionen wird die Wahrscheinlichkeit einer Konjunktion als einer mit „und“ verknüpften Schnittmenge zweier Ereignismengen als größer eingeschätzt als jene einer einfachen, dieser Schnittmenge zugrundeliegende Ereignismenge (Bea 1995: 26; Jungermann u.a. 1998: 169).³⁵³ Dieser Konjunktionsfehler entsteht über die kognitive Verarbeitung von Schnittmengencharakteristika als Beschreibungen, wobei Schnittmengen präzisere und damit repräsentativere Bilder erzeugen als einfache Ereignismengen (Bea 1995: 26; Jungermann u.a. 1998: 169; Gigerenzer 2002: 42).

9.1.2 Die Verfügbarkeits-Heuristik

Die kognitive Heuristik der Verfügbarkeit bezeichnet die Bemessung subjektiver Wahrscheinlichkeiten über die kognitive Verfügbarkeit der betrachteten Ereignisse (Tversky; Kahneman 1973: 208; 1974: 1127; Schaefer 1976: 106; Jungermann u.a. 1998: 169).³⁵⁴ Diesem kognitiven Vereinfachungsmechanismus folgend lassen sich Menschen in ihrer Urteilsbildung durch Vorkommnisse oder Ereignisse leiten, die sie leicht erinnern können (Tversky; Kahneman 1973; 1974; Schaefer 1976: 106; Hussy 1986: 58f; 1993: 136ff; Wessels 1994: 369f; Piattelli-Palmarini 1997: 115).

Die Wirkung dieser gedächtnispsychologisch begründbaren Heuristik ist hierbei wie folgt zu beschreiben: „Die subjektive Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis ist umso größer, je leichter und schneller man in der Lage ist, sich Beispiele für das Ereignis vorzustellen oder in Erinnerung zu rufen“ (Jungermann u.a. 1998: 169).³⁵⁵

³⁵³ Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.2.3.

³⁵⁴ Siehe zu den dieser Heuristik zugrundeliegende und diese begründenden Experimentalbefunde Kap. 8.2.2.1; 8.2.2.5 sowie 8.2.4.3.

³⁵⁵ Vgl. zur Gedächtnisdimension der Verfügbarkeit Kap. 4.3 sowie zur Einführung Anderson 1996: 195ff.

Diese Heuristik besagt somit, dass „die Leichtigkeit, mit welcher Beispiele eines Begriffs anfänglich aus dem Gedächtnis abgerufen werden können, als Basis für die Abschätzung des Reservoirs an Instanzen zum fraglichen Begriff herangezogen wird“ mit dem Effekt: „Dinge werden als häufiger eingeschätzt, je leichter sie einem einfallen“ (Reason 1994: 65).³⁵⁶

Als zentrale Parameter des konkreten Grades kognitiver Verfügbarkeit ist die Lebendigkeit und Anschaulichkeit (Vividness) der vorhandenen Informationen zu nennen, wobei hierbei numerische Darstellungsformen systematisch ein überaus geringes Niveau erreichen (Hussy 1986: 59; 1993: 137).

Diese Verfügbarkeitsheuristik ist im Lichte präzisierender empirischer Befunde in zwei Formen zu differenzieren, welche sich wie folgt darstellen (Kahneman; Tversky 1973; Yates 1990; Anderson 1996: 331; Nothbaum 1997: 59):

1. Die gedächtnisbezogene Verfügbarkeit: Diese klassische Form der Verfügbarkeitsheuristik wirkt dann, wenn eine Person eine Ereignishäufigkeit oder Realisationswahrscheinlichkeit über den kognitiven Aufwand bemisst, mit der entsprechende Ereignisse oder Assoziationen erinnert oder vorgestellt werden kann.
2. Die szenariobezogene Verfügbarkeit: Dieser szenariobezogenen Form der Verfügbarkeitsheuristik beinhaltet die Bemessung des Grades an Wahrscheinlichkeit der Realisation eines Ereignisses über die Höhe des kognitiven Aufwands, mit der über Bedingungskriterien ein Szenario vorstellbar ist, das dieses Ereignis generiert.

Auch dieser kognitiven Heuristik der Verfügbarkeit wurden im Lichte experimenteller Befunde verschiedene fehlergenerierende Bias zugeordnet, welche im folgenden kurz genannt seien.

9.1.2.1 Der Bias der Beeinflussung durch Plastizität

Der Bias der Beeinflussung durch Plastizität besagt, dass die Lebhaftigkeit und Bildlichkeit der Darstellung sowie die Zeitdistanz eines eigenen Erlebens einer solchen oder ähnlichen Situation die Höhe der dieser Darstellung kognitiv zugewiesenen, subjektiven Wahrscheinlichkeit beeinflusst (Bea 1995: 23; Jungermann u.a. 1998: 170).³⁵⁷

³⁵⁶ Entsprechend Hussy 1986: 58f; 1993: 136ff.

³⁵⁷ Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.2.1.

9.1.2.2 Der Bias der Beeinflussung durch Präsenz der Ereignisse

Der Bias der Beeinflussung durch Präsenz der Ereignisse besagt, dass die Häufigkeit von erfahrenen Schilderungen kognitiv die Bemessung der subjektiven Wahrscheinlichkeit der geschilderten Ereignisse mit bestimmen und hierbei die relative Häufigkeit des Ereignisses vernachlässigt wird (Bea 1995: 23; Jungermann u.a. 1998: 170).³⁵⁸

9.1.2.3 Der Bias der Tendenz einer illusionären Korrelation

Der Bias der Tendenz einer illusionären Korrelation entspricht einer kognitiven Beeinflussung durch Ereignisverknüpfung, in der das Urteil auf der Basis von erlebten Ereigniskombinationen gebildet wird und somit nicht erlebte unberücksichtigt bleiben (Schaefer 1976: 106; Jungermann u.a. 1998: 170). Es werden damit die Häufigkeiten und subjektive Wahrscheinlichkeiten des gemeinsamen Auftretens von Ereignissen systematisch überschätzt, da positive Kontingenzen kognitiv im Zentrum der Aufmerksamkeit stehen und negative Kontingenzen entsprechend kognitiv zu gering gewichtet werden (Jungermann u.a. 1998: 170).

9.1.3 Die Heuristik des Verankerns und Anpassens

Die Heuristik des Verankerns und Anpassens beinhaltet die Anwendung eines in der Reizvorgabe induzierten Ankers als erste Approximation, von welcher der gefragte Schätzwert nach oben bzw. unten adjustiert wird (Tversky; Kahneman 1974; Schaefer 1976: 107; Hussy 1986: 60; 1993:139f; Jungermann u.a. 1998: 171).³⁵⁹ Im Rahmen dieses kognitiven Vereinfachungsmechanismus bilden Menschen bei ihrer Suche nach einem Urteil zunächst eine feste Position als Anker, von dem aus sie ihr Urteil zum Zwecke einer Präzisierung modifizierend anpassen (Tversky; Kahneman 1974; Schaefer 1976: 107; Hussy 1986: 60; 1993: 139f; Piattelli-Imarini 1997: 45ff). Diese Modifikation oder Anpassung des Ankers erfolgt über die berücksichtigende Einbeziehung weiterer verfügbarer Informationen und führt zur endgültigen Wahrscheinlichkeits- oder Häufigkeitsschätzung (Tversky; Kahneman 1974; Schaefer 1976: 107; Hussy 1986: 60; 1993: 139f). Die so erfolgende Anpassung als Korrektur des als Startwert zu betrachtenden Ankers, welcher der Problemformulierung entnommen oder aus sonstigen Informationen generiert wurde, erfolgt dabei systematisch konservativ in dem Sinne, dass die Ankeranpassung in einem zu geringen Umfang erfolgt (Tversky; Kahneman 1974; Hussy 1986: 61; 1993: 139f) Der „Ankereffekt“ entsteht so aus dem

³⁵⁸ Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.2.1.

³⁵⁹ Siehe zu den dieser Heuristik zugrundeliegende und diese begründenden Experimentalbefunde Kap. 8.2.2.2; Kap 8.2.2.4; Kap. 8.2.3.1 sowie Kap. 8.2.4.3.

Tatbestand, dass bei verschiedenen Anker bei ansonsten konstanten Bedingungen differierende Urteile generiert werden, und besteht auch dann, wenn keine inhaltlichen Bezüge des Ankers zur vorzunehmenden Einschätzung darstellbar sind und sogar in dem Fall, in dem der Anker offensichtlich eine Zufallszahl ist (Tversky; Kahneman 1974; Schaefer 1976: 107; Hussy 1986: 60f; 1993: 139f). Diese Heuristik des Verankerns und Anpassens führt somit in den Fällen zu Fehlschlüssen, in denen entweder

1. der Anker auf falschen oder irrelevanten Informationen basiert, oder
2. die Anpassung nicht in genügendem Umfang vorgenommen wird (Bea 1995: 13; Jungermann u.a. 1998: 171).

Aufgrund der somit bestehenden Dimension der Verfügbarkeit von Information in der Heuristik des Verankerns und Anpassens wurde in der Vergangenheit versucht, diese konträr zu den Begründern Tversky und Kahneman (1974) nicht als eigenständige Heuristik, sondern als Unterfall der Verfügbarkeitsheuristik zu betrachten und somit unter dieser zu subsumieren (Tversky; Kahneman 1974; Bea 1995: 14). Dieser Vorstoß gilt jedoch aufgrund der enthaltenen und differierenden kognitiven Prozesse als nicht begründbar (Bea 1995: 14).³⁶⁰

9.1.3.1 Der Bias der Fehleinschätzung numerischer Größen

Der Bias der Fehleinschätzung numerischer Größen bezeichnet den experimentell ermittelten Befund, dass in der Experimentalsituation offen generierte Zufallszahlen bei Fragestellungen mit geringen Wissensbeständen der Probanden zu unbewussten und intuitiven Anwendung dieser Zufallszahl als Anker führte und somit die generierte Zufallszahl die Schätzungen der Probanden beeinflusste (Tversky; Kahneman 1974; Jungermann u.a. 1998: 171).³⁶¹

³⁶⁰ So schreibt Bea (1995) zu diesem Vorschlag der Betrachtung der Heuristik des Verankerns und Anpassens als Spezialfall der Verfügbarkeitsheuristik und seiner Ablehnung: „Der Ausgangspunkt beider Phänomene, nämlich die Einbeziehung unzuverlässiger Informationen in die Wahrscheinlichkeitsschätzung, ist zwar dieselbe; die Informationen werden jedoch gänzlich anders weiterverarbeitet. Während bei der Verfügbarkeitsheuristik die Information direkt in ein Wahrscheinlichkeitsurteil überführt wird, dient sie beim Verankern und Anpassen lediglich als erstes Zwischenergebnis, aus dem das Wahrscheinlichkeitsurteil erst durch weitere kognitive Prozesse des Anpassens entsteht“ (Bea 1995: 14).

³⁶¹ Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.2.2.

9.1.3.2 Der Bias der Verzerrung von Erinnerung und des „Overconfidence“

Der Bias der Verzerrung von Erinnerung bezeichnet die kognitive Tendenz, bei der gefragten Reproduktion von vor einem bestimmten Zeitintervall geleisteten Schätzungen, diese systematisch in Richtung der nunmehr vorgelegten, korrekten Antwort zu verzerren (Jungermann u.a. 1998: 171).³⁶² Diese zum Zeitpunkt der Reproduktionsaufgabenstellung dargelegte richtige Antwort dient somit als Anker, von dem aus über Anpassung versucht wird, die mittlerweile vergessene oder mit einer Unsicherheit behafteten Schätzung zu „erinnern“ (Jungermann u.a. 1998: 171). So wurde durch Tversky und Kahneman (1974) versucht, das kognitive Phänomen des „Overconfidence“ über die Heuristik des Verankerns und Anpassens zu erklären oder zu mindestens mit dieser zu assoziieren, was jedoch zu vielfältigen wissenschaftlichen Debatten über die hier wirksamen motivationalen Faktoren sowie über den Status des „Overconfidence“-Phänomen zwischen Trugschluss und Fehlschluss führte (Tversky; Kahneman 1974; Gigerenzer 1991a, 1991b; Bea 1995: 27; Jungermann u.a. 1998: 171).³⁶³

Insbesondere Gigerenzer (1991a, 1991b) entgegnet der Auffassung des Phänomens der „Overconfidence“ als „kognitiver Fehler“ mit der Argumentation, die experimentellen Befunde enthielten keine Verstöße gegen die Wahrscheinlichkeitstheorie, da die beschriebenen Aufgabenstellungen nur die Beurteilung singulärer Ereignisse in Form einer Einschätzung, ob die gerade gegebene Antwort richtig ist, enthält (Gigerenzer 1991 a, 1991b). Die Betrachtung der experimentellen Befunde als kognitiver Fehler entspränge somit einem eingeschränkten wahrscheinlichkeitstheoretischen Verständnisses der Autoren, da der frequentistischen Richtung der Wahrscheinlichkeitstheorie folgend Wahrscheinlichkeiten nur auf der Grundlage von Häufigkeiten bestimmbar sind, so dass hier unangemessene wahrscheinlichkeitstheoretische Konzeptionen als Norm für menschliche Kognition angewendet werden würden (Gigerenzer 1991a; 1991b: 86ff).

³⁶² Siehe zum experimentellen Befund, welcher dieser Bias theoretisch erklären soll, Kap. 8.2.2.4.

³⁶³ Wäre das kognitive Phänomen des „Overconfidence“ durch irreführende oder missverständliche Aufgabenstellungen hervorgerufen, so wäre es dieser Perspektive folgend nicht als Fehlschluss sondern als Trugschluss zu bezeichnen (Bea 1995: 27; Kannetzkky 2000: 396ff).

9.1.3.3 Der Bias fehlerhafter oder unzureichender Vorstellungen

Im Bias der fehlerhaften oder unzureichenden Vorstellungen dienen ideale Beschreibungen und Szenarien als Anker für Schätzungen von Situationen, denen reale Umstände zugrunde liegen (Jungermann u.a. 1998: 172). Die hierbei kognitiv geleistete Simulation der Situation ist nicht systematisch falsch, sondern eher unvollständig und unzureichend (Jungermann u.a. 1998: 171).

9.1.4 Die Heuristik der Kausalität

Die Heuristik der kausalen Schemata wurde durch Tversky und Kahneman (1980) insbesondere vor dem Hintergrund der experimentellen Befunde zum Festhalten an Kausalzusammenhängen um den Begriff des sogenannten Falk-Paradoxon entwickelt (Tversky; Kahneman 1980).³⁶⁴ Sie konnten so in einer Reihe von experimentellen Studien den Einfluss kausaler Zusammenhänge auf Wahrscheinlichkeitsschätzungen belegen, die auch in dem hier vorgestellten Experiment von Bea (1995) zum Festhalten an Kausalzusammenhängen bestätigt werden konnte, in dem 10% der Probanden einem eindeutigen konzeptionellen Fehlschluss erlagen, da bedingte mit konjunktiven Wahrscheinlichkeiten kognitiv verwechselt wurden (Tversky; Kahneman 1980; Bea 1995: 39).

In der Heuristik der Kausalität beeinflusst die kognitive Annahme von Kausalität die Wahrscheinlichkeitsschätzungen von Menschen in der Gestalt, dass das Auftreten von Ereignissen, welche als kausal mit anderen Ereignissen verbunden betrachtet werden, als wahrscheinlicher eingeschätzt wird als in dem Fall, in dem nur eine statistische Korrelation die Grundlage der mentalen Prozesse bildet (Tversky; Kahneman 1980; Nothbaum 1997: 60f).

9.1.5 Die Heuristik der Illusion von Kontrolle

Der Heuristik der Kontrolle oder präziser der Heuristik der Illusion von Kontrolle folgend neigen Menschen kognitiv tendenziell dazu, ihr Handeln in Situationen so auszurichten, als ob sie diese kontrollieren könnten, mit dem Ergebnis verzerrter Wahrscheinlichkeitsurteile (Pfrang 1993; Nothbaum 1997: 61).³⁶⁵ Diese Heuristik, welche Parallelen zur Heuristik der Kausalität aufweist, ruht ebenfalls auf der Annahme, dass Individuen in zufallsbedingten Situationen keine adäquaten stochastischen Modelle anwenden, sondern statt dessen auf vermeintliche kausale Hinweisreize reagieren (Pfrang 1993; Nothbaum 1997: 61). Dies impliziert, dass die

³⁶⁴ Siehe zu den dieser Heuristik zugrundeliegende und diese begründenden Experimentalbefunde Kap.8.2.2.3; Kap. 8.2.3.4 und Kap. 8.2.4.3.

³⁶⁵ Siehe zu den dieser Heuristik zugrundeliegende und diese begründenden Experimentalbefunden Kap. 8.3.2.5 sowie Kap. 8.3.3.4.

Heuristik der Illusion von Kontrolle an das Vorhandensein solcher Hinweisreize gekoppelt ist (Pfrang 1993; Nothbaum 1997: 61).³⁶⁶

9.1.6 Die Heuristik des konkreten Denkens

Der Heuristik des konkreten Denkens geht davon aus, dass Menschen bei der kognitiven Bildung ihrer Urteile im Rahmen einer situativen Vorstellung nur oberflächliche Eigenschaften von Zahlen kognitiv verarbeiten (Olson 1976; Nothbaum 1997: 60).

Diese Heuristik des konkreten Denkens ist als alternative Erklärung des experimentalen Befundes des Nichterkennens von Einflussfaktoren auf die Variabilität vorgeschlagen worden, da die diesbezügliche Erklärung dieses Befundes über die Repräsentativitätsheuristik von Kahneman und Tversky im Vergleich komplexer erfolgen muss und darüber hinaus als nicht eindeutig anzusprechen ist, da auch eine alternative Erklärung über die Verfügbarkeitsheuristik darstellbar wäre und auch vorgeschlagen bzw. besprochen wurde (Olson 1976; Nothbaum 1997: 60).³⁶⁷

9.2 Der Erklärungsansatz der „Probabilistisch Mentalen Modelle“ (PMM)

Der kognitionswissenschaftliche Theorieansatz der Mentalen Modelle versucht in einem allgemein angelegten Paradigma wissenschaftlich zu erschließen, wie Menschen die sie umgebende Welt verstehen und sich bestimmte Phänomene der Welt auf Basis des „gesunden Menschenverstandes“ subjektiv plausibel machen (Seel 1991: 7).³⁶⁸

³⁶⁶ Auf die im Kontext des kognitiven Phänomens des Overconfidence erwähnte „Illusion der Selbstkontrolle“, welche Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten negativer Ereignisse systematisch unterschätzt, sei hier nicht weiter eingegangen. Vgl. hierzu McKenna 1993 sowie Bea 1995: 27.

³⁶⁷ Siehe zum experimentellen Befund des Nichterkennens von Einflussfaktoren auf die Variabilität Kap. 8.2.3.4.

³⁶⁸ Siehe zum kognitionswissenschaftlichen Ansatz der „Mentalen Modelle“ einleitend Kap. 6.3.3.

Dieses durch Johnson–Laird (1983) entscheidend angeregte kognitionswissenschaftliche Forschungsprogramm der Mentalen Modelle beruht dabei auf der Annahme, dass menschliches Denken und Verhalten sich anhand gebildeter interner Modelle vollzieht, die als eine Mischung aus Alltagserfahrung, vermitteltem Wissen und hierauf bezugnehmenden Schlussfolgerungen den Menschen in die Lage versetzen, die Welt oder Sequenzen der Welt besser zu verstehen und diese so in ihrem Denken und Verhalten zu adaptieren (Seel 1991: 7).

Ausgehend von diesem prinzipiell offenen Forschungsprogramm der Mentalen Modelle in der Tradition Johnson-Lairds, aufbauend auf das Linsenmodell von Brunswik aus dem Jahre 1952 und in Kritik an dem zuvor dargestellten Heuristik-Ansatz von Kahnemann, Slovic und Tversky (1982) formulierten Gigerenzer, Hoffrage und Kleinbölting (1991) die Theorie Probabilistisch Mentaler Modelle (PMM), welche in folgenden vorgestellt wird.³⁶⁹

9.2.1 Die Theorie der „Probabilistisch Mentalen Modelle“ (PMM)

Die Theorie der „Probabilistisch Mentale Modelle“ (PMM) von Gigerenzer, Hoffrage und Kleinbölting (1991) wurde insbesondere angeregt durch die von Gigerenzer vorgelegte Kritik der theoretischen Erklärung experimenteller Befunde zum statistischen Denken anhand des diesbezüglichen Forschungsparadigmas der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982).³⁷⁰ Eng mit dieser Kritik verbunden ist die paradigmatische Überwindung der Brisanz des Gegensatzes zwischen einer normativen und einer deskriptiven kognitionswissenschaftlichen Betrachtungsweise der geistigen Leistungen und Strukturen von Menschen einschließlich jener Perspektive, dass sich diese Betrachtungsweisen innerhalb einer kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung eher ergänzen als widersprechen (Gigerenzer 1991b, Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991; Gigerenzer; Hoffrage 1995).³⁷¹

³⁶⁹ Die prinzipielle Offenheit des kognitionswissenschaftlichen Theorieansatzes der „Mentalen Modelle“ von Johnson-Laird (1983) manifestiert sich inzwischen auch über hierauf bezugnehmende Forschungsarbeiten zu verschiedenen Forschungsgegenständen. Als Beispiel sei die Anwendung des Theorieansatzes der Mentalen Modelle bei der wissenschaftlichen Betrachtung der Raumkognition genannt (Siehe hierzu May 2000: 52ff).

³⁷⁰ Siehe hierzu das vorangegangene Kapitel sowie u.a. Gigerenzer 1991b, Gigerenzer u.a. 1999.

³⁷¹ Siehe hierzu auch Kap. 6.2.

In dieser, eng an Experimentalbefunden orientierten und als überaus sorgfältig zu bezeichnenden, Kritik der kognitionswissenschaftlichen Erklärung statistischen Denkens und der hierzu erfolgten Theoriebildung geht die Forschungsgruppe um Gigerenzer auch in Opposition zum Initiator des Forschungsansatzes Mentaler Modelle, Johnson-Laird, der in dem Forschungsparadigma der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) keine zu seinem Theorieansatz als konträr und unvereinbar zu bezeichnende theoretische Erklärung ausmacht und stattdessen, wenn auch unpräzise, Parallelen beider theoretischen Perspektiven fokussiert (Johnson-Laird 1996: 289).³⁷²

9.2.1.1 Das Linsenmodell von Brunswik als Ausgangspunkt

Das Linsenmodell von Brunswik aus dem Jahre 1952 bildet einen Theorieansatz welcher zu beschreiben versucht, wie die Menschen aus seiner Beobachtung und Erfahrung einer probabilistischen Welt kognitive Schlüsse generiert. Dieser somit als kognitiv anzusehende Ansatz kann, neben den bestehenden und bereits erwähnten Bezüge zum Forschungsansatz der mentalen Modelle von Johnson-Laird, als der historische Ausgangspunkt und die Keimzelle des Theorieansatzes der Probabilistisch Mentalen Modelle angesprochen werden (Hoffrage 1993: 79; Jungermann u.a. 1998: 160).³⁷³

Dieser Theorieansatz, der hier anhand der diesbezüglichen Darstellung in Jungermann u.a. (1998) einleitend nachvollzogen werden soll, illustriert sich zunächst anhand der folgenden vereinfachten Abbildung (Jungermann u.a. 1998: 161):

³⁷² Dieser Kritik Gigerenzers folgte auch eine Kritik dieser Kritik, welche jedoch in weiten Teilen hinter der erreichten Differenziertheit zurückbleibt und damit unbegründet, dogmatisch und populistisch erscheint. Vgl. hierzu beispielweise von Randow 1992: 81.

³⁷³ Die Darstellung des Linsenmodells von Brunswik (1952) erfolgt hier nach Jungermann u.a. 1998: 160ff.

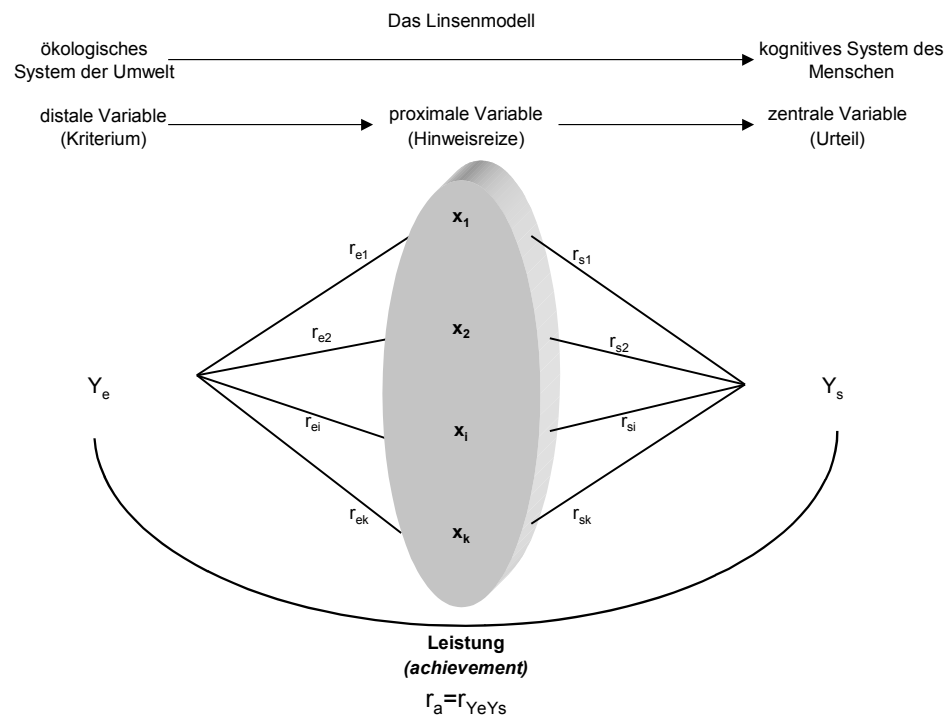


Abb. 15: Das Linsenmodell von Brunswik

Dieses Modell verbindet somit das ökologische System der Umwelt mit dem kognitiven System des Menschen, indem es die auf der linken Seite befindliche, distale Variable als Kriterium über eine proximale Variable in Form von Hinweisreizen mit der rechts stehenden zentralen Variable in Gestalt eines Urteils verbindet (Jungermann u.a. 1998: 161). So entsteht folgende Dreiteilung, welche anhand des Beispiels einer meteorologischen Regenprognose illustriert sei (Jungermann u.a. 1998: 160f):

1. Die distale (entfernte) Variable Y_e : Steht für den beobachtungsfernen, wahren Zustand der Welt, also im Beispiel der Fragestellung, ob es Morgen regnet. Der Index e bildet dabei die Abkürzung für „Environment“ in der Bedeutung als Umwelt, Umgebung, Milieu.
2. Die proximale (nahe) Variable X_i : Steht für die beobachtungsnahen Hinweisreizen $x_1, \dots, x_i, \dots, x_k$, welche auch als „Cues“ bezeichnet werden. Diese Hinweisreize stehen objektiv in einer graduell unterschiedlichen, ökologisch validen Beziehung zu dem distalen Zustand. Im Beispiel wären als solche Hinweisreize beispielweise zu nennen: x_1 in Form des beobachteten Wolkentyps oder der Höhe des Schwalbenflugs als x_2 .

3. Die zentrale Variable Y_s : Steht für das Urteil des Beobachters. Der Index s verdeutlicht als „Subject“ den subjektiven Charakter dieses Urteils. Dem Beispiel folgend könnte ein Meteorologe die ökologische Validität zwischen Hinweisreizen und Umwelt besser kennen als ein naiver Beobachter.

Diesem subjektiven Charakter entsprechend werden im Linsenmodell die Korrelationen zwischen proximalen Hinweisreizen und dem subjektiven Urteil als r_s von den Korrelationen der proximalen Hinweisreizen zur distalen Variablen als r_e differenziert, die somit das ökologische System der Umwelt auf der linken Seite der Linse von dem kognitiven System der urteilenden Person auf der rechten Seite der Linse im Linsenmodell konstituierend abgrenzt (Jungermann u.a. 1998: 162). Die proximalen Hinweisreize als Bestandteile der Linse sind somit einerseits mit dem wahren Zustand der Welt Y_e (von links) sowie andererseits mit dem subjektiven Urteil des Beobachters Y_s (nach rechts) verbunden (Jungermann u.a. 1998: 162). Aus der Korrelation beobachteter Wertepaare Y_e und Y_s resultiert der Koeffizient $r_a = r(Y_e; Y_s)$ als Stärke des Zusammenhangs zwischen Y_e und Y_s , welcher als „Achievement Coefficient“ bezeichnet wird und im Beispiel der Wetterprognose deren Güte zu bemessen vermag (Jungermann u.a. 1998: 162).

Neben dieser Betrachtung der Stärke des Zusammenhangs zwischen eingetretenem wahren Zustand der Welt und der hierzu gebildeten Prognose durch den Urteilenden sind mit dem Linsenmodell auch Struktur der Urteilsstrategie einer Person (Judgmental Policy) über statistische Regressionsmodelle modelliert, wobei wiederum zwischen einem statistischen Modell der Umwelt (linke Seite) sowie einem statistischen Modell der urteilenden Person (rechte Seite) unterschieden wird (Jungermann u.a. 1998: 162f):

- Statistisches Regressionsmodell der Umwelt: Bei der modellbezogenen Betrachtung der Hinweisreize X_i ($i = 1, \dots, k$) als unabhängige Variable (Prädiktoren) und der distalen Variablen Y_e als abhängige Variable (Kriterium) ergibt sich die lineare Regressionsgerade für die Vorhersage von Y_e als \hat{Y}_e gemäß $\hat{Y}_e = a + w_{e1}x_1 + w_{e2}x_2 + \dots + w_{ek}x_k$. Dabei ist a eine zu vernachlässigende Skalierungskonstante und die einzelnen Regressionskoeffizienten w_e Gewichtungsfaktoren für die proximalen Variablen bei der objektiven Prädiktion der distalen Variablen.
- Statistisches Regressionsmodell der urteilenden Person: Hierbei resultiert aus der modellbezogenen Betrachtung der Hinweisreize X_i als unabhängige Variable (Prädiktoren) und des Urteils des Beobachters Y_s als abhängige Variable folgende lineare Regressionsgerade für die Prognose von Y_s gemäß $\hat{Y}_s = a + w_{s1}x_1 + w_{s2}x_2 + \dots + w_{sk}x_k$. Die Regressionskoeffizienten w_s sind hierbei als jene Gewichtungen zu interpretieren, welche der Beobachter den einzelnen Hinweisreizen in seiner Urteilsbildung zuordnet und

bildet in ihrer Gesamtheit jene Struktur, mit welcher die urteilende Person die Gegebenen Hinweisreize nutzt (Cue Utilization).

Aufbauend auf diesem Linsenmodell von Brunswik (1952) konzipierten Gigerenzer, Hoffrage und Kleinbölting (1991) die Theorie der „Probabilistisch Mentalen Modelle“ (PMM), welche nun folgend dargestellt werden soll.

9.2.1.2 Das „Probabilistisch Mentale Modell“

Die Darstellung der Konstruktion und Anwendung eines „Probabilistisch Mentalen Modells“ (PMM) entsprechend des gleichnamigen Theorieansatzes von Gigerenzer, Hoffrage und Kleinbölting (1991) soll hier exemplarisch anhand einer bewährten Beispielaufgabe erfolgen, welche lautet: „Welche Stadt hat mehr Einwohner: (a) Münster oder (b) Bremen (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83).

Als erste Reaktion auf eine solche Fragestellung wird, so die Annahme im theoretischen Modell der PMM von Gigerenzer, Kleinbölting und Hoffrage (1991), die urteilende Person zunächst versuchen, ein direktes Lokales Mentales Modell (LMM) zu erstellen, welches das zur Beantwortung der gegebenen Frage erforderliche Wissen direkt erschließt und abrufbar macht und so schnelle und sichere Urteile ermöglicht. Ein solches lokales mentales Modell charakterisiert sich dabei über folgende Eigenschaften (Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991):

- Ein solches Mentales Modell heißt lokal, da es die zur Entscheidung gegebenen Antwortalternativen fokussiert und somit in diesem Sinne als lokal begrenzt zu bezeichnen ist.
- Es ist als direkt zu bezeichnen, da es sich allein auf die Realisation der Zielvariable bezieht und keine weitere Variable als Hinweisreize mit probabilistischen Kovariationsbetrachtungen berücksichtigt.
- Es sind in Konsequenz hieraus keine Schlussfolgerungsmethoden außer elementar logische beteiligt.
- Soweit die, zur Erstellung eines lokalen mentalen Modells, benötigte Information aus dem Gedächtnis verfügbar ist, wird die hierauf erfolgende Entscheidung einem eindeutigen Wahrheitswert zugeordnet und entsprechend als sicher bezeichnet.

Es wird darüber hinaus dem Theorieansatz der PMM von Gigerenzer, Hoffrage und Kleinbölting (1991) weiter folgend angenommen, dass der Proband in jenem Fall, in dem er die benötigte Information nicht kennt, er in Konsequenz hieraus kein lokales mentales Modell erstellen kann, somit hinsichtlich der Beantwortung der Frage Unsicherheit besteht und entsprechend ein Probabilistisch Mentales Modell (PMM) generiert (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83).

Ein solches PMM erzeugt einen größeren Zusammenhang für die gegebene und direkt nicht zu beantwortende Aufgabenstellung und integriert dabei auf Kovariationen basierende Wahrscheinlichkeitsstrukturen der umgebenden Welt, die als Hinweise auf die Wahrscheinlichkeit des Zutreffens einer Antwortalternative kognitiv herangezogen werden (Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991: 507f).

Dieses PMM besteht aus folgenden zwei Dimensionen (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83):

1. Einer Referenzklasse: Die Referenzklasse enthält eine Menge von Elementen einschließlich jener in der Fragestellung vorkommenden. (Beispielsweise die Klasse aller größeren deutschen Städte)
2. Einer Anzahl von Variablen: Die Anzahl von Variablen enthält das bestehende und verfügbare Wissen über die einzelnen Elemente oder Objekte, die in der Referenzklasse enthalten sind. Diese Variablen oder Merkmale der Objekte sind zu unterscheiden zwischen der Zielvariablen (z.B. der Einwohnerzahl) und anderen Variablen (wie dem Beispiel folgend das Vorhandensein eines Flughafens, eines Fußballvereins in der Bundesliga usw.).

In der Gruppe der im PMM zur aufgerufenen Referenzklasse verfügbaren Variablen exklusiv der Zielvariablen besteht eine Menge von Variablen, die mit der Zielvariablen kovariieren bzw. von denen kognitiv angenommen wird, das sie dieses tun, und die somit als „Cue-Variablen“ bezeichnet werden, da sie indirektes Wissen enthalten (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hertwig 1993: 52; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83).

9.2.1.3 Das Modell der „Cue-Validitäten“ im PMM

Eine Variable aus der Menge der zur interessierenden Referenzklasse vorhandener Variablen jenseits der Zielvariable kann nunmehr als Anwendung des zugrundeliegenden PMM als Hinweisreize (Cues) für die interessierende Zielvariable genutzt werden, soweit die urteilende Person davon ausgeht, dass diese mit der Zielvariable kovariiert (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83; Berretty u.a. 1999).

So wäre es als Anwendung eines PMM, dem Beispiel der Frage nach der größten Stadt folgend, möglich, dass die urteilende Person davon ausgeht, dass eine Stadt mit einem Fußballbundesligaverein gemeinhin größer sind als jene ohne einem solchen und somit das Urteil „Bremen“ entsteht (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hoffrage 1993; Hertwig 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83; Berretty u.a. 1999). Eine solche Anwendung einer verfügbaren Variablen als Cue-Variable ist dabei an zwei Bedingungen geknüpft (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hoffrage 1993; Plach 1998: 83):

1. Die beiden in der Frage als Antwortalternativen gegebenen Städte müssen sich hinsichtlich dieser Variablen unterscheiden.
2. Die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass eine von beiden Antwortalternativen korrekt ist unter der Bedingung, dass diese Variable einen bestimmten Wert angenommen hat, muss größer oder kleiner sein als die unbedingte Wahrscheinlichkeit, dass eine der beiden Antwortvorgaben richtig ist.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine solche kognitive Vorgehensweise zu irrigen Ergebnissen führt, ist von der Validität des kognitiv herangezogenen Hinweisreizes abhängig, welche bestimmt ist von der Anzahl jener Städte, die, der angenommenen Gesetzmäßigkeit entsprechend, tatsächlich als Stadt mit einem Bundesligaverband größer sind als eine ohne einen solchen (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinböling 1991; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83). Die mentale Repräsentation dieser Validität, gebildet aus dem zuvor dargelegten Paarvergleich, erfolgt hierbei annahmenbezogen als bedingte Häufigkeit, mit der sich der Anteil bestimmen lässt, in dem die angenommene Gesetzmäßigkeit zu einer richtigen Schlussfolgerung führt (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinböling 1991; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83). Die Konfidenz, mit der das erstellte Urteil ausgestattet ist, entspricht dabei jener bedingten Wahrscheinlichkeit der Validität der Cue-Variablen zur Zielvariablen (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinböling 1991; Hoffrage 1993; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83).

Bestehen mehrere Variablen, die im angewendeten PMM mit der gefragten Zielvariablen kovariieren und somit als Hinweisreize herangezogen werden können, so werden diese nach ihrer Validität als bedingte Häufigkeit hierarchisch geordnet und darauf bezugnehmend jene genutzt, welche die höchste Validität aufweist (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinböling 1991; Hoffrage 1993: 79; Jungermann u.a. 1998: 173f; Plach 1998: 83). Diese Annahme, dass die Validität der Cue-Variablen als bedingte Häufigkeit repräsentiert ist, wird zunächst gestützt über die Vorstellung, dass die urteilende Person mit der Referenzklasse vertraut ist, wird getragen durch die kognitionswissenschaftlichen Befunde zur kognitiven Verarbeitung von Häufigkeiten und birgt darüber hinaus den Vorteil, dass aufgrund des Tatbestandes, dass bedingte Häufigkeiten per Definition den richtigen Prozentsatz angeben, gute Kalibrationen zu erwarten sind (Hoffrage 1993: 79).

Die Entscheidung und die Angabe der Konfidenz für die Richtigkeit dieser Entscheidung erfolgt, diesem Theorieansatz weiter folgend, über die Validitätsschätzung der aktiven Cue-Variablen, welche die höchste Validität aller bestehenden

Variablen in Bezug zur Zielvariable aufweist (Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991; Hertwig 1993: 53; Hoffrage 1993: 78).³⁷⁴

9.2.2 Kognitive Anwendung und kognitionswissenschaftliche Erklärung im Theorieansatz der PMM

Nachdem zuvor das Theoriegebäude des Ansatzes der „Probabilistisch Mentalen Modelle“ (PMM) vorgestellt wurde, sollen nun die hierauf aufbauende kognitions-wissenschaftliche Erklärung probabilistischer Entscheidungen unter Bildung eines Konfidenzurteiles dargestellt werden und daran anschließend die Betrachtung weiterer Experimentalbefunde in dieser Theorieperspektive erfolgen.

9.2.2.1 Erklärung probabilistischer Entscheidungen unter der Bildung von Konfidenzurteilen im Ansatz der PMM

Die Darstellung der kognitionswissenschaftlichen Erklärung probabilistischer Entscheidungen bei dichotomen Antwortvorgaben unter die Bildung von Konfidenz-urteilen in dem Erklärungsansatz der Theorie „Probabilistisch Mentaler Modelle“ (PMM) ist wie folgt zu beschreiben (Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991; Hertwig 1993: 51ff; Hoffrage 1993: 773ff):

Im Falle einer sicheren Entscheidung mit einem Konfidenzurteil von 0% bzw. 100% ist es dem Urteilenden offensichtlich möglich, über das ihm zu Verfügung stehende und in Bezug zur Beantwortung der Zielvariablen sichere und direkte Wissen ein Lokales Mentales Modell (LMM) zu generieren bzw. über deduktive Inferenzen sichere Eindeutigkeit herzustellen (Hertwig 1993: 52; Hoffrage 1993: 78).

Bei Entscheidungen mit Konfidenzurteilen von 10% bis 40% bzw. 60% bis 90% ist es dem Entscheider in Ermangelung ausreichenden und direkten Wissens nicht möglich, ein Sicherheit erzeugendes Lokales Mentales Modell (LMM) zu erzeugen, so dass er als Reaktion auf diese Situation versucht, ein Probabilistisch Mentales Modell (PMM) zu konstruieren (Hertwig. 1993: 52; Hoffrage 1993: 78). Dieses PMM besteht, wie bereits dargelegt, aus einer Referenzklasse von Elementen oder Objekten, über die in Form von Variablen Wissen besteht (Hertwig 1993: 52; Hoffrage 1993: 78). Die probabilistische Charakteristik entsteht über die assoziative Verknüpfung bestehendem Wissens bezüglich Variablenausprägungen der enthaltenen Elemente als fragmentarisches Wissen, die als kognitive Annahme mit der unbekanntem Ausprägung der gesuchten Zielvariable kovariieren (Hertwig 1993: 52; Hoffrage 1993: 78). Diese kognitive Vorgehensweise ermög-

³⁷⁴ Siehe zur weiteren Theorieentwicklung um den Begriff der „Cues“ Berretty u.a. 1999.

licht so den Schluss von bestehenden Wissen auf die unbekannte Zielvariable, indem die am ausgeprägtesten kovariierende Variable als Hilfs- oder Cue-Variable zur Entscheidungsfindung herangezogen wird unter Bildung eines Konfidenzurteils, dessen Höhe von der angenommenen Aussagekraft oder Validität der genutzten Cue-Variable bestimmt wird und die das Repräsentationsformat einer bedingten Häufigkeit aufweist (Hertwig 1993: 52; Hoffrage 1993: 78).

Werden bei einer getroffenen Entscheidung ein Konfidenzurteil von 50% angegeben, was bei einer dichotomen Antwortvorgabe einer Entscheidung unter maximaler Unsicherheit entspricht, so sind hierbei in der Theorieperspektive des Ansatzes der drei verschiedene potenziell zugrundeliegende kognitive Prozesse zu differenzieren (Hertwig 1993: 53f):

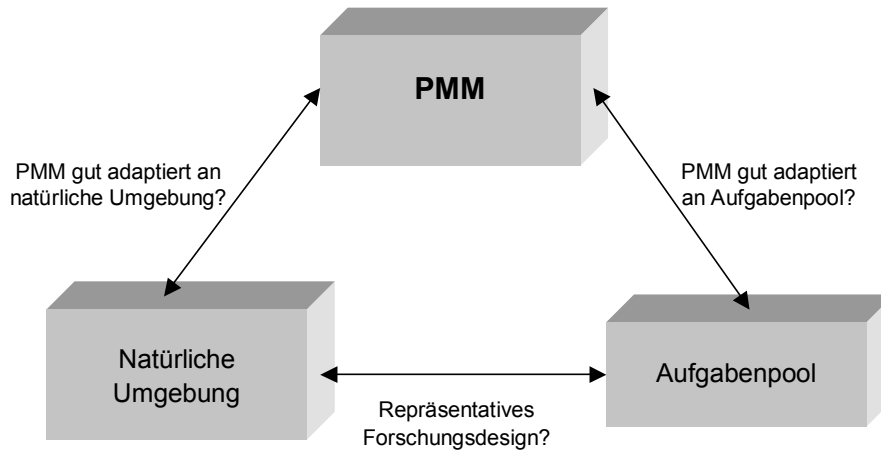
1. Keine Cue-Variable mit höherer Validität aktivierbar: Das Konfidenzniveau von 50% entsteht, da die bestehenden Variablen mit ihrer Validität keine höherwertige Antwortdiskriminierung zulassen mit der Konsequenz, dass die urteilende Person die Antwort rät und das so entstandene Ergebnis mit einem Konfidenzurteil von 50% versieht.
2. Mehrere Cue-Variablen werden aktiviert: Als Alternative oder Erweiterung der PMM-Theorie werden mehrere Variablen über einen Integrationsalgorithmus bei der Entscheidungsfindung berücksichtigt mit dem Ergebnis einer Entscheidung mit einer Konfidenz von 50%.
3. Aktivierung des Basisraten-Cues: Da keine inhaltliche Cue-Variable verfügbar ist wird die Referenzklasse sachbezogen verlassen und zur Aufgabenbearbeitung die Aufgabenstellung formal als Experimentalaufbau betrachtet mit dem Ergebnis einer so ausgemachten 50%-Chance.

9.2.2.2 Die Kritik der PMM-Theorie an bestehende experimentelle Befunde und im Spiegel eigener experimenteller Befunde

Ausgehend von dieser theoriegeleiteten Betrachtung der Bildung von Entscheidungen unter Angabe eines Konfidenzurteils differenziert sich die in der Tradition klassischer Kalibrationsuntersuchungen zum „Overconfidence“-Phänomen bestehende Fragestellung der Güte der Einschätzung von Menschen bezüglich der Verlässlichkeit ihres eigenen Wissens in zwei Fragestellungen auf (Hoffrage 1993: 82):

1. Die Fragestellung nach der Güte der Adaption des generierten PMM an die Aufgabenstellung, und
2. die Frage nach der Art der Einschätzung des eigenen Wissens.

Die Beleuchtung der ersten Fragestellung nach der Güte der Adaption des PMM an die Aufgabenstellung ist über folgende Abbildung, die das Dreiecksverhältnis zwischen PMM, natürlicher Umgebung und der Aufgabenstellung zum Gegenstand hat, zu illustrieren (Hoffrage 1993: 83):



Dreiecksverhältnis PMM zu natürlicher Umgebung und Aufgabenpool

Abb. 16: Das Dreiecksverhältnis der Probabilistisch Mentalen Modelle (PMM)

Wie dieses Diagramm veranschaulicht, bildet das zur Aufgabenlösung angewendete PMM eine Repräsentation einer dem Probanden häufig vertrauten, natürlichen Umgebung, aus der es zumeist auch über Erfahrung hervorgegangen ist (Hoffrage 1993: 83). Ist dem Probanden das natürliche System als Gegenstand der kognitiven probabilistischen Modellbildung vertraut, so geht die PMM-Theorie davon aus, dass dieses PMM gut an die natürlichen Verhältnisse adaptiert ist (Hoffrage 1993: 83). Mit dieser Erweiterung der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung wird die Bewertung kognitiver Leistungen auch zur Betrachtung der repräsentativen Ausgestaltung und Formulierung der experimentellen Fragestellungen in der Kognitionswissenschaft, die in der Perspektive der PMM-Theorie historisch als zum Teil problematisch zu bezeichnen ist (Hoffrage 1993: 83).

Die zweite Fragestellung nach der Art der Einschätzung des eigenen Wissens betrifft in der Perspektive der PMM-Theorie die wahrscheinlichkeitstheoretischen Bezugnahmen bestehender Experimentalbefunde, wobei hier eine wahrscheinlichkeitstheoretisch nicht begründbare Vermischung zwischen statistischen und subjektiven Wahrscheinlichkeitsbegriff in dem Vergleich zwischen kognitiver Leistung der Probanden und normativem Befund ausgemacht wird (Hoffrage 1998: 84).

In experimenteller Überprüfung der aus der Theorie der PMM abzuleitenden Konsequenzen konnten folgende theoriekonforme Befunde belegt werden (Gigerenzer, Hoffrage, Kleinbölting 1991; Hoffrage 1993: 84ff):

- Bei einer zur natürlichen Umgebung des Probanden repräsentativ ausgestalteten Aufgabenstellung im Experiment sind die erhobenen Konfidenzurteile gut kalibriert.
- Verzerrte Ausschnitte der natürlichen Umgebung der Probanden als Aufgabenstellungen führen zu schlechter Kalibration.
- In dem Fall, dass der Proband annimmt, das von ihm generierte PMM repräsentiere die natürliche Umgebung, zugleich jedoch bezweifelt, dass diese auch für die vorgelegte Aufgabenstellung zutrifft, führt zu der Option eines unangemessenen Wechsels der Referenzklasse.

Es lässt sich somit hieraus folgern, dass neben der Anpassungsgüte des durch den Probanden angewendeten PMM die Anpassungsgüte der experimentellen Aufgabengestaltung an die natürliche Umwelt, die ebenfalls auf die Güte des generierten PMM Einfluss nimmt, von herausragender Bedeutung für die kognitive Aufgabenbearbeitung ist (Gigerenzer 1993; Hoffrage 1993).

In dieser „ökologischen“ Perspektive geht die PMM-Theorie in erster Annäherung davon aus, dass es sich bei den diskutierten kognitiven Phänomenen wie dem „Overconfidence“ um keine kognitiven Fehler handelt, sondern die experimentellen Befunde auf eine verzerrte Auswahl von Items durch die Forscher zurückzuführen und somit als Forschungsartefakt anzusprechen sind (Gigerenzer; Hoffrage; Kleinbölting 1991; Bröder 1999). Der Theorieansatz der PMM sagt dabei vorher, dass bei der Darbietung einer repräsentativen Auswahl von Items aus einer bestimmten Referenzklasse keine „Overconfidence“ auftreten wird, was jedoch in überprüfenden Studien zu überaus uneinheitlichen Befunden führte und so nicht nachvollzogen werden konnte (Bröder 1999).

Vor dem Hintergrund dieser bisherigen Experimentalbefunde argumentiert Bröder für drei Bedingungen, die als forschungsbezogener Ausblick zum Zwecke der Theorieüberprüfung in den weiteren experimentellen Untersuchungen realisiert werden müssen (Bröder 1999):

1. Erstellung eines „Manipulation Check“ oder rational begründeter Konventionen, um für eine gegebene Untersuchung bestimmen zu können ob eine „repräsentative“ Itemauswahl dargestellt wurde,
2. die „Entkonfundierung der Ziehungsprozedur mit der Itemschwierigkeit“ und
3. die explizite Berücksichtigung unsystematischer Responce-Fehler, welche einen Bias vermeintlich darstellen könnten.

Jenseits dieser in der normativen Perspektive verhafteten Fachdebatte um die Frage der Existenz kognitiver Fehler im statistischen Denken emanzipiert sich die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung unter Bezugnahme auf die historisch gewachsenen Befunde, Ansätze und Begriffssysteme zunehmend von der normativen oder präskriptiven Betrachtungsebene und damit auch von der Anwendung von statistischen Modellen und Verfahren unter zunehmender Hinzuziehung von Kognitionskontexten, was insbesondere die neueren Arbeiten um Gigerenzer belegen.³⁷⁵

³⁷⁵ Siehe hierzu u.a. Gigerenzer 1997; 1998; Gigerenzer; Goldstein 1996b; 1999 sowie Berretty u.a. 1999; Borges u.a. 1999; Czerlinski u.a. 1999; Gigerenzer; Todd 1999; Goldstein; Gigerenzer 1999; Hertwig; Hoffrage; Martignon 1999; Martignon, Hoffrage 1999; Rieskamp u.a. 1999

10 Relevanz und praktische Bedeutung der kognitionswissenschaftlichen Ergebnisse und mögliche Einflussnahmen

Ausgehend von den zuvor in paradigmatischer, theoretischer und empirischer Perspektive dargestellten kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde zum statistischen Denken ist nunmehr aufbauend auf eine grundlegende Betrachtung der möglichen Lösung der normativen Befunde abschließend zu klären, welche praktische und alltägliche Bedeutung diesen zunächst experimentellen Befunden im Lichte diesbezüglicher wissenschaftlicher Studien zugemessen werden kann.

Darauf aufbauend sollen die Möglichkeiten und Grenzen einer Bearbeitung dieser kognitiven Strukturen mit dem Ziel einer Verbesserung statistischen Denkens kurz beleuchtet werden.

10.1 Lösungsmöglichkeiten der normativen Befunde

Die Lösungsmöglichkeiten der normativen Befunde nehmen Bezug auf die Fragestellung, welcher Seite die beobachteten kognitiven Abweichungen von als Norm angenommenen formalen Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik zugeordnet werden: Der kognitiven menschlichen Leistung oder dem angewendeten formalen Verfahren (Jungermann u.a. 1998: 191ff; Kannetzky 2000: 448).

Entsprechend der diesbezüglichen Betrachtung zur Lösung von Paradoxien bei Kannetzky (2000: 448ff) sind hierzu drei verschiedene Möglichkeiten abzuleiten, indem die Quelle der beobachteten Abweichungen im herangezogenen normativen Modell, in der Adäquanz dieser Anwendung oder bei den diesbezüglichen kognitiven Leistungen lokalisiert wird (Kannetzky 2000: 448ff).

Diesen drei Möglichkeiten der Auflösung der beobachteten Abweichungen sollen im folgenden in einer zusammenfassenden Perspektive die hierzu im Lichte der bisherigen Betrachtung benennbaren Momente zugeordnet werden.

10.1.1 Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf das herangezogene formale Modell

Als Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf das herangezogene formale Modell sind jene Aspekte zu subsumieren, in denen die beobachteten kognitiven Prozesse mit ihren zugrundeliegenden Prämissen und Heuristiken das zu Vergleichszwecken herangezogene formale Verfahren in begründeter Weise als falsch identifiziert.

Dies ist abgesehen von schwachen diesbezüglichen Ansätzen zur Betrachtung von Diagnostizitätsgewichtungen und der Relevanz von Basisrateninformationen beim Theorem von Bayes im Spiegel der kognitionswissenschaftlichen Befunde nicht feststellbar. Dies ist jedoch in einem hier dominierenden Forschungsparadigma, welches die kognitiven Abweichungen von einem formalen Verfahren systematisch als kognitive Fehler und Trugschlüsse aufnimmt und über kognitive Heuristiken mit ihnen zugeordneten Biases modelliert, auch nicht anders zu erwarten.³⁷⁶

In Anbetracht der aktuellen kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung mit dem sich dabei abzeichnenden Paradigmenwechsel hin zu einer eine normative- wie deskriptive Betrachtungsweise kognitiver Prozesse integrierenden Forschungsfragestellung erscheint es jedoch als möglich, dass sich hieraus auch Impulse für die Weiterentwicklung der bisher als Datum angenommenen formalen Verfahren ergeben.³⁷⁷

10.1.2 Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf die Adäquanz des formalen Modells

Als Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf die Adäquanz des formalen Modells sind jene zu nennen, die auf die Begründung der Anwendung der formalen Verfahren auf die konkrete und gegenstandsbezogene Aufgabenstellung im Experiment Bezug nehmen. Diese Fragestellung der Angemessenheit und der Anwendbarkeit formaler Verfahren basiert auf der Einstiegseinsicht, dass „strenggenommen (...) formale Verfahren nur auf formale Gegenstände angewandt werden“ können und somit die Plausibilität der verwendeten formalen, semantischen und anderer Prinzipien zu überprüfen ist (Kannetzký 2000: 449f).

Hierzu wurden insbesondere im Kontext der fachwissenschaftlichen Kritik am normativen kognitionswissenschaftlichen Forschungsprogramm der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) und deren experimentellen Aufgabenstellungen und Befunden bedeutende Relativierungen und grundlegende Distanzierungen herausgearbeitet, die neben einer paradigmatischen Kritik

³⁷⁶ Siehe hierzu Kap. 3.5, Kap. 6.2, Kap. 6.3 und Kap. 9.1.

³⁷⁷ Siehe zu der hier erwähnten kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung einer, eine normative wie deskriptive Perspektive integrierenden, kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens u.a. Gigerenzer 1997; 1998; Gigerenzer; Goldstein 1996b; 1999 sowie Berretty u.a. 1999; Borges u.a. 1999; Czerlinski u.a. 1999; Gigerenzer; Todd 1999; Goldstein; Gigerenzer 1999; Hertwig; Hoffrage; Martignon 1999; Martignon, Hoffrage 1999; Rieskamp u.a. 1999.

auch an verschiedene Experimentalbefunde im Konkreten manifestiert.³⁷⁸ Diese Kristallisationspunkte der Kritik wurde auch zum zentralen Impuls für die erwähnte neuere kognitionswissenschaftliche Theoriebildung.³⁷⁹

10.1.3 Momente für eine Lokalisation beobachteter Abweichungen auf die kognitiven Leistungen und mentalen Prozessen

Die aktuelle wissenschaftliche Debatte um die Betrachtung statistischen Denkens ist insbesondere geprägt über die Kritik an der Angemessenheit und Anwendbarkeit der im normativen Heuristik-Ansatz immanenten Anwendung formaler Verfahren, der so eingeleiteten Relativierung dieses kognitionswissenschaftlichen Paradigmas und der programmatischen Positionen und Proklamationen der neueren kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung in der Tradition der Betrachtung statistischen Denkens, welche die bis dato auf kognitive Fehler fokussierte, defizitorientierte Perspektive bewusst und pointiert negiert.

Dennoch dominiert in der anwendungsorientierten Nachlese der bisherigen kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde die Position, dass die beobachteten Abweichungen von formalen Verfahren in erster Linie, relativiert und präzisiert über die Kommentare zur Adäquanz ihrer Anwendung, auch im Lichte der diesbezüglichen bisherigen kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung den zugrundeliegenden kognitiven Leistungen und mentalen Prozesse zuzuschreiben sind (Sedelmeier 1993; Reason 1994; Wessels 1994; Bea 1995; Jungermann u.a. 1998: 191ff).³⁸⁰

Als mögliche Reaktion auf diese Lokalisation der beobachteten Abweichungen sind in Anlehnung an Kannetzkky (2000) drei verschiedene Alternativen zu nennen, die sich wie folgt darstellen (Kannetzkky 2000: 453):

³⁷⁸ Diese Kritikpunkte wurden in experimenteller Perspektive in die Darstellung der Befunde integriert. Siehe hierzu Kap. 8.2 und insbesondere das Kapitel zum Theorem von Bayes in Kap. 8.2.4. Flankierend dazu die paradigmatische Kritik der dem Heuristik-Ansatz zugrundeliegende normativen Perspektive in Kap. 6.2.1 und insbesondere Kap. 9.2.2.2.

³⁷⁹ Siehe hierzu Gigerenzer 1991b, Gigerenzer; Hoffrage; Kleinböling 1991; Gigerenzer; Hoffrage 1995.

³⁸⁰ Siehe zu der hier erwähnten kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung einer Betonung der Leistungsfähigkeit menschlicher kognitiver Prozesse und Strukturen Gigerenzer 1997; 1998; Gigerenzer; Goldstein 1996b; 1999; Gigerenzer; Todd 1999; Goldstein; Gigerenzer 1999.

1. Die beobachteten Abweichungen, die man als Paradoxien betrachten kann, werden als unwesentliche Randerscheinung betrachtet und weitestgehend ignoriert. Hierbei ist beachtlich, dass dies eine wohlbegründete Strategie sein kann, „denn nähme man jede bekannte Paradoxie wirklich ernst, so würde man in tiefe Zweifel gestürzt. Denn schwerwiegende Paradoxien betreffen unsere Glaubensgewissheiten, also das, was den Rahmen konstituiert, bezüglich dessen wir uns in der Bewältigung unseres Lebens orientieren“ (Kannetzky 2000: 453).
2. Die beobachteten Paradoxien werden vornehmlich als bloße Denkfehler angesehen, die im Rahmen bestehender Theorien und Überzeugungen als Frage klaren Denkens prinzipiell bewältigt werden können.
3. Die aufgetretenen Paradoxien werden als ein Indiz für einen grundsätzlichen Defekt des entsprechenden System von Überzeugungen und Normen gehalten mit entsprechenden weitreichenden Implikationen zur Modifikation dieser Strukturen.

Anhand dieser pragmatischen Gesichtspunkte einer möglichen Reaktion ist im Rahmen der bisher festgehaltenen kognitionswissenschaftlichen Befunde zum statistischen Denken zunächst zu diagnostizieren, dass alle drei Bereiche angesprochen sind. So kann z.B. die Heuristik der Kontrolle und das „Overconfidence“-Phänomen als eine Charakteristik der kognitiven Verarbeitung quantitativer Informationen durch den Menschen angesprochen werden, welche für die direkte Lebensbewältigung funktionale Bedeutung aufweist und somit unter bewusster Vernachlässigung ihrer Irrtumscharakteristik gemäß (1) unangetastet und damit unkorrigiert bleiben sollte. Am anderen Ende des auch als Kontinuum zu betrachtenden Systems von Reaktionsalternativen weist (3) im hier betrachteten Kontext Relevanz in der Weise auf, dass die beobachteten Irrtümer im statistischen Denken teilweise auf der unzutreffenden Vorstellung basierten, die Anwendung statistischer Verfahren könne so etwas wie interpretationsunabhängige und sichere Erkenntnis mittels formaler Zeichenmanipulation generieren und so als objektive Instanz im Widerstreit der Meinungen, Interpretationen und Interessen fungieren. Dieser Vorstellung als grundlegender Irrtum des Status statistischer Verfahren ist somit entgegenzutreten. Der Schwerpunkt der möglichen Reaktionen auf die beobachteten Befunde ist jedoch trotz der somit auch bestehenden Bedeutung der Sätze (1) und (3) auf den Bereich (2) zu legen, da die Charakteristik als Denkfehler überaus evident ist, dem in der weiteren Darstellung Rechnung getragen wird.

10.2 Befunde zur praktischen Bedeutung der festgestellten Strukturen statistischen Denkens

*„Statistical thinking will be one day as important
for good citizenship as the ability to read or write*

H.G. Wells³⁸¹

Die Fragestellung der praktischen und alltäglichen Übertragung der experimentell festgestellten kognitiven Strukturen im statistischen Denken und deren wissenschaftliche Thematisierung ist geprägt von den mit dem Verlassen experimenteller Laborbedingungen einhergehenden methodologischen Spannungsfeldern sowie dem virulenten Problembereich einer normativen Betrachtung zur Bestimmung der Güte statistischen Denkens in der Praxis (Sedelmeier 1993; Bea 1995: 55ff; Gigerenzer 2002).

Nicht zuletzt aufgrund dieser Restriktionen sind wissenschaftliche Studien zum statistischen Denken in natürlichen Umwelten in ihren Ergebnissen überaus bruchstückhaft und von einer hohen inhaltlichen Heterogenität gekennzeichnet (Bea 1995: 55). Dennoch kommt Bea (1995) auf der Grundlage der Durchsicht einer größeren Auswahl diesbezüglicher Studien zum Ergebnis, dass „stochastisches Denken auch in praxisrelevanten Situationen nicht immer optimal, sondern zum Teil durch systematische Fehler gekennzeichnet ist“ (Bea 1995: 57).

Unter Bezugnahme auf diesbezügliche Ergebnisse aus dem Bereich der Rechtsprechung, der Medizin sowie der Wirtschaft sind als Ergebnisse für das hier anzutreffende stochastische Denken festzuhalten, dass (Sedelmeier 1993; Bea 1995: 61ff; 81):

- Quantitativen Betrachtungen und Unsicherheiten kommen eine entscheidende Rolle zu, so dass das H.G. Wells zugeschriebene Zitat eine begründbare Quintessenz enthält.
- Die Statistik beinhaltet in teilweise entscheidungstheoretisch verkleideter Form wertvolle und nützliche Implikationen zum Umgang mit Unsicherheiten.
- In alltäglichen und natürlichen Kontexten wird die Bedeutung von Unsicherheit häufig vernachlässigt sowie die kognitive Verarbeitung von Zufallseinflüssen nur implizit vorgenommen.

³⁸¹ Dieses wird in variierenden deutsch wie englischsprachigen Formen wiederholt. H. G. Wells zugeschrieben (z.B. Krämer 1999), konnte jedoch auch nach exorbitanten diesbezüglichen Bemühungen durch Gigerenzer (2002: 271) als Textstelle nicht ausgemacht werden.

- Es ist eine verbreitete Ablehnung gegenüber statistischen Verfahren auszumachen, so dass intuitiv-heuristische Verfahren bevorzugt werden.
- Werden die Methoden und Verfahren der Statistik explizit angewendet, so ist diese Anwendung häufig mit Fehlern behaftet.

Als Implikation dieser Übersicht ist festzuhalten, dass jenseits überzogener normativer Betrachtungen eine Übertragung der Suboptimalität statistischen Denkens vom Experimentalbefund in die Praxis begründbar darzustellen ist (Bea 1995: 82). Dieser Ansicht zugrunde liegen offensichtlich auch die wissenschaftlichen Betrachtungen praxisbezogener menschlicher Leistungen und Fehlleistungen, die in ihrer theoretischen Analyse und Betrachtung auf kognitionswissenschaftliche Theoriebildungen verweisen und aufbauen und somit ihre alltägliche Gültigkeit implizit voraussetzen (Dutke 1994; Reason 1994; Reinersmann 1997; Dörner 1999; Gigerenzer 2002).

In Konsequenz dieses Ergebnisses wäre nun folgend zu klären, inwieweit die festgehaltenen Dimensionen der Defizite des statistischen Denkens sowie der Kenntnisse und Akzeptanz der zugrundeliegenden Methoden zum Gegenstand intervenierender Bemühungen werden können (Bea 1995: 82).

10.3 Die Verbesserung statistischen Denkens

Unter Berücksichtigung der dargelegten kognitionswissenschaftlichen Forschungsergebnisse sind bereits in der Tradition des Forschungsprogramms der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) dezidiert als Reaktion auf die entstandenen Forschungsbefunde Ansatzpunkte und Strategien zur Verbesserung statistischen Denkens vorgeschlagen und ausgearbeitet worden, wobei hieraus zwei Gruppen diesbezüglicher Ansätze gebildet werden können (Fischhoff 1982; Bea 1995: 84):

1. Debiasing-Strategien als konkrete, situationsbezogene und ergebnisorientierte Begleitung beim Problemlösen durch Unterstützung oder Feedback.
2. Didaktische Beeinflussung durch Ausbildung und Training.

Unter Integration des Vorschlages von Gigerenzer (1993) in Form einer optimierten Datenrepräsentation sind drei potenzielle Wege zu unterscheiden, dass Ziel einer Verbesserung statistischen Denken voranzutreiben (Gigerenzer 1993: 114):

1. Das Training und die Ausbildung statistischen Denkens als didaktische Aufgabe,
2. Debiasing- Strategien als Hilfestellung während des Problemlösungsprozesses, und
3. eine kriterienbezogene Ausrichtung der Darstellung und Repräsentation statistischer Information.

Bevor eine kriterienbezogene Ausrichtung der Darstellung und Repräsentation statistischer Information als anwendungsorientierte Implikation und Zusammenfassung dieser Arbeit dessen Abschluss bildet, soll zunächst die didaktische Perspektive der Verbesserung statistischen Denkens in der hier dargestellten Perspektive erfolgen.

10.3.1. Ansätze zur Verbesserung statistischen Denkens

Wie zuvor festgehalten, bildet, neben einer anhand von kognitionswissenschaftlichen Erkenntnissen kriterienbezogen optimierten Gestaltung der Darstellung und Repräsentation statistischer Information, das Training und die Ausbildung statistischen Denkens als didaktische Aufgabe sowie Debiasing- Strategien als Hilfestellung während des Problemlösungsprozesses mögliche Handlungsstrategien zur Realisation der Ziels einer Verbesserung statistischen Denkens.

10.3.1.1 Die Strategie des Debiasing

Der Begriff des „Debiasing“ wurde in der Forschungstradition des Heuristikansatzes unter Vernachlässigung diesbezüglicher didaktischer Ansätze begründet und bezeichnet dabei zunächst alle Strategien, die auf eine Verbesserung statistischen Denkens und auf eine kognitive Vermeidung von hierbei entstehender Verzerrungen und Biases abzielen (Fischhoff 1982; Bea 1995: 84).

In Abgrenzung von didaktischen Ansatzpunkten und Konzepten, welche die Vermittlung und das Training statistischer Verfahren zum Gegenstand haben und somit langfristig und dauerhaft ausgerichtet sind, ist der Begriff des Debiasing heute enger zu fassen und zu beschreiben als kurzfristige Interventionsstrategien, die mit dem Fokus der kognitiven Berücksichtigung gegebener Information in den Verarbeitungsprozess direkt eingreifen, ohne dabei formale Verfahren der Statistik zu vermitteln (Fischhoff 1982; Bea 1995: 84).

Ohne eine Darstellung der verschiedenen und zahlreichen Vorschläge zum Debiasing im Rahmen dieser Arbeit detailliert zu erstellen sind in Anlehnung an Bea (1995) zwei Formen von Debiasing-Strategien zu isolieren (Bea 1995: 84ff):

- Interaktives Debiasing: Besteht aus einer begleitenden Hilfestellung während des Problemlösungsprozesses. Hierbei zu unterscheiden sind Kalibrierungstechniken, ausgerichtet insbesondere auf das Schätzen subjektiver Wahrscheinlichkeiten, und Fokussierungstechniken, welche insbesondere die kognitive Bearbeitung inferenzieller Prozesse zu verbessern beabsichtigen.
- Systematisierendes Debiasing: Die hier vorgeschlagene Vorgehensweise besteht aus der Vermittlung kognitiver Methoden der Problemsystematisierung, ohne jedoch formale Inhalte der Wahrscheinlichkeitstheorie einzuschließen.

Damit ist festzuhalten, dass die Strategie des Debiasing entsprechend des Forschungskontextes der fehlerfokussierenden Betrachtung statistischen Denkens, aus der sie hervorgegangen ist, eine Vermittlung formaler Inhalte ausschließt, obgleich in heutiger Perspektive bedeutende intuitive Bezüge hierbei genutzt werden könnten (Freudenthal 1973; Borovcnik 1992; Kütting 1994a; 1994b, Humenberger; Reichel 1995; VomHofe 1995).

10.3.1.2 Die didaktische Perspektive

Die didaktische Perspektive zeichnet sich in Abgrenzung zu den Strategien des Debiasing insbesondere dadurch aus, dass hier über Vermittlung formaler Inhalte ein Wissensstand gebildet werden soll, der situationsunabhängig eingesetzt werden kann um gegebene statistische Information einschließlich der zugrundeliegenden Strukturen und Prozesse in Entsprechung mit diesen formalen Ansätzen zu erkennen und zu verarbeiten (Bea 1995: 87ff).

Eine detaillierte Darstellung einzelner didaktischer Ansätze zur Vermittlung statistischer Theorieansätze und Verfahren soll im Rahmen dieser Arbeit nicht erfolgen.³⁸² Hervorzuheben ist hierbei wiederum die herausragende Bedeutung von Intuition und von Vorstellungsbildern in der Mathematikdidaktik im allgemeinen und in der Didaktik der Statistik im besonderen (Freudenthal 1973; Borovcnik 1992; Kütting 1994a; 1994b, Humenberger; Reichel 1995; VomHofe 1995).

Dieser didaktischen Einsicht der Bedeutung von Vorstellungsbildern für die Vermittlung statistischer Methoden und Verfahren folgend liegen bereits einige Lehrbücher zur Statistik vor, die dieser so geforderten konzeptionellen Charakteristik in verschiedener Weise entsprechen. So reicht das Spektrum dieser so zu charakterisierenden Lehrbüchern im deutschen Sprachraum von einer „formelfreien“ Darstellungsform statistischer Verfahren „in Prosa“ bei M. Neuhäuser (2000: 7) über anwendungsbezogenen bzw. beispielbezogenen Darlegungsart bei J. L. Phillips (1997) sowie W. Krämer (1999) bis zu einer die Sach- und Zahlenlogik statistischer Verfahren integrierenden Vorgehensweise für deskriptivstatistischer Verfahren bei M. Tiede (2001) sowie für induktivstatistischen Verfahren bei M. Tiede und W. Voß (2000).

³⁸² Siehe dazu einführend Freudenthal 1973; Borovcnik 1992; Kütting 1994a; 1994b, Humenberger; Reichel 1995; VomHofe 1995 sowie die Arbeit von Bea 1995: S83ff.

10.3.2 Möglichkeiten und Grenzen von Debiasing und Didaktik

Im folgenden sollen abschließend kurz die Möglichkeiten und Grenzen von Debiasing und Didaktik eine überblicksartige Würdigung erfahren.

10.3.2.1 Der Reichweite

Die Reichweite der Ansätze zu Verbesserung statistischen Denkens ist zu unterscheiden zwischen einer aufgabenbezogenen Reichweite und einer individuenbezogenen Reichweite.

Die individuenbezogene Reichweite der Ansätze zur Verbesserung des statistischen Denkens ist im Bereich des Debiasing wie der Didaktik in erster Annäherung als überaus gering zu veranschlagen. In Bereich des Debiasing ist prinzipiell ein begleitender und instruierender Experte dem Entscheider an die Seite zu stellen, was bereits aus ressourcenökonomischer Überlegung nicht praktikabel erscheint (Bea 1995: 87). Auch die aufgabenbezogene Reichweite ist im Falle des Debiasing als gering zu schätzen, da die Majorität der bestehenden diesbezüglichen Vorschläge das Schätzen subjektiver Wahrscheinlichkeiten und inferenzielle Probleme fokussieren (Bea 1995: 87).

Im Falle der Anwendung didaktischer Vermittlungsmethoden zur Verbesserung statistischen Denkens ist diese aufgabenbezogene wie individuenbezogene Reichweite lediglich über hierzu aufgewendeten, aufzuwendenden und aufwendbaren zeitlichen, finanziellen und geistigen Ressourcen begrenzt, was jedoch in der Praxis als bedeutende Beschränkung bewertet werden muss.

10.3.2.2 Die Effektivität

Die Effektivitätsbetrachtung von Bemühungen der Verbesserung statistischen Denken ist, den vorangegangenen Betrachtungen folgend, wiederum zu differenzieren zwischen Debiasing-Strategien und didaktischen Bemühungen.

Zur Effektivitätsbewertung der Debiasing-Strategien ist prinzipiell festzuhalten, dass aufgrund der geringen Anzahl diesbezüglicher Studien hierzu keine zuverlässigen Aussagen abgeleitet werden können (Bea 1995: 87). Jedoch ist bereits in formaler Betrachtung festzustellen, dass bei diesem Ansatz zur Verbesserung statistischen Denkens immer ein begleitender „Experte“ anwesend sein muss, was als bedeutender anwendungsbezogener Mangel zu bewerten ist (Bea 1995: 87).

Die Effektivität statistischer Aus- und Vorbildung als Resultat mehr oder minder vorhandener didaktischer Überlegungen war bereits Gegenstand der Untersuchungen von Tversky und Kahneman, die in Ihren experimentellen Untersuchungen auch Probanden mit statistischer Ausbildung ihre Aufgabenstellungen vorlagten (Kahneman; Tversky 1973; Tversky; Kahneman 1971; 1974; Bea 1995: 88).

Das Ergebnis dieser Studien war, dass auch bei diesem Personenkreis bezüglich des kognitiven Ermitteln prinzipiell objektiver Wahrscheinlichkeiten und hierbei insbesondere Fehlvorstellungen des Zufalls sowie eine Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen als bedeutende Fehlertendenzen diagnostiziert werden konnten und darüber hinaus auch die Vernachlässigung von Basisraten bei Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben zu beobachten war (Kahneman; Tversky 1973; Tversky; Kahneman 1971; 1974; Bea 1995: 88).³⁸³

Diese Betrachtung der Effektivität didaktischer Bemühungen wurde durch Shaughnessy (1977), der die Befunde von Tversky und Kahneman als didaktische Herausforderung betrachtete, vertieft und systematisiert (Shaughnessy 1977; Bea 1995: 89ff). Er kam in seiner Untersuchungen an Studenten, in der über Tests die Effektivität verschiedener didaktischer Methoden verglichen wurde, zu dem Ergebnis, dass zunächst unabhängig von der didaktischen Methode Fortschritte in der kognitiven Überwindung der Repräsentativitätsheuristik sowie der Verfügbarkeitsheuristik feststellbar waren, ohne jedoch Fehlerfreiheit zu erzeugen (Shaughnessy 1977). Darüber hinaus zeigte sich hier, dass jene Gruppe von Lernenden, die sich in einer sogenannten Experimentiergruppe selbständig und problemorientiert die abstrakten Konzepte der Wahrscheinlichkeitstheorie erarbeiteten, diese formalen Konzepte routinierter und erfolgreicher kognitiv anwendeten als jene der passiven Vorlesungsgruppe, welche experimentell als Vergleichsgruppe diente (Shaughnessy 1977). Zu einer in der Tradition Shaughnessys ebenfalls optimistischen Einschätzung der Effektivität didaktischer Bemühungen der Verbesserung statistischen Denkens durch Ausbildung und Training kommen die Forschungsarbeiten von Nisbett u.a. (1983), welche zu belegen vermögen, dass schon kurze formale Einführungen in die zugrundeliegenden formalen Gesetzmäßigkeiten der Wahrscheinlichkeit zu bedeutenden Qualitätssteigerungen führten, die über ein, diese abstrakte Form ergänzendes Beispieltraining, noch gesteigert werden konnte (Nisbett 1983; Bea 1995: 90ff).

Diese klassischen Befunde wurden manifestiert und differenziert durch Scholz (1987), der zehn Hochschulprofessoren aus Fachbereichen mit empirisch-statistischer Methodologie experimentelle Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben zum Basisratenproblem vorlegte mit dem Befund, dass in einer ersten intuitiven Schätzung lediglich eine normativ richtige Lösung entstand, fünf Professoren mit der Diagnostizität antworteten und die restlichen vier Lösungen zwischen diesen Extremen zu verorten waren (Scholz 1987; Bea 1995: 88f).

³⁸³ Siehe zu den experimentellen Befunden der kognitiven Fehlvorstellung des Zufalls Kap. 8.2.3.2, zur Insensitivität gegenüber Stichprobenumfängen Kap. 8.2.3.3 und zur Vernachlässigung der Basisraten bei Wahrscheinlichkeitsrevisionsaufgaben Kap. 8.2.4.3.

Da bei diesen intuitiven Lösungen zu dem Begründungen der Probanden mitgeteilt und erhoben wurden, die auf eine kognitive Anwendung der Heuristik der Repräsentativität und der Kausalität hindeuteten, ist aus diesem Experimentalbefund zu folgern, dass auch Experten für Fehler im statistischen Denken anfällig sind soweit ein intuitiver Denkmodus forciert wird (Scholz 1987; Bea 1995: 89).³⁸⁴ Zu ähnlichen Ergebnissen intuitiven Denkens kommt Gigerenzer (2002) in seiner Betrachtung des statistischen Denkens von eine statistische Ausbildung erfahrenen Ärzten in der medizinischen Diagnostik unter besonderer Berücksichtigung des Bayes-Theorems in seiner Hypothesenbewertenden Interpretation (Gigerenzer 2002: 153ff).

Daraus ist zu folgern, dass im Lichte der hier betrachteten Möglichkeiten der Einflussnahme auf die Verbesserung statistischen Denkens neben einer an den hier dargestellten kognitionswissenschaftlichen Befunde ausgerichteten Didaktik der Vermittlung lediglich eine kognitiv optimierte Darstellung statistischer Daten und Analyseergebnisse als erfolgversprechend zu nennen ist, wobei beide Alternativen spezielle Restriktionen aufweisen.

³⁸⁴ Hierzu sei angemerkt, dass bei der, auf die intuitiven Beantwortung folgenden, analytische und formale Suche nach der Lösung der Aufgabenstellung bessere Ergebnisse realisieren konnten als bei statistisch nicht ausgebildeten Probanden. En detail bestimmten fünf der Befragten über diesen Weg die normativ richtige Lösung, drei antworteten noch immer mit der Diagnostizität und zwei konnten formal kein Ergebnis generierten. Darüber hinaus waren im Vergleich zu den ebenfalls experimentell erhobenen Studenten kein „Pseudo-analytisches Denken“ zu beobachten, das sich bei diesen durch unstrukturierte, unbegründete und ziellose Berechnungen zeigte (Scholz 1987; Bea 1995: 88ff; Nothbaum 1997: 46ff).

11 Zusammenfassung: Positionsbestimmung im Spiegel kognitionswissenschaftlicher Ergebnisse und anwendungsorientierte Implikationen

Die Zusammenfassung dieser Arbeit erfolgt ausgehend von den in Kapitel 2 dargelegten Grundstrukturen der Anwendung von Mathematik in der Sozialwissenschaft über statistische Methoden, der kognitiven Dimension in der historischen Genese dieser statistischen Verfahren sowie der Relevanz der kognitiven Verarbeitungsmechanismen bei der wissenschaftsinternen und –externen Verwertung von auf der Anwendung dieser statistischen Methoden basierenden Ergebnisse statistischer Analysen.

Aus dieser so begründeten Bedeutung der kognitiven Verarbeitungsmechanismen im statistischen Denken sollen nun, auf der Grundlage der im Rahmen dieser Arbeit dargestellten, bestehenden Erkenntnisse zum statistischen Denken aus der Kognitionswissenschaft, die hieraus für die angewandte Statistik relevanten Implikationen extrahiert werden.

11.1 Statistik im Spiegel der Kognitionswissenschaft: Statistik zwischen Intuition, Didaktik und Kritik

Diese Ableitung der für die Statistik relevanten Implikationen der kognitionswissenschaftlichen Forschungsergebnisse zum Gegenstand des statistischen Denkens erfolgt zunächst eher abstrakt über eine Standortbestimmung der angewandten Statistik im Spiegel der Kognitionswissenschaft, im begrifflichen Bezugsrahmen der Intuition, der Didaktik und der Kritik.

11.1.1 Die scheinbar erschöpfende Betrachtung von Statistik als formalisierte Intuition

In Anbetracht der festgestellten Bedeutung kognitiver Vorstellungsbilder in der historischen Genese und Begründung deskriptiv- wie induktivstatistischer Methoden und Verfahren sowie der in der Geschichte der Kognitionswissenschaft einmal bestehenden Vorstellung des Menschen als intuitiver Statistiker, könnte der Eindruck einer Möglichkeit der scheinbar erschöpfenden Betrachtung von Statistik als formalisierte Intuition entstehen.

Diese Perspektive begrenzt sich jedoch auf der Seite der Kognitionswissenschaft zunächst über die in der weiteren paradigmatischen und theoretischen Entwicklung experimentell festgestellten und als bedeutsam interpretierten Abweichungen menschlichen Denkens von den normativ angewendeten statistischen Verfahren. Die darauf folgende Betrachtung der zugrundeliegenden kognitionswissenschaftli-

chen Modellbildung mit ihren Bezugnahmen zur statistischen Methodologie führte im folgenden zu der Einsicht, dass die Modellierung kognitiver Prozesse über statistische Verfahren überaus begrenzt ist in der Gestalt, dass eine so geartete Anwendung statistischer Verfahren in paradigmatischer wie theoretischer Hinsicht nicht begründet werden konnte. Dies belegt sich insbesondere im gescheiterten Versuch der kognitiven Modellierung der Annahme von Aussagen als Erweiterung einer bayesschen Betrachtung über induktivstatistische Verfahren des Hypothesentestes.

Die grundlegendere Beleuchtung von mentalen Strukturen und Bedingungen des Denkens brachte darüber hinaus zum Status von Intuition einen hier bedeutsamen Theoriegehalt intuitiver Annahmen zur Struktur der Welt zu Tage, wobei verschiedene hier wirksame Prämissen isoliert wurden.

Dies lässt die Begrenzungen einer erschöpfenden Betrachtung von Statistik als formalisierte Intuition auf Seiten der Statistik in den Blickpunkt geraten, da diese aufgrund ihres mathematisch- formalisierten Charakters theoretische Annahmen über den Gegenstand systematisch nicht enthält, sondern vielmehr auf solche in ihren Anwendungen Bezug nimmt und Bezug nehmen muss. Darüber hinaus ist als Erkenntnis festzuhalten, dass die mathematische Formalisierung von mentalen Vorstellungen und Modellen, welche als Motiv in der historischen Genese statistischer Verfahren auszumachen ist, einen kognitiv relevanten Vorgang bilden. In diesem werden mental als intern zu betrachtende kognitive Repräsentationen und Verarbeitungsprozesse durch externe ergänzt um so externe, intelligenzverstärkende kognitive Werkzeuge zu entwickeln. Diese Betrachtung statistischer Verfahren als komplementäre kognitive Ergänzung manifestiert sich insbesondere in ihrer Anwendung auf numerische Symbolsysteme, bei der in einem präzisierenden, strukturierenden und formalisierenden Sinne quantitatives Denken als statistisches Denken im weiteren Sinne erleichtert wird. Es ist daher die Einsicht zu formulieren, dass statistische Verfahren bezüglich ihrer Wirkungen in kognitiver Perspektive über eine Formalisierung von Intuition hinaus gehen und somit in Bezug zur Intuition als komplementäre externe kognitive Denkwerkzeuge Hilfestellungen der bestehenden internen kognitiven Strukturen darstellen. Dies begründet sich in der kognitionswissenschaftlichen Perspektive, dass die Anwendung statistischer Verfahren sowie die Bildung numerisch dargestellter Häufigkeiten mit der hier immanenten Nutzung formaler Symbolsysteme einer Medialisierung des Denkens entspricht, bei der die Symbolsysteme als externe, intelligenzverstärkende Geistestechnik Verwendung finden.

11.1.2 Die scheinbar erschöpfende Betrachtung von Statistik als didaktische Aufgabe

Insbesondere in Anbetracht des kognitionswissenschaftlichen Forschungsansatzes der „Heuristics And Biases“ um Kahneman, Slovic und Tversky (1982) mit der hierin immanent angelegten Betonung der Betrachtung kognitiver Fehler als systematische Abweichungen des kognitiven „Ist“ vom statistisch-normativen „Soll“ erscheint zunächst eine erschöpfende Betrachtung der Beziehung zwischen Statistik und menschlicher Kognition als didaktische Aufgabe als adäquat.

Diese Perspektive begrenzt sich jedoch zunächst in experimenteller Perspektive bei der Berücksichtigung der hier ermittelten Antwortverteilungen, welche teilweise bedeutende Anteile von in Bezug zum statistischen Modell in normativer Hinsicht konformen Antwortverhaltens ausweisen und belegen. Nicht zuletzt diese, zunächst und insbesondere in deskriptivstatistischen Bereich vorgefundenen, Entsprechungen begründete das kognitionswissenschaftliche Paradigma des Menschen als intuitiver Statistiker mit der damit einhergehenden Anwendung statistischer Methoden zur Modellierung menschlichen Denkens. Diese theoretische Perspektive der Kognitionswissenschaft basiert in ihrer weiteren Theorieentwicklung zur Erklärung statistischen Denkens auf der Einsicht, dass bei aller beobachteter Entsprechung zwischen „Ist“ und „Soll“ keine Analogie zwischen formal-statistischem Rechenalgorithmus und den diesbezüglichen kognitiven Prozessen des Menschen besteht mit der damit verbundenen Erkenntnis, dass dieser beim statistischen Denken im intuitiven wie analytischen Denkmodus nicht entsprechend statistischer Verfahren rechnet.

Aus der Perspektive der Statistik ist dennoch festzuhalten, dass in der Genese deskriptiv- und induktivstatistischer Modelle und Verfahren kognitive Vorstellungsbilder durchaus Bedeutung zukam und so die vorgefundenen Entsprechungen in kognitionswissenschaftlichen Experimenten als nicht zufällig erscheinen und erklärlich werden.

Unter Bezugnahme auf die experimentell beobachteten Abweichungen zwischen den auf statistischen Verfahren beruhenden, normativen Modell als „Soll“ und den hierzu experimentell beobachteten kognitiven Antworten als „Ist“ begrenzt sich die Betrachtung von Statistik als didaktische Aufgabe zunächst über die ebenfalls experimentell belegbare Stabilität von, in Relation zum normativen statistischen Modell fehlerhaften, kognitiven Vorstellungen gegenüber didaktischer Einflussnahme. Dies lässt auf eine relativ strikte kognitive Abgrenzung zwischen intuitivem und analytischem Denkmodus schließen mit einer so erklärlich ausbleibenden Integration von formal-analytisch Vermitteltem in bestehenden intuitiven kognitiven Strukturen.

Diese bisher im Lichte entsprechender experimenteller Befunde ausbleibende Integration aus Intuition und formaler Betrachtung in der Anwendung statistischer Verfahren erscheint jedoch im Hinblick auf die Interpretationsbedürftigkeit der hieraus hervorgehenden Ergebnisse in wissenschaftsinternem wie wissenschaftsexternen Verwertungskontexten der Anwendung statistischer Verfahren als dringend geboten. Der Überwindung dieser kognitiven Barriere kommt die Charakteristik statistischer Verfahren dabei entgegen, da in ihr die Integration formaler Betrachtungen und intuitiver Vorstellungsbilder über die Zahlen- und Sachlogik bereits angelegt ist. Da sich vor diesem Hintergrund die bisher beobachtbare Begrenzung didaktischer Einflussnahme auf bisher bestehende und angewendete didaktische Konzepte der Vermittlung statistischer Methoden bezieht und beziehen muss, beinhaltet die erwähnte Erfahrung in der Vermittlung statistischer Methoden selbstverständlich keine Absage an eine Betrachtung als didaktische Aufgabe und Herausforderung, wobei jedoch praxisbezogen die Reichweite didaktischer Einflussnahme systematisch als begrenzender Faktor bestehen bleibt.

Darüber hinaus wäre in Anbetracht der Bedeutung mentaler Vorstellungen in der historischen Genese von statistischen Verfahren und Modellen als Ausblick zu hinterfragen, ob bei den beobachteten Differenzen zwischen normativem statistischem Modell und den diesbezüglichen kognitiven Experimentalbefunden nicht Begründungen der Antwortvergabe ermittelt werden können, die eine normative Betrachtung argumentativ stichhaltig negieren bzw. das zugrundeliegende statistische Modell verwerfen oder erweitern.

Es ist unter dem Vorbehalt dieser Einschränkungen somit die Einsicht festzuhalten, dass statistische Verfahren als eine didaktische Aufgabe anzusprechen sind, welche in ihrer Bearbeitung der hier dargelegten Symbiose in der Charakteristik statistischer Verfahren gerecht werden sollte und somit in der Vermittlung dieser Methoden gemäß des „Sapere aude“ von Immanuel Kant den Mut fördern sollte, sich seines eigenen Verstandes in dem Verständnis und Anwendung statistischer Verfahren sowie in der Interpretation statistischer Befunde zu bedienen (Gigerenzer 2002: 38f). Dies bildet eine Möglichkeit, den hier betrachteten statistischen Verfahren in ihren angelegten Dimensionen gerecht zu werden und die enthaltenen, intelligenzverstärkenden Potenziale der Anwendung von Statistik als symbolverwendende Geistestechnik zu entfalten. Dies erscheint insbesondere vor dem Hintergrund der, mit der allgegenwärtigen Präsenz und leichten Verfügbarkeit statistischer Methoden und ihrer Ergebnisse einhergehenden und zunehmenden, Dissoziation der formalen Anwendung statistischer Methoden von der interpretativen Kompetenz einer Bedeutungszuweisung der Ergebnisse dieser Anwendung als geboten.

11.1.3 Die scheinbar erschöpfende Betrachtung von Statistik über Kritik

Sie scheinbar erschöpfende Betrachtung von Statistik über Kritik bezieht sich in der hier anklingenden Absolutheit zunächst auf die in Kapitel 2 dargelegten, paradigmabezogenen und kategorischen, Statistikkritik mit der in ihr angelegten Annahme, der sozialwissenschaftliche Forschungsgegenstand sei als Gegenstand zweiter Ordnung einer sinnvollen quantifizierenden Betrachtung nicht zugänglich.

Unter bewusster Vernachlässigung der so anklingenden wissenschafts- und erkenntnistheoretischen Debatte um den Begriff des Positivismus in den Sozialwissenschaften scheint aus kognitionswissenschaftlichem Blickwinkel durchaus ein aus der Evolution des Menschen hervorgegangenes und so in der Natur des Menschen liegendes Bedürfnis mit einer damit einhergehenden Fähigkeit für eine quantitative Betrachtung der Welt ableitbar zu sein, die sich rudimentär bereits bei höheren Tieren zeigt. Diese mit dem Slogan des ‚Menschen als steinzeitlicher Statistiker‘ verbundene kognitionswissenschaftliche Erkenntnis ist dabei zu assoziieren mit der kognitiven Charakteristik einer quantitativen Betrachtung, welche von irrelevanten Details befreiend und entwirrend vom konkreten Geschehen abstrahiert und so erkenntnisgewinnende Distanz erzeugt.

Neben dieser paradigmatischen Statistikkritik wurde eine hiervon zu unterscheidende und mit dem Attribut „konstruktiv“ versehene diesbezügliche Position in Kapitel 2 dargestellt einschließlich der hiermit verbundenen Forderung, die Vermittlung und Anwendung „statistischer Rituale“ durch die Förderung „statistischen Denkens“ zu ersetzen. Soweit diese in der Kritik ausgemachte Vermittlung und Anwendung statistischer Rituale tatsächlich besteht, ist ein ideengeschichtliches Motiv ihrer Entstehung in der mittlerweile isolierten und überkommenden Vorstellung zu suchen, richtiges Denken und Schlussfolgern in einem mathematischen Sinne über eine formale Symbolmanipulation als Algorithmus begründen zu können. Dies war verbunden mit dem Ziel, so einen formalen Weg der Erkenntnis zu entwerfen, um dieser den Status eines Privilegs zu nehmen. Die hierin immanente Vernachlässigung einer sach- und modellbezogenen Perspektive ist jedoch in Anbetracht der historischen Genese statistischer Methoden, die eine Relevanz kognitiver Vorstellungsbilder ausweist, der insbesondere induktivstatistischen Fachdiskussion, welche die Annahme einer formalen Begründung statistischer Methoden negiert, sowie aufgrund der im Verwertungszusammenhang der Ergebnisse statistischer Analysen benötigte Interpretation abzulehnen.

Dem entsprechend ist der zuvor genannten, plakativen Forderung auch in Anbetracht der hier vorliegenden Befunde in einer balancierenden und synthetisierenden Hinsicht zuzustimmen. Diese Einschränkung begründet sich in der gleichwohl bestehenden und hier unberücksichtigt gebliebenen, mathematisch-formalen Dimension der theoretischen Statistik, welche in der Vermittlung einer angewandten Statistik neben der kognitiven Dimension einen angemessenen Raum benötigt, so

dass sich zwei komplementäre Bereiche ergeben die es zu synthetisieren gilt. Dies verweist auf den Bezugsbegriff der Didaktik und der kognitiven Funktion statistischer Methoden als externes mentales Werkzeug.

11.2 Anwendungsorientierte Implikationen: Aspekte der numerischen Darstellung statistischer Befunde

Im folgenden sollen die anwendungsorientierten Implikationen zur Darstellung statistischer Ergebnisse in numerischem Format präsentiert werden, welche sich im Lichte der vorangegangenen Darstellung der bestehenden kognitionswissenschaftlichen Befunde und Ansätze zur Repräsentation und Verarbeitung quantitativer Information in numerischem Format ableiten lassen.³⁸⁵

Hierbei ist zu differenzieren zwischen den kognitionswissenschaftlichen Implikationen der numerischen Darstellung von Häufigkeiten einerseits und der numerischen Darstellung der Ergebnisse einer Anwendung statistischer Verfahren auf der anderen Seite.

11.2.1 Aspekte in der numerischen Darstellung von Häufigkeiten

Die hier zu nennenden, kognitiven Aspekte in der numerischen Darstellung von Häufigkeiten entstammen in Bezug zum zugrundeliegenden Experimentalbefund insbesondere aus den Aufgaben zur kognitiven Wahrscheinlichkeitsrevision im Lichte des Theorems von Bayes, wobei in theoretischer Perspektive aus der Kognitionswissenschaft hierzu verschiedene Erklärungsansätze vorliegen.

Die aus dieser Forschungstradition abzuleitenden Aspekte der numerischen Darstellung von Häufigkeiten resultieren aus experimentellen Befunden zur Fehlerreduktion im Rahmen von Aufgabenvariationen, die zunächst der kognitionswissenschaftlichen Theorieentwicklung dienten und somit aus Theorieansätzen abgeleitet wurden. In Bezug zur numerischen Darstellung von Häufigkeiten sind hierbei als anwendungsorientierte Implikation der vorangegangenen Darstellung der kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens vier Aspekte hervorzuheben. Diese sind der Aspekt des Zahlenformates, der Aspekt der Lebens- und Erfahrungsnahe, der Aspekt der Offenlegung des zugrundeliegenden Erhebungsverfahrens und der Aspekt der Verdeutlichung mengenbezogener Aussagen im Falle bedingter Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten, welche im folgenden zusammenfassend beschrieben werden sollen.

³⁸⁵ Zur Betrachtung der grafischen Darstellung statistischer Verfahren siehe Krämer, W. 1994.

11.2.1.1 Der Aspekt des Zahlenformates

Der Aspekt des Zahlenformates bei den anwendungsorientierten Implikationen der numerischen Darstellung statistischer Häufigkeiten resultiert aus dem Ergebnis der hier erfolgten kognitionswissenschaftlichen Betrachtung statistischen Denkens. Hierbei ist im Licht experimenteller Befunde festzuhalten, dass ein Zahlenformat wie „10 von 100“ kognitiv leichter zu verarbeiten ist als beispielsweise prozentuale Zahlenformate wie die entsprechenden 10% oder Wahrscheinlichkeitsangaben in Form von $P = 0,1$. Dieser mit dem Begriff des „Natural Sampling“ titulierte Befund wurde in seiner theoretischen Betrachtung auch kognitionswissenschaftlich begründet, da unter der Annahme, dass in der evolutionären Entwicklung des Menschen bestimmte Formate quantitativer Erfahrung kognitiv angelegt und selektiert wurden, diese die Form absoluter Häufigkeiten des oben geschilderten Formates aufweist. Dieser mit dem Etikett des ‚Menschen als steinzeitlicher Statistiker‘ verbundene Befund geht auf die Perspektive der Betrachtung des primären Generierens quantitativer Erfahrung zurück, so dass das beschriebene kognitiv bevorzugte Zahlenformat bereits die Dimension der Lebens- und Erfahrungsnähe aufweist, was auf den nächsten Aspekt verweist.

Seine Begrenzung erfährt dieser Aspekt des Zahlenformates über die kognitionswissenschaftlichen Befunde zur mentalen Repräsentation von absoluten Häufigkeiten, die verbunden mit den kognitiven Prinzipien des Größen- und Distanzefektes einen Verlust der präzisen kognitiven Vorstellbarkeit überaus großer Mengen über ihre numerische Benennung belegen und die diesbezüglichen Zahlangaben wie Million oder Milliarde als Konventionen ohne kognitive Entscheidung und Genese entlarvt.

11.2.1.2 Der Aspekt der Lebens- und Erfahrungsnähe

Der Aspekt der Lebens- und Erfahrungsnähe in der numerischen Darstellung statistischer Daten resultiert aus dem kognitionswissenschaftlichen Befund, dass eine lebens- und erfahrungsnahere Darstellungsform statistischer Häufigkeiten die kognitive Verarbeitung dieser verbessert und erleichtert. Dies entspricht in theoretischer Perspektive der kognitionswissenschaftlichen Einsicht, dass die menschliche Kognition, neben allen Dimensionen der Fähigkeit zur Nutzung formaler Methoden, ausgeprägt assoziativ strukturiert und bildlich dominiert ist. Dies nimmt die kognitionswissenschaftliche Theoriebildung unter den Begriffen der ‚Mentalen Modellbildung‘ und der kognitiven Schemata auch nach einer paradigmatischen Phase der Modellierung kognitiver Prozesse unter Anwendung formaler Verfahren, der die in diesem Kontext entstandenen Ansätze und Befunde zum statistischen Denken zu verdanken ist, mittlerweile auch systematisch auf.

Der so in kognitionswissenschaftlicher Perspektive zu begründende Aspekt der Lebens- und Erfahrungsnähe in der Darstellung numerischer Häufigkeiten manifestiert sich, neben den hiermit verbundenen allgemeineren Implikationen, insbesondere in der Anschaulichkeit hierbei verwendeter Maße und Maßsysteme und erfährt dabei seine Begrenzung in der Zielsetzung der Anwendung von in physikalischer Hinsicht konsistenten Einheitensystemen, die gemeinhin im Gegensatz zu historisch gewachsenen Maßen keine Lebens- und Erfahrungsnähe aufweisen.

11.2.1.3 Der Aspekt der Offenlegung des zugrundeliegenden Erhebungsverfahrens.

Der Aspekt der Offenlegung des, den dargestellten Häufigkeiten zugrundeliegenden, Erhebungsverfahrens begründet sich in dem kognitionswissenschaftlichen Befund, dass die kognitiven Leistungen insbesondere des wahrscheinlichkeitsbezogenen statistischen Denkens durch die anschauliche Verdeutlichung des Erhebungsverfahrens verbessern lässt, aus dem der betrachteten empirischen Befund entstammt. Herauszustellen ist hierbei die veranschaulichende Beschreibung des Stichprobenraumes sowie des zugrundeliegenden Zufallsprozesses der Stichprobenkonstruktion im Falle von Teilerhebungen.

11.2.1.4 Der Aspekt der Verdeutlichung mengenbezogener Aussagen im Falle bedingter Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten

Im Lichte der betrachteten kognitionswissenschaftlichen Befunde zum statistischen und logischen Denken scheint eine grundlegende Quelle kognitiver Fehler eine in Bezug zur mengenbezogenen Aussage bedingter Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten fehlerhaften diesbezüglichen kognitiven Vorstellung zu sein, die sich bis in den Bereich des logischen Denkens zurückverfolgen lässt und zu assoziieren ist mit kognitiven Abweichungen vom Theorem von Bayes.

Diese als Konversionsfehler benannte Gleichsetzung der Wahrscheinlichkeiten $P(A|B)$ mit $P(B|A)$ zeigt sich dabei als so bedeutend, so allgegenwärtig und als gegenüber didaktischen Bemühungen so robust, dass nach der numerischen Darstellung von $P(A|B)$ ein kurzer, inhaltlicher Hinweis, dass dies $\neq P(B|A)$ sei, als legitimierbar erscheint, um so diese kognitive Fehlvorstellung über eine diesbezügliche Sensibilisierung zu unterbinden. Darüber hinaus lassen sonstige bestehende kognitionswissenschaftliche Befunde und Ansätze den Schluss zu, die kognitive Betrachtung von bedingten Aussagen sei kontraintuitiv, was das Herausstellen von Bedingungen als mengenbezogene Einschränkung und nicht als präzisierende Beschreibung legitimiert.

11.2.2 Aspekte bei der numerischen Darstellung der Ergebnisse einer Anwendung statistischer Verfahren

Neben dem Aspekt der numerischen Darstellung von empirischen Häufigkeiten ist jene der Ergebnisse einer Anwendung statistischer Verfahren als anwendungsbezogene Zusammenfassung der Bearbeitung der Aufgabenstellung dieser Arbeit im engeren Sinne anzusprechen.

Die hierbei isolier- wie benennbaren Aspekte bilden eine Synthese aus dem Stand der wissenschaftstheoretischen, methodologischen und statistischen Diskussion zur Anwendung statistischer Verfahren, der daraus abgeleiteten Kritikpunkte und Forderungen der Förderung statistischen Denkens sowie den damit in den Blickpunkt geratenen kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde zum statistischen Denken. Diese sind gemäß der eingeführten Dimensionen der Betrachtung in den Aspekt der Zahlenlogik und den Aspekt der Sachlogik unterschieden zusammenfassend darstellbar sowie um die Aspekte der urteils offenen und unsicherheitsbewahrenden Präsentation zu ergänzen.

11.2.2.1 Der Aspekt der Verfahrenstransparenz und –offenlegung zur mathematischen Zahlenlogik der Verfahren

Der Aspekt der Verfahrenstransparenz und -offenlegung bei den anwendungsorientierten Implikationen der Darstellung statistischer Befunde resultiert aus der ideengeschichtlich erklärlichen Annahme, dass die Anwendung mathematischer Verfahren im Sinne einer inhaltsunabhängigen Manipulation von Symbolen einen von einer inhaltlichen Interpretation unabhängigen, wahrheitsgenerierenden Charakter aufweist. Diese ideengeschichtliche Perspektive macht eine durch die diesbezügliche Statistikkritik ausgemachte, ritualisierte Anwendung statistischer Verfahren erklärlich, welche sich jedoch im Lichte der Modellbezogenheit statistischer Verfahren und der Interpretationsbedürftigkeit der Ergebnisse ihrer Anwendung bei wissenschaftsinternen wie -externen Verwertungszusammenhängen verbietet.

Darüber hinaus eröffnet eine Verfahrenstransparenz und –offenlegung in der Darstellung statistischer Befunde zu mindestens die Option, in deren Weiterverarbeitung von einem intuitiven zu einem analytischen Denkmodus zu gelangen und so jene kognitiven Potenziale zu erschließen, die in einer formalen und numerischen Darstellungsform als Anwendung externer und intelligenzverstärkender Werkzeuge des Geistes in Form statistischer Methoden enthalten sind.

Somit erscheint die Wahrung einer Verfahrenstransparenz und -offenlegung insbesondere vor dem Hintergrund der Erfahrung einer Diskrepanz zwischen den angewendeten statistischen Methoden und den bestehenden Kenntnissen über diese bei den Akteuren als geboten.

11.2.2.2 Der Aspekt der Verdeutlichung zugrundeliegender Modellvorstellungen in der Sachlogik der statistischen Verfahren

Eine essentialistische Betrachtung der Befunde der kognitionswissenschaftlichen Thematisierung statistischen Denkens lässt den Schluss zu, dass modellbezogene Elemente deskriptiv- wie induktivstatistischer Verfahren in unterschiedlichen graduellen Ausprägungen bestehenden kognitiven Vorstellungsbildern entsprechen, welche zu den experimentell beobachteten Übereinstimmungen zwischen kognitivem Antwortverhalten und statistischem Verfahren führten. Im Lichte dieses Befundes und dem Erkennen der Bedeutung von Vorstellungsbildern in der historischen Genese statistischer Verfahren sowie für die kognitive Interpretation der Ergebnisse ihrer Anwendung erscheint es als geboten, diese intuitiven Vorstellungsbilder in der Darstellung statistischer Befunde zu verdeutlichen und so kognitiv zu aktivieren.

Nur so erscheint es als möglich, die in der Anwendung statistischer Methoden verborgenen kognitiven Synergien zu erschliessen, die im Lichte der hier dargestellten kognitionswissenschaftlichen Befunde zum statistischen Denken auszumachen sind. Diese kognitiven Synergien erwachsen aus den komplementären Elementen einer kognitiven Eingängigkeit der den statistischen Verfahren zugrundeliegenden und ihre Sachlogik bestimmenden Vorstellungsbildern mit deren in den Verfahren enthaltenen Mathematisierung dieser Modelle als Anwendung formaler und numerischer Denkwerkzeuge des Geistes.

Der Aspekt der Verdeutlichung der zugrundeliegenden Modellvorstellungen in der Sachlogik angewendeterer statistischer Verfahren verfolgt damit das Ziel, über die Extraktion der Sachlogik an bestehende kognitive Modelle anzuschließen und so die Grundgedanken derer Mathematisierung zu statistischen Methoden jenseits dieser Formalisierung wieder aufzunehmen, um so sachbezogene Interpretationskompetenzen für die Deutung der Ergebnisse der Anwendung dieser Methoden und Verfahren kognitiv zu mobilisieren.

11.2.2.3 Der Aspekt der urteilsoffenen und unsicherheitsbewahrenden Präsentation der Ergebnisse statistischer Verfahren

Der Aspekt der urteilsoffenen und unsicherheitsbewahrenden Präsentation der Ergebnisse der Anwendung statistischer Verfahren resultiert aus dem Erkennen der Interpretationsbedürftigkeit der Ergebnisse statistischer Verfahren in wissenschaftstheoretischer und methodologischer Perspektive, die einen mathematisch mechanisierten Erkenntnisfortschritt ausschliesst. Die so die im Lichte der empirischen Befunde mit ihrer Darstellung und Analyse über die Anwendung statistischer Verfahren zu begründenden Schlussfolgerungen und Urteile sind auch und insbesondere im induktivstatistischen Bereich als außerstatistischen Gegenstand identifiziert.

Diese Präsentationsform negiert somit vor dem Hintergrund dieser Einsicht die im Lichte kognitionswissenschaftlicher Befunde und alltäglicher Erfahrung weit verbreitete und ideengeschichtlich begründbare, jedoch irriige Annahme, die Anwendung statistischer Verfahren würde eine interpretationsunabhängige Generierung sicherer menschlicher Erkenntnis über formale Symbolmanipulationen ermöglichen und so diesem Ziel menschlicher Geistestätigkeit von jeder Dimension eines Privilegs jeglicher Art befreien. Die hier vorgeschlagene Präsentationsform soll somit dem gemäß die dargelegte irriige Annahme entgegenwirken und im Sinne des „Sapere aude“ von Imanuel Kant dazu herausfordern, sich seines eigenen Verstandes in dem Verständnis und der Anwendung statistischer Verfahren sowie in der Interpretation der daraus hervorgegangenen Ergebnisse zu bedienen (Gigerenzer 2002: 38f).

12 Schlussbetrachtung und Ausblick

Diese Arbeit ist geprägt von der leitenden Fragestellung, ob die im Kontext der Kritik an der Anwendung statistischer Methoden erhobene Forderung der Ablösung der Durchführung und Vermittlung statistischer Rituale durch statistisches Denken in Bezug zur diesbezüglichen kognitionswissenschaftlichen Forschungstradition Gehalt aufweist und die hieraus ableitbaren Implikationen für die angewandte Statistik als weiterführend zu betrachten sind.

Hierzu ist festzuhalten, dass im Verweis auf das vorangegangene Kapitel hier neue und bedeutende Betrachtungsperspektiven statistischer Verfahren einschließlich anwendungsbezogener Implikationen kognitionswissenschaftlich begründet abgeleitet werden konnten. Mit dieser explizit als zu einer rein formalen und mathematischen Betrachtungsweise komplementär und ergänzend angelegten Berücksichtigung kognitiver Dimensionen in der Vermittlung und Anwendung statistischer Verfahren lässt sich die genannte, forschungsleitende Fragestellung somit bejahen.

Auf der Basis der Erfahrung bei der Bearbeitung der hier im Zentrum des Interesses stehenden, abstrakteren kognitionswissenschaftlich begründeten Perspektivenerweiterung der Sichtweise statistischer Verfahren im begrifflichen Bezugssystem von Intuition, Didaktik und Kritik ist jedoch festzuhalten, dass eine detailliertere, spezifischere und verfahrensbezogene Integration kognitionswissenschaftlicher Forschungsbefunde in die Forschung zur angewandten Statistik als lediglich teilweise vielversprechend anzusehen ist. Diese Einschränkung resultiert aus dem Tatbestand, dass die bestehenden kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde zum statistischen Denken aus deren paradigmatischen und theoretischen Entwicklung der modellierenden und theoriegeleiteten Erklärung mentaler Prozesse hervorgegangen sind, woraus im Überblick neben einer grundlegenden paradigmatischen Thematisierung der statistischen Methodologie eine relativ eingeschränkte und selektive Anwendung statistischer Verfahren in der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung zu beobachten ist. Dies verdeutlicht der Tatbestand, dass diese paradigmatische Epoche angeregt wurde durch die Aufnahme einer statistischen Grundausbildung in das Curriculum der akademischen Lehre der Psychologie. Dennoch vermag es diese zur Zeit an Bedeutung verlierende, über 40jährige Forschungstradition in der Kognitionspsychologie, die so zeigt, dass sie eben nicht für die Belange der angewandten Statistik entstanden ist, dennoch, die bestehenden kognitiven Bezugnahmen in der statistischen Methodologie durch die bestehende kognitionswissenschaftliche Perspektive zum statistischen Denken weiterführend zu beleuchten, so dass die angewandte Statistik als ‚späte Nutznießerin‘ von ihrer psychologischen Zweckentfremdung profitieren kann.

Vor diesem kognitionswissenschaftlichen Hintergrund wäre dieser vorstellbar als eine Keimzelle für eine interdisziplinär vorgehende Forschungsrichtung der angewandten Statistik, welche die bestehenden kognitionswissenschaftlichen Ansätze und Befunde systematisch weiter aufnehmen, aktuelle Entwicklungen aus der Kognitionswissenschaft in einem praxisbezogenen Ausmaß begleiten und durch eigene Forschungen in den für sie interessierenden Bereichen ergänzen.

So wäre die als bedeutend zu bezeichnende, kognitive Dimension in der Vermittlung und Anwendung statistischer Verfahren jenseits der bestehenden Statistikdidaktik in Anbetracht der aktuell zu konstatierenden Entfernung der kognitionswissenschaftlichen Theoriebildung vom Gegenstand des statistischen Denkens in seiner wissenschaftlichen Thematisierung fortzuführen und könnte sich die angewandte Statistik am interdisziplinären Projekt Kognitionswissenschaft aktiv beteiligen.

Literaturverzeichnis

ACHAM, K. (1988):

Die Allgemeinheit der Philosophie und die Besonderheit der Wissenschaften. Über konkurrierende Ansprüche bei wechselseitigem Komplementaritätsbedarf. In: **OELMÜLLER, W. (HRSG.)** Philosophie und Wissenschaft. Paderborn; München u.a. (Schöningh), S. 11 - 21.

ADORNO, TH. W.; ALBERT, H.; DAHRENDORF, R.; HABERMAS, J.; PILOT, H.; POPPER, K. R. (1993):

Der Positivismusstreit in der deutschen Soziologie. [1969]. München (dtv).

ALBERT, H. (1987):

Kritik der reinen Erkenntnislehre. Tübingen (Mohr).

ALEMANN, H. VON (1977):

Der Forschungsprozeß. Eine Einführung in die Praxis der empirischen Sozialforschung. Studienskripten zur Soziologie, hrsg. von **SCHEUCH, E. K.; SAHNER, H.** Stuttgart (Teubner).

ALLMAN, W.F. (1990):

Menschliches Denken-Künstliche Intelligenz: Von der Gehirnforschung zur nächsten Computergeneration. München (Knaur).

ALLMAN, W.F. (1999):

Mammutjäger in der Metro. Wie das Erbe der Evolution unser Denken und Verhalten prägt. Heidelberg; Berlin (Spektrum).

ALT, J. A. (1992):

Karl R. Popper. Frankfurt am Main u.a. (Campus).

ANDERSON, J. R. (1983):

The Architecture of Cognition. Cambridge (Harvard University Press).

ANDERSON, J. R. (1996):

Kognitive Psychologie. 2. Auflage Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

ANDERSSON, G. (1989):

Induktion. In: **Seiffert, H.; Radnitzky, G. (Hrsg.):** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 150 - 153.

ANDERSSON, G. (1989):

Deduktion Logisch. In: **Seiffert, H.; Radnitzky, G. (Hrsg.):** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 24 - 27.

ANDERSSON, G. (1989):

Wahr und falsch; Wahrheit. In: **Seiffert, H.; Radnitzky, G. (Hrsg.):** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 369 - 375.

ARNHEIM, R. (1985):

Anschauliches Denken. Zur Einheit von Bild und Begriff. 5. Auflage Köln (DuMont).

ATKINSON, R. C.; SHIFFRIN, R. M. (1968):

Human Memory: A Proposed System and Its Control Processes. In: **SPENCE, K.; SPENCE, J. (HRSG.):** The Psychology of Learning and Motivation. Band 2, New York (Academic Press).

ATTESLANDER, P. (2000):

Methoden der empirischen Sozialforschung. 9. Auflage Berlin u.a. (de Gruyter).

BADDELEY, A. D. (1986):

Working Memory. Oxford (Oxford University Press).

BARROW, J. D. (1999):

Ein Himmel voller Zahlen. Auf den Spuren mathematischer Wahrheit. Reinbeck bei Hamburg (Rowolt).

BASIEUX, P. (1999):

Abenteuer Mathematik. Brücken zwischen Wirklichkeit und Fiktion. Reinbeck bei Hamburg (Rowohlt).

BASIEUX, P. (2000):

Die Top Ten der schönsten mathematischen Sätze. Reinbeck bei Hamburg (Rowohlt).

BEA, W. (1995):

Stochastisches Denken: Analyse aus kognitionspsychologischer und didaktischer Perspektive. Reihe: Psychologie des Entscheidungsverhaltens und des Konfliktes, hrsg. von **CROTT, H.W.; SCHOLZ, R.W.**, Vol. 6; Frankfurt am Main; Berlin u.a. (Lang) 1995. Zugl. Diss. Universität Karlsruhe 1994.

BECK-BORNHOLDT, H. -P.; DUBBEN, H.-H. (1997):

Der Hund, der Eier legt. Erkennen von Fehlinformation durch Querdenken. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

BECK-BORNHOLDT, H. -P.; DUBBEN, H.-H. (2001):

Der Schein der Weisen. Irrtümer und Fehltritte im täglichen Denken. Hamburg (Hoffmann und Campe).

BECKENKAMP, M. (1995):

Wissenspsychologie. Zur Methodologie kognitionswissenschaftlicher Ansätze. Heidelberg (Ansanger). Zugl. Diss. Universität Saarbrücken 1994.

BECKERMANN, A. (1994):

Der Computer—ein Modell des Geistes? In: **KRÄMER, S. (HRSG.):** Geist—Gehirn—künstliche Intelligenz. Zeitgenössische Modelle des Denkens. Berlin; New York (de Gruyter).

BEHNKE, H.; BERTRAM, G.; SAUER, R. (HRSG.) (1966):

Grundzüge der Mathematik. Band. IV: Praktische Methoden und Anwendungen der Mathematik (Geometrie und Statistik). Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht).

BEHNKE, H.; BERTRAM, G.; SAUER, R. (HRSG.) (1968):

Grundzüge der Mathematik. Band. V: Praktische Methoden und Anwendungen der Mathematik (Rechenanlagen, Algebra und Analysis). Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht).

BEHRENS, E. (1994):

Überall Zufall: Eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung für belastbare Anfänger. Mannheim; Leipzig u.a. (BI-Wissenschaftsverlag).

BELL, D. (1985):

Die nachindustrielle Gesellschaft. Frankfurt am Main u.a. (Campus).

BERRETTY, P. M.; TODD, P. M.; MARTIGNON, L. (1999):

Categorization by Elimination: Using Few Cues to Choose. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 235 - 256.

BIBEL, W. (1985):

Inferenzmethoden. In: **HABEL, C. (HRSG.):** Künstliche Intelligenz. Repräsentation von Wissen und natürlich sprachliche Systeme. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer), S. 1 -9.

BIBEL, W. (1993):

Wissensrepräsentation und Inferenz: Eine grundlegende Einführung. Braunschweig; Wiesbaden (Vieweg).

BINDEL, E. (1998):

Die geistigen Grundlagen der Zahlen. Die Zahl im Spiegel der Kulturen. Elemente einer spirituellen Geometrie und Arithmetik. Praxis Anthroposophie. Stuttgart (Freies Geistesleben).

BODEN, M. A. (1992):

Die Flügel des Geistes. Kreativität und Künstliche Intelligenz. München (DTV).

BORGES, B.; GOLDSTEIN, D. G.; ORTMANN, A.; GIGERENZER, G. (1999):

Can Ignorance Beat the Stock Market? In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 59 - 74.

BOROVCNIK, M. (1992):

Stochastik im Wechselspiel von Intuition und Mathematik. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Band 10. Mannheim; Leipzig u.a. (BI- Wissenschaftsverlag).

BOROVCNIK, M.; BENTZ, H.-J.; KAPADIA, R. (1991):

A Probabilistic Perspective. In: **Kapadia, R.; Borocnik, M. (Hrsg.):** Chance Encounters: Probability in Education. Dordrecht (Kluwer), S. 27 - 71.

BOTHE, H.-H. (1995):

Fuzzy Logic. Einführung in Theorie und Anwendungen. 2. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

BRAITENBERG, V.; HOSP, I. (HRSG.) (1995):

Simulation. Computer zwischen Experiment und Theorie. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

BRAITENBERG, V.; HOSP, I. (HRSG.) (1996):

Die Natur ist unser Modell von ihr. Forschung und Philosophie. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

BRAITENBERG, V. (1996):

Entspringt die Logik dem Gehirn oder das Gehirn der Logik? In: **BRAITENBERG, V.; HOSP, I. (HRSG.):** Die Natur ist unser Modell von ihr. Forschung und Philosophie. Reinbeck bei Hamburg (Rowohlt); S. 119 - 130.

BRAND, M.; HARNISH, R.M. (HRSG.) (1986):

The Representation of Knowledge and Belief. Tucson (University of Arizona Press).

BRENNER, L. A.; KOEHLER, D. J.; LIBERMAN, V.; TVERSKY, A. (1996):

Overconfidence in Probability and Frequency Judgments: A Critical Examination. Organizational Behavior and Human Decision Processes, 65(3), S. 212 - 219.

BRÖDER, A. (1999):

PMM Theory, Overconfidence, and Representative Sampling of Items: A Review of Data. Berichte aus dem psychologischen Institut der Universität Bonn, Band 25(1), Bonn.

BRUDER, K.-J. (1982):

Psychologie ohne Bewußtsein. Die Geburt der behavioristischen Sozialtechnologie. Frankfurt am Main (Suhrkamp).

BRUNSWIK, E. (1952):

The Conceptual Framework of Psychology. In: International Encyclopedia of Unified Science. Vol. 1 (10). Chicago (The University of Chicago Press).

BRUNSWIK, E. (1955):

Representative Design and Probabilistic Theory in a Functional Psychology. Psychological Review, 62(3), 193 - 217.

BÜHLER, A. (1996):

Ist die Logik psychisch real? Überlegungen zur Anwendung der Logik in der Psychologie. In: **GADENNE, V.; WENDEL, H. J. (HRSG.):** Rationalität und Kritik. Tübingen (Mohr), S. 99 - 121.

BÜRGI, R. (1995):

Integrationskarte: Theoretische Grundlagen. In: **ROGGE, E. H. (HRSG.):** Methodenatlas. Für Sozialwissenschaftler. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer), S.231 - 239.

CAMPBELL, J. I. D. (HRSG.) (1992):

The Nature and Origin of Mathematical Skills. Amsterdam (North-Holland).

CAMPBELL, J. I. D.; CLARK, J. M. (1989):

Time Course of Error Priming in Number-fact Retrieval: Evidence for Excitatory and Inhibitory Mechanisms. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 15 (5), S. 920 - 929.

CAMPBELL, J. I. D.; CLARK, J. M. (1992):

Cognitive Number Processing: An Encoding- complex Perspective. In: **CAMPBELL, J. I. D. (HRSG.):** The Nature and Origin of Mathematical Skills. Amsterdam (North-Holland), S. 457 - 491.

CHALMERS, A. F. (1994):

Wege der Wissenschaft. Einführung in die Wissenschaftstheorie. 3. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

CHASE, V. M.; HERTWIG, R.; GIGERENZER, G. (1998):

Visions of Rationality. Trends in Cognitive Sciences, 2, S. 206 - 214.

CHENG, P. W.; HOLYOAK, K. J. (1985):

Pragmatic Reasoning Schemata. Cognitive Psychology, 17, S. 391 - 416.

CHOMSKY, N. (1981):

Regeln und Repräsentation. Frankfurt am Main (Suhrkamp).

CHURCHLAND, P. M. (2001):

Die Seelenmaschine. Eine philosophische Reise ins Gehirn. Heidelberg; Berlin (Spektrum).

CIGLER, J. (1992):

Grundideen der Mathematik. Mathematische Texte Band 5, Mannheim; Leipzig u.a. (BI-Wissenschaftsverlag).

CLARK, J. M.; CAMPBELL, J. I. D. (1991):

Integrated Versus Modular Theories of Number Skills and Acalculiar. Brain and Cognition, 17, S. 204 - 239.

CLEMENS, W.; STRÜBING, J. (HRSG.) (2000):

Empirische Sozialforschung und gesellschaftliche Praxis. Bedingungen und Formen angewandter Forschung in den Sozialwissenschaften. Opladen (Leske und Budrich).

COHEN, L. J. (1981):

Can Human Irrationality be Experimentally Demonstrated? Behavioral and Brain Sciences, 4, S. 317 - 331.

COOMBS, C. H.; DAWES, R. M.; TVERSKY, A. (1975):

Mathematische Psychologie. Eine Einführung. Weinheim (Beltz).

CUMMIS, D. D.; ALLEN, C. (HRSG.) (1998):

The Evolution of Mind. New York u.a. (Oxford University Press).

CZERLINSKI, J.; GIGERENZER, G.; GOLDSTEIN, D. G. (1999):

How Good Are Simple Heuristics? In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 97 - 118.

DAMEROW, P.; LEFEVRE, W. (HRSG.) (1981):

Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften. Stuttgart (Klett-Cotta).

DAMEROW, P. (1981):

Die Entstehung des arithmetischen Denkens. Zur Rolle der Rechenmittel in der altägyptischen und altbabylonischen Arithmetik. In: **DAMEROW, P.; LEFEVRE, W. (HRSG.):** Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften. Stuttgart (Klett-Cotta), S. 14 - 114.

DAMEROW, P. (1993):

Zum Verhältnis von Ontogenese und Historiogenese des Zahlbegriffs. In: **EDELSTEIN, W.; HOPPE- GRAFF, S. (HRSG.):** Die Konstruktion kognitiver Strukturen: Perspektiven einer konstruktivistischen Entwicklungspsychologie. Bern u.a. (Huber), S. 195 - 217.

DAVIS, PH. J.; HERSH, R. (1986):

Erfahrung Mathematik. Stuttgart u.a. (Birkhäuser).

DAWKINS, M. ST. (1996):

Die Entdeckung des tierischen Bewußtseins. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

DEHAENE, S. (1992):

Varieties of Numerical Abilities. *Cognition*, 44, S. 1 - 42.

DEHAENE, S. (1999):

Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können. Basel; Berlin u.a. (Birkhäuser).

DEWDNEY, A. K. (1994):

200 Prozent von nichts. Die geheimen Tricks der Statistik und andere Schwindeleien mit Zahlen. Berlin u.a. (Birkhäuser).

DIEKMANN, A. (1998):

Empirische Sozialforschung. Grundlagen, Methoden, Anwendungen. 4. Auflage Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

DINGES, H. (2001):

Stochastisches und deterministisches Denken. *Allgemeines statistisches Archiv*. 85(2), S. 173 - 186.

DÖRNER, D. (1987):

Problemlösen als Informationsverarbeitung. 3. Auflage Stuttgart (Kohlhammer).

DÖRNER, D. (1989):

Die Logik des Mißlingens. Strategisches Denken in komplexen Situationen. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

DUTHKE, ST. (1994):

Mentale Modelle: Konstrukte des Wissens und Verstehens. Kognitionspsychologische Grundlagen für die Software-Ergonomie. Arbeit und Technik Band 4, Göttingen; Stuttgart (Verlag für Angewandte Psychologie).

EBBINGHAUS, H. D.; HERMES, H.; HIRSEBRUCH, F.; KOECHER, M.; MAINZER, K.; NEUKIRCH, J.; PRESTEL, A.; REMMERT, R.; LAMONTE, K. (1992):

Zahlen. 3. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

EBBINGHAUS, H.-D.; VOLLMER, G. (HRSG.) (1992):

Denken unterwegs. Fünfzehn metawissenschaftliche Exkursionen. Edition Universitas. Stuttgart (Hirzel).

ECCLES, J. (1989):

Geist-Leib-Problem (Mind-Body Problem). In: **SEIFFERT, H.; RADNITZKY, G.:** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 101 - 105.

ECCLES, J. C. (2000):

Das Gehirn des Menschen. Das Abenteuer der modernen Hirnforschung. Weyarn (Seehamer).

ECKENSBERGER, L. H.; GÄHDE, U. (HRSG.) (1993):

Ethische Norm und empirische Hypothese. Frankfurt am Main (Suhrkamp).

EDELSTEIN, W.; HOPPE-GRAF, S. (HRSG.) (1993):

Die Konstruktion kognitiver Strukturen: Perspektiven einer konstruktivistischen Entwicklungspsychologie. Bern u.a. (Huber).

EDWARDS, W. (1968):

Conservatism in Human Information Processing. In: **KLEINMUNTZ, B. (HRSG.):** Formal Representation of Human Judgement. New York (Wiley), S. 17 - 52.

EDWARDS, W. (1971):

Bayesian and Regression Models of Human Information Processing – a Myopic Perspective. Organizational Behavior and Human Performance, 6, S. 639 - 648.

EDWARDS, W. (1982):

Conservatism in Human Information Processing. In: **Kahneman, D.; Slovic, P.; Tversky, A. (Hrsg.):** Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases; Cambridge (Cambridge University Press), S. 359 - 369.

ENGEL, A.; MÖHRING, M.; TROITZSCH, K. G. (1995):

Sozialwissenschaftliche Datenanalyse. Mannheim; Leipzig u.a. (BI-Wissenschaftsverlag).

EIBL-EIBESFELD, I. (2000):

Der Mensch –das riskierte Wesen. Zur Naturgeschichte menschlicher Unvernunft. 4. Auflage München u.a. (Piper).

ENGELKAMP, J. (1994):

Mentale Repräsentation im Kontext verschiedener Aufgaben. In: **KONRADT, H.-J.; GRABOWSKI, J.; MANGOLD- ALLWINN, R. (HRSG.):** Sprache und Kognition. Perspektiven moderner Sprachpsychologie. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 37 - 54.

EREV, I.; WALLSTEN, T. S.; BUDESCU, D. V. (1994):

Simultaneous Over- and Underconfidence: The Role of Error in Judgment Processes. *Psychological Review*, 101(3), S. 519 - 527.

ESCHENBACH, C. (1995):

Zählangaben–Maßangaben. Bedeutung und konzeptuelle Interpretation von Numeralia. In: **HABEL, CH.; RICKHEIT, G. (HRSG.):** Studien zur Kognitionswissenschaft. Wiesbaden (DUV). Zugl. Diss. Universität Hamburg 1993.

ESSER, H. (1991):

Alltagshandeln und Verstehen. Zum Verhältnis von erklärender und verstehender Soziologie am Beispiel von Alfred Schütz und „Rational Choice“. Tübingen (Mohr).

ESSER, H.; KLENOVITS, K.; ZEHNPFENNIG, H. (1977):

Wissenschaftstheorie. Band 1: Grundlagen und Analytische Wissenschaftstheorie. Band 2: Funktionalanalyse und hermeneutisch-dialektische Ansätze. Studienskripten zur Soziologie, hrsg. von **SCHEUCH, E. K.; SAHNER, H.** Stuttgart (Teubner).

FALK, R. (1991):

Randomness—an Ill-Defined But Much Needed Concept. *Journal of Behavioral Decision Making*, 4, S. 215 - 226.

FELSCHER, W. (1989):

Naive Mengen und abstrakte Zahlen 1. Mannheim u.a. (Bibliographisches Institut).

FERSCHL, F. (1985):

Deskriptive Statistik. 3. Auflage Würzburg u.a. (Physica).

FEUSTEL, R. (1990):

Abstammungsgeschichte des Menschen. 6. Auflage Jena (Fischer).

FIEDLER, K. (1980):

Kognitive Verarbeitung statistischer Information: Der „vergebliche Konsensus-Effekt“. Zeitschrift für Sozialpsychologie, 11(1), 25 - 37.

FIEDLER, K. (1993):

Kognitive Täuschungen. Faszination eines neuen Forschungsprogramms. In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G. (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Berlin; Heidelberg u.a. (Spektrum), S. 7 - 12.

FISCHBACH, G. D. (1992):

Geist und Gehirn. In: Spektrum der Wissenschaft, Heft 11/1992, S. 30 - 41.

FISCHBEIN, E. (1975):

The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children. Dordrecht (Riedel).

FISCHBEIN, E. (1982):

Intuition and Proof. For the Learning of Mathematics 3(2), S. 9 - 25.

FISCHBEIN, E. (1987):

Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach; Dordrecht (Riedel).

FISCHHOFF, B. (1975):

Hindsight \neq Foresight: The Effect of Outcome Knowledge On Judgment Under Uncertainty. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 1, S. 288 - 299.

FISCHHOFF, B. (1982):

Debiasing. In: **Kahneman, D.; Slovic, P.; Tversky, A. (Hrsg.):** Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases; Cambridge (Cambridge University Press), S. 422 - 444.

FISHBEIN, M. (HRSG.) (1982):

Progress in Sozial Psychology. Vol. 1. Hillsdale (Erlbaum).

FLAVELL, J. H. (1979):

Kognitive Entwicklung. Stuttgart (Klett-Cotta).

FREUDENTHAL, H.; STEINER, H. G. (1966):

Aus der Geschichte der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik. In: **BEHNKE, H.; BERTRAM, G.; SAUER, R. (HRSG.):** Grundzüge der Mathematik. Band IV: Praktische Methoden und Anwendungen der Mathematik (Geometrie und Statistik). Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht), S. 149 - 195.

FREUDENTHAL, H. (1973):

Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 2, Stuttgart (Klett).

FRIEDERICI, A. D. (1994):

Gehirn und Sprache. Neurobiologische Grundlagen der Sprachverarbeitung.
In: **KRÄMER, S.(HRSG.):** Geist–Gehirn–künstliche Intelligenz. Zeitgenössische Modelle des Denkens. Berlin u.a. (de Gruyter), S. 113 - 131.

FRIEDRICHS, J. (1990):

Methoden empirischer Sozialforschung. 14. Auflage Opladen (Westdeutscher Verlag).

FUNKE, J. (1992):

Wissen über dynamische Systeme: Erwerb, Repräsentation und Anwendung.
Berlin; Heidelberg (Springer).

GADENNE, V. (1993):

Deduktives Denken und Rationalität. In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G. (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 161 - 180.

GADENNE, V. (1996):

Bewußtsein, Kognition und Gehirn. Einführung in die Psychologie des Bewußtseins. Bern; Göttingen u.a. (Huber).

GADENNE, V.; OSWALD, M. (1986):

Entstehung und Veränderung von Bestätigungstendenzen beim Testen von Hypothesen. Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, 33, S. 360 - 374.

GADENNE, V.; WENDEL, H.J. (HRSG.) (1996):

Rationalität und Kritik. Tübingen (Mohr).

GADENNE, V.; WENDEL, H. J. (1996):

Einleitung: Rationalität und Kritik. In: **GADENNE, V.; WENDEL, H. J. (HRSG.):** Rationalität und Kritik. Tübingen (Mohr), S. 1 - 8.

GARDNER, H. (1989):

Dem Denken auf der Spur. Der Weg der Kognitionswissenschaft. Stuttgart (Klett-Cotta).

GEHLEN, A. (1957):

Die Seele im technischen Zeitalter. Sozialpsychologische Probleme in der industriellen Gesellschaft. Hamburg (Rowohlt).

GIDDENS, A. (1997):

Die Konstruktion der Gesellschaft. 3. Auflage Frankfurt am Main u.a. (Campus).

GIESEN, B. (1991):

Die Entdinglichung des Sozialen: Eine evolutionstheoretische Perspektive auf die Postmoderne. Frankfurt am Main (Suhrkamp).

GIGERENZER, G. (1981):

Messung und Modellbildung in der Psychologie. München; Basel (Reinhardt).

GIGERENZER, G. (1984):

External Validity-effekt of Laboratory Experiments: The Frequency-Validity Relationship. *American Journal of Psychology*, 97, S. 185 - 195.

GIGERENZER, G. (1988):

Woher kommen Theorien über kognitive Prozesse? In: *Psychologische Rundschau*, 39(2), S. 91 - 100.

GIGERENZER, G. (1991A):

From Tools to Theories. A Heuristic of Discovery in Cognitive Psychology. *Psychological Review*, 98, S. 254 - 267.

GIGERENZER, G. (1991B):

How to Make Cognitive Illusions Disappear: Beyond „Heuristics And Biases“. *European Review of Social Psychology*, 2, S. 83 - 115.

GIGERENZER, G. (1993):

Die Repräsentation von Information und ihre Auswirkungen auf statistischen Denken. In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G. (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg; Berlin (Spektrum), S. 99 - 127.

GIGERENZER, G. (1994):

Why the Distinction Between Single-event Probabilities And Frequencies Is Important for Psychology (And Vice Versa). In: **WRIGHT, G.; AYTON, P. (HRSG.):** Subjective probability. Chichester u.a. (Wiley), S. 129 - 161.

GIGERENZER, G. (1996):

On Narrow Norms and Vague Heuristics: A Reply to Kahneman and Tversky. *Psychological Review*, 103(3), S. 592 - 596.

GIGERENZER, G. (1997):

Bounded Rationality: Models of Fast and Frugal Inference. *Swiss Journal of Economics and Statistics*, 133, S. 201 - 217.

GIGERENZER, G. (1998A):

Ecological intelligence: An Adaptation for Frequencies. In: **CUMMINS, D. D.; ALLEN, C. (HRSG.):** The evolution of mind. New York u.a. (Oxford University Press), S. 9 - 29.

GIGERENZER, G. (1998B):

We Need Statistical Thinking, Not Statistical Rituals. Behavioral and Brain Sciences, 21(2), S. 199 – 200.

GIGERENZER, G. (1999):

Über den mechanischen Umgang mit statistischen Methoden. In: **ROTH, E.; HOLLING, H. (HRSG.):** Sozialwissenschaftliche Methoden. Lehr- und Handbuch für Forschung und Praxis. 5. Auflage München u.a. (Oldenbourg), S. 607 - 618.

GIGERENZER, G. (2002):

Das Einmaleins der Skepsis. Über den richtigen Umgang mit Zahlen und Risiken. Berlin (Berlin Verlag).

GIGERENZER, G.; GOLDSTEIN, D. G. (1996A):

Mind As Computer: Birth of a Metaphor. Creativity Research Journal, 9, S. 131 - 144.

GIGERENZER, G.; GOLDSTEIN, D. G. (1996B):

Reasoning the Fast and Frugal Way: Models of Bounded Rationality. Psychological Review, 103(4), S. 650 - 669.

GIGERENZER, G.; GOLDSTEIN, D. G. (1999):

Betting on One Good Reason: The Take The Best Heuristic. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 75 - 96.

GIGERENZER, G.; HELL, W.; BLANK, H. (1988):

Presentation and Content: The Use of Base Rate As a Continuous Variable. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 14, S. 513 - 525.

GIGERENZER, G.; HOFFRAGE, U.; KLEINBÖLTING, H. (1991):

Probabilistic Mental Models: A Brunswikian Theory of Confidence. Psychological Review, 98, S. 506 - 528.

GIGERENZER, G.; HOFFRAGE, U. (1995):

How to Improve Bayesian Reasoning Without Instruction: Frequency Formats. Psychological Review, 102, S. 684 - 704.

GIGERENZER, G.; HUG, K. (1992):

Domain-specific Reasoning: Social Contacts, Cheating and Perspective Change. *Cognition*, 43, S. 127 - 171.

GIGERENZER, G.; MURRAY, D. J. (1987):

Cognition as Intuitive Statistics. Hillsdale (Lawrence Erlbaum).

GIGERENZER, G.; SWIJTINK, Z.; PORTER, TH.; DASTON, L.; BEATTY, J.; KRÜGER, L. (1999):

Das Reich des Zufalls. Wissen zwischen Wahrscheinlichkeiten, Häufigkeiten und Unschärfen. Heidelberg; Berlin (Spektrum).

GIGERENZER, G.; TODD, P. M. (1999):

Fast and Frugal Heuristics: The Adaptive Toolbox. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 3 - 36.

GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEACH GROUP (HRSG.) (1999):

Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press).

GIPPER, H. (1992):

Unterwegs zu den Voraussetzungen der Sprachphilosophie. Anthropologisch-evolutive und sprachwissenschaftliche Überlegungen. In: **EBBINGHAUS, H. -D.; VOLLMER, G. (HRSG):** Denken unterwegs. Fünfzehn metawissenschaftliche Exkursionen. Stuttgart (Hirzel), S. 27 - 42.

GOLDMANN, A. (1986):

Epistemology and Cognition. Cambridge (Harvard University Press).

GOLDSTEIN, D. G.; GIGERENZER, G. (1999):

The Recognition Heuristic: How Ignorance Makes Us Smart. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 37 - 58.

GOODNOW, J. J.; POSTMAN, L. (1971):

Das Lernen von Wahrscheinlichkeiten in einer Problemlösungssituation. Aus: *Journal of Experimental Psychology*, 1955, 49, S. 16 – 22. In: **GRAUMANN, C. F. (HRSG.):** Denken. Neue wissenschaftliche Bibliothek Psychologie. Band 3. 5. Auflage Köln; Berlin (Kiepenheuer & Witsch), S. 296 - 305.

GOSEPATH, ST. (1992):

Aufgeklärtes Eigeninteresse. Eine Theorie theoretischer und praktischer Rationalität. Frankfurt am Main (Suhrkamp).

GOULD, S. J. (1983):

Der falsch vermessene Mensch. Stuttgart u.a. (Birkhäuser).

GRAFF, JÖRG (1992):

Soziologische Statistik. 2. Auflage Pfaffenweiler (Centaurus).

GRAUMANN, C.F. (HRSG.) (1971):

Denken. Neue Wissenschaftliche Bibliothek Psychologie 3. Köln; Berlin (Kiepenheuer & Witsch).

GRIFFIN, D.; TVERSKY, A. (1992):

The Weighing of Evidence and the Determinants of Confidence. *Cognitive Psychology*, 24(3), S. 411 - 435.

GROEBEN, N.; WESTMEYER, H. (1981):

Kriterien psychologischer Forschung. 2. Auflage München (Juventa).

GROTE, A. (1983):

Anzahl, Zahl und Menge. Die phänomenologischen Grundlagen der Arithmetik. *Paradigmata* Band 3, Hamburg (Meiner).

HABEL, C. (HRSG.) (1985):

Künstliche Intelligenz. Repräsentation und natürlich sprachliche Systeme. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

HAGER, W.; WEIßMANN, S. (1991):

Bestätigungstendenzen in der Urteilsbildung. Göttingen u.a. (Hogrefe).

HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G. (HRSG.) (1993):

Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

HELL, W.: (1993):

Gedächtnistäuschungen. In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G.: (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 13 - 38.

HENDRICHS, H. (1988):

Lebensprozesse und wissenschaftliches Denken. Zur Logik der Lebendigkeit und ihrer Erstarrung in den Wissenschaften. Freiburg; München (Alber).

HERRMANN, T.; TACK, W. H. (HRSG.) (1994):

Methodologische Grundlagen der Psychologie. Göttingen (Hogrefe).

HERTWIG, R. (1993):

Frequency-Validity-Effekt und Hindsight Bias: Unterschiedliche Phänomene-gleiche Prozesse? . In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G.: (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 39 - 71.

HERTWIG, R. (1996):

Sind die Gesetze des Denkens die Gesetze der Wahrscheinlichkeitstheorie und Logik? In **MANDL, H. (HRSG.):** Bericht über den 40. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Psychologie in München. 40, Göttingen u.a. (Hogrefe), S. 102 - 113.

HERTWIG, R.; GIGERENZER, G.; HOFFRAGE, U. (1997):

The Reiteration Effekt in Hindsight Bias. *Psychological Review*, 104, S. 194 - 202.

HERTWIG, R.; HOFFRAGE, U.; MARTIGNON, L. (1999):

Quick Estimation: Letting the Environment Do the Work. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 209 - 234.

HIPPMANN, H.- D. (1995):

Formelsammlung Statistik. UTB. Stuttgart (Schäffer- Poeschel).

HOCHSTÄDTER, D. (1991):

Statistische Methodenlehre. Ein Lehrbuch für Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler. 7. Auflage Frankfurt am Main (Deutsch).

HOFFRAGE, U. (1993):

Die Illusion der Sicherheit bei Entscheidungen unter Unsicherheit. In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G. (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Berlin; Heidelberg u.a. (Spektrum), S. 73 - 97.

HOFFRAGE, U.; HERTWIG, R. (1999):

Hindsight Bias: A Price Worth Paying for Fast and Frugal Memory. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 191 - 208.

HOLZKAMP, K. (1968):

Wissenschaft als Handlung. Berlin (de Gruyter).

HUMENBERGER, J.; REICHEL, H. CH. (1995):

Fundamentale Ideen der Angewandten Mathematik und ihre Umsetzung im Unterricht. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik. Band 31. Mannheim; Leipzig u.a. (BI-Wissenschaftsverlag).

HUSSY, W. (1986):

Denkpsychologie. Ein Lehrbuch. Band 2: Schlußfolgern, Urteilen, Kreativität, Sprache, Entwicklung, Aufmerksamkeit. Stuttgart; Berlin u.a. (Kohlhammer).

HUSSY, W. (1993):

Denken und Problemlösen. Grundriß der Psychologie, Band 8. Stuttgart; Berlin; Köln (Kohlhammer).

IFRAH, G. (1991):

Universalgeschichte der Zahlen. 2. Auflage Frankfurt am Main u.a. (Campus).

IFRAH, G. (1992):

Die Zahlen. Die Geschichte einer großen Erfindung. Frankfurt am Main u.a. (Campus).

IRRGANG, B.; KLAWITTER, J. (HRSG.) (1990):

Künstliche Intelligenz. Edition Universitas. Stuttgart (Hirzel).

IRRGANG, B.; KLAWITTER, J. (1990):

Künstliche Intelligenz. Technologischer Traum oder gesellschaftliches Trauma? In: **IRRGANG, B.; KLAWITTER, J. (HRSG.):** Künstliche Intelligenz. Edition Universalis. Stuttgart (Hirzel), S. 7 - 55.

JAHODA, M.; LAZARFELD, P. F.; ZEISEL, H. (1975):

Die Arbeitslosen vom Mariental. Ein soziographischer Versuch. [1933]. Frankfurt am Main (Suhrkamp).

JAMES, W. (1994):

Was ist Pragmatismus? Weinheim (Beltz).

JERRAD, H. G.; MCNEILL, B (1994):

Wörterbuch wissenschaftlicher Einheiten. Wiesbaden (Quelle und Meyer).

JOHNSON-LAIRD, P. N. (1983):

Mental Models: Towards a Cognitive Science of Language, Inferences, and Consciousness. Cambridge (Cambridge University Press).

JOHNSON-LAIRD, P. N. (1996):

Der Computer im Kopf. Formen und Verfahren der Erkenntnis. Übersetzung des englischen Originaltitels: The Computer and the Mind. London 1993. München (DTV).

JOHNSON-LAIRD, P.M.; BYRNE, R. (1991):

Deduction. Hillsdale, N.Y. (Erlbaum).

JOHNSON, G. (1997):

Denkmuster. Die Physiker von Los Alamos und die Pueblo-Indianer oder Das menschliche Streben die Welt zu erklären. München (Droemer Knauer).

JUNGERMANN, H.; PFISTER, H.- R.; FISCHER, K. (1998):

Die Psychologie der Entscheidung. Eine Einführung. Heidelberg, Berlin (Spektrum).

JUSLIN, P. (1994):

The Overconfidence Phenomenon as a Consequence of Informal Experimenter-guided Selection of Almanac Items. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 57(2), S. 226 - 246.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. (1972):

Subjective Probability: A Judgment of Representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, S. 430 - 454.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. (1973):

On the Psychology of Prediction. *Psychological Review*, 80(4), S. 237 - 251.

KAHNEMAN, D.; SLOVIC, P.; TVERSKY, A. (HRSG.) (1982):

Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases; Cambridge (Cambridge University Press).

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. (1982):

On the Study of Statistical Intuitions. In: **Kahneman, D.; Slovic, P.; Tversky, A. (Hrsg.):** Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases; Cambridge (Cambridge University Press), S. 493 - 508.

KAHNEMAN, D; TVERSKY, A. (1996):

On the Reality of Cognitive Illusions: A Reply to Gigerenzer's Critique. *Psychological Review*, 103(3), S. 582 - 591.

KÄLBLE, K. (1997):

Die Entwicklung von Kausalität im Kulturvergleich. Untersuchung zur historischen Entwicklungslogik der Kognition. Opladen ; Wiesbaden (Westdeutscher Verlag). Zugl. Diss. Universität Freiburg.

KANNETZKY, F. (2000):

Paradoxes Denken. Paderborn (mentis). Zugl. Diss. Universität Leipzig 1999.

KAPADIA, R.; BOROVČNIK, M. (HRSG.) (1991):

Chance Encounters: Probability in Education. Dordrecht (Kluwer).

KEIL –SLAWIK, R. (1990):

Das kognitive Schlachtfeld. In: **IRRGANG, B.; KLAWITTER, J. (HRSG.)** Künstliche Intelligenz. Edition Universitas. Stuttgart (Hirzel), S. 79 - 98.

KEREN, G. (1991):

Calibration and Probability Judgments: Conceptual and Methodological Issues, Acta Psychologica, 77, S. 217 - 273.

KEREN, G. (1997):

On the Calibration of Probability Judgments: Some Critical Comments and Alternative Perspectives. Journal of Behavioral Decision Making, 10, S. 269 - 278.

KETTELER, G. (1997):

Zwei Nullen sind noch keine Acht. Falsche Zahlen in der Tagespresse. Berlin u.a. (Birkhäuser).

KEUTH, H. (1996):

Rationalität und Wahrheit. In: **GADENNE, V.; WENDEL, H.J. (HRSG.):** Rationalität und Kritik. Tübingen (Mohr), S. 79 - 97.

KLEINMUNTZ, B. (HRSG.) (1968):

Formal Representation of Human Judgment. New York (Wiley).

KLIX, F. (1993):

Erwachendes Denken. Geistige Leistungen aus evolutionspsychologischer Sicht. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

KLIX, F. (1994):

Wissenselemente: Bausteine für Gedächtnis und Sprache. In: **KORNADT, H.-J.; GRABOWSKO, J.; MANGOLD-ALLWINN, R. (HRSG.):** Sprache und Kognition. Perspektiven moderner Sprachpsychologie. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 133 - 160.

KOCH, P.; KRÄMER, S. (HRSG.) (1997):

Schrift, Medien, Kognition. Über die Exteriorität des Geistes. Tübingen (Stauffenburg).

KOCH, P. (1997):

Graphé. Ihre Entwicklung zur Schrift, zum Kalkül und zur Liste. In: **KOCH, P.; KRÄMER, S. (HRSG.):** Schrift, Medien, Kognition. Über die Exteriorität des Geistes. Tübingen (Stauffenburg) S. 43 - 82.

KORIAT, A.; LICHTENSTEIN, S.; FISCHHOFF, B. (1980):

Reasons for Confidence. Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory, 6, S. 107 - 118.

KORNARDT, H.-J.; GRABOWSKI, J.; MANGOLD-ALLWINN, R. (HRSG.) (1994):

Sprache und Kognition. Perspektiven moderner Sprachpsychologie. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

KÖRNER, T. W. (1998):

Mathematisches Denken. Vom Vergnügen am Umgang mit Zahlen. Basel; Boston u.a. (Birkhäuser).

KORTE, H. (1992):

Einführung in die Geschichte der Soziologie. UTB. Opladen (Leske + Budrich).

KRAAK, B. (1991):

Der riskante Weg von der Information zum Wissen. Über dogmatische und konformistische Urteilsbildung. Göttingen u.a. (Hogrefe).

KRÄMER, S. (1988):

Symbolische Maschinen. Die Idee der Formalisierung in geschichtlichem Abriß. Darmstadt (Wissenschaftliche Buchgesellschaft).

KRÄMER, S. (1991):

Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert. Berlin; New York (de Gruyter).

KRÄMER, S. (HRSG.) (1994):

Geist–Gehirn–künstliche Intelligenz: Zeitgenössische Modelle des Denkens; Ringvorlesung an der Freien Universität Berlin. Berlin; New York (de Gruyter).

KRÄMER, S. (1994):

Geist ohne Bewußtsein? Über den Wandel in den Theorien vom Geist. In: **KRÄMER, S. (HRSG.):** Geist–Gehirn–Künstliche Intelligenz: Zeitgenössische Modelle des Denkens; Ringvorlesung an der freien Universität Berlin. Berlin; New York (de Gruyter), S. 88 - 112.

KRÄMER, W. (1992):

So lügt man mit Statistik. 4. Auflage Frankfurt am Main u.a. (Campus).

KRÄMER, W. (1994):

So überzeugt man mit Statistik. Frankfurt am Main u.a. (Campus).

KRÄMER, W. (1995):

Was ist faul an der Statistik-Grundausbildung an deutschsprachigen Wirtschaftsfakultäten? Allgemeines Statistisches Archiv 79(2), S. 196 - 211.

KRÄMER, W. (1998):

Denkste! Trugschlüsse aus der Welt der Zahlen und des Zufalls. München u.a. (Piper).

KRÄMER, W. (1999):

Statistik verstehen. Eine Gebrauchsanweisung. 4. Auflage Frankfurt am Main u.a. (Campus).

KRÄMER, W. (2001):

Statistik in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Allgemeines statistisches Archiv. 85(2), S. 187 - 199.

KRITZ, J.; LISCH, R.: (1988):

Methoden-Lexikon. München-Weinheim (Belz).

KROMKA, F. (1984):

Sozialwissenschaftliche Methodologie. Eine kritisch-rationale Einführung. Paderborn; München u.a. (Schöningh).

KROMREY, H. (1991):

Empirische Sozialforschung. 5. Auflage UTB Opladen (Leske + Budrich).

KUHN, T.S. (1976):

Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen. [1962] Frankfurt am Main (Suhrkamp).

KÜLPE, O. (1971):

Versuche über Abstraktion. In: **GRAUMANN, C. F. (HRSG.):** Denken. Neue wissenschaftliche Bibliothek Psychologie. Band 3. 5. Auflage Köln; Berlin (Kiepenheuer & Witsch), S. 161 - 170.

KÜTTING, H. (1994A):

Didaktik der Stochastik. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Band 23. Mannheim; Leipzig u.a. (BI-Wissenschaftsverlag).

KÜTTING, H. (1994B)

Beschreibende Statistik im Schulunterricht. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Band 24. Mannheim; Leipzig u.a. (BI-Wissenschaftsverlag).

LACHMAN, R.; LACHMAN, J. L.; BUTTERFIELD, E. C. (1979):

Cognitive Psychology and Information Processing. Hillsdale, N.Y. (Erlbaum).

LACHNIT, H. (1993):

Assoziatives Lernen und Kognition: Ein experimenteller Brückenschlag zwischen Hirnforschung und Kognitionswissenschaft. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

LAMNEK, S. (2000):

Sozialforschung in Theorie und Praxis. Zum Verhältnis von qualitativer und quantitativer Forschung. In: **CLEMENS, W.; STRÜBING, J. (HRSG.):** Empirische Sozialforschung und gesellschaftliche Praxis. Bedingungen und Formen angewandter Forschung in den Sozialwissenschaften. Opladen (Leske + Buderich), S. 23 - 46.

LASS, U.; LÜER, G.; ULRICH, M. (1987):

Lernen und Gedächtnis: Codierung und Organisation im Gedächtnis. In: **LÜER, G. (HRSG.):** Allgemeine Experimentelle Psychologie. UTB; Stuttgart (Fischer), S. 309 - 370.

LAU, CH.; BECK, U. (1989):

Definitionsmacht und Grenzen angewandter Sozialwissenschaft. Beiträge zur sozialwissenschaftlichen Forschung, Band 113. Opladen (Westdeutscher Verlag).

LEAKEY, R.; LEWIN, R. (1998):

Der Ursprung des Menschen. Frankfurt am Main (Fischer).

LENZEN, W. (1980):

Glauben, Wissen und Wahrscheinlichkeit. Heidelberg; Berlin; u.a. (Springer).

LEYENS, J.- P.; CODOL, J.- P. (1992):

Soziale Informationsverarbeitung. In: **STROEBE, W.; HEWSTONE, M.; CODOL, J.- P.; STEPHENSON, G. M. (HRSG.):** Sozialpsychologie. Eine Einführung. 2. Auflage Heidelberg; Berlin u.a. (Springer), S. 89 - 111.

LICHTENBERG, H.-G. (1989):

Logik. In: **SEIFFERT, H.; RADNITZKY, G. (HRSG.):** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S 189 - 198.

LICHTENSTEIN, S.; FISCHHOFF, B.; PHILLIPS, L. D. (1982):

Calibrations of Probabilities: The State of the Art to 1980. In: **KAHNEMAN, D.; SLOVIC, P.; TVERSKY, A. (HRSG.):** Judgment Under Uncertainty: Heuristics And biases. Cambridge (Cambridge University Press), S. 306 - 334.

LIETZMANN, W. (1972):

Wo steckt der Fehler? Mathematische Trugschlüsse und Warnzeichen. 6. Auflage Stuttgart (Teubner).

LONGO, G. O. (1995):

Die Simulation bei Mensch und Maschine. In: **BRAITENBERG, V.; HOSP, I. (HRSG.):** Simulation. Computer zwischen Experiment und Theorie. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt), S. 26 - 43.

LOPEZ, L. L. (1982):

Doing the Impossible: A Note on Induction and the Experience of Randomness. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 8, S. 626 - 636.

LOZAN, J. L.; KAUSCH, H. (1998):

Angewandte Statistik für Naturwissenschaftler. 2. Auflage Berlin (Parey).

LÜER, G. (1973):

Gesetzmäßige Denkabläufe beim Problemlösen. Ein empirischer Beitrag für eine psychologische Theorie der Entwicklung des Denkens. Weinheim; Basel (Beltz).

LÜER, G.(HRSG.) (1987):

Allgemeine Experimentelle Psychologie. UTB; Stuttgart (Fischer).

LÜKE, U. (1990):

Evolutionäre Erkenntnistheorie und Theologie. Eine kritische Auseinandersetzung aus fundamentaltheologischer Perspektive. Edition Universitas. Stuttgart (Hirzel).

MACKWORTH, A.K. (1989):

Review of Z.W. Pylyshyn, Computation and Cognition, In: Artificial Intelligence, 38, S. 239 - 251.

MANDL, H. (HRSG.) (1996):

Bericht über den 40. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Psychologie in München. 40, Göttingen u.a. (Hogrefe).

MANGELSDORFF, L. (1995):

Der Hindsight Bias im Prinzipal-Agent-Kontext. Europäische Hochschulschriften Reihe V: Volks- und Betriebswirtschaftslehre. Frankfurt am Main; Berlin u.a. (Lang). Zugl. Diss. Universität Mannheim 1994.

MARTIGNON, L.; HOFFRAGE, U. (1999):

Why Does One-Reason Decision Making Work? A Case Study in Ecological Rationality. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 119 - 140.

MARTIGNON, L.; LASKEY, K. B. (1999):

Bayesian Benchmarks for Fast and Frugal Heuristics. In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 169 - 190.

MAY, M. (2000):

Kognition im Umraum. Studien zur Kognitionswissenschaft. Wiesbaden (DUV). Zugl. Diss. Universität der Bundeswehr, Hamburg 1999.

MAY, R. S. (1987):

Realismus von subjektiven Wahrscheinlichkeiten. Eine kognitionswissenschaftliche Analyse inferentieller Prozesse beim Overconfidence- Phänomen. Europäische Hochschulschriften Reihe VI: Psychologie. Band 205. Frankfurt am Main u.a. (Lang).

MCCLELLAND, A. G. R.; BOLGER, F. (1994):

The Calibration of Subjective Probability: Theories and Models 1980-94. In: **WRIGHT, G.; AYTON, P. (HRSG.):** Subjective Probability, Chichester u.a. (Wiley), S. 453 - 482.

MCCLOSKEY, M. (1991):

Networks and Theories: The Place of Connectionism in Cognitive Science. *Psychological Science*, 2, S. 387 - 395.

MCCLOSKEY, M.; MACARUSO, P.; WHETSTONE, T. (1992):

The Functional Architecture of Numerical Processing Mechanisms: Defending the Modular Model. In: **CAMPBELL, J. I. D. (HRSG.):** The Nature and Origin of Mathematical Skills. Amsterdam (North- Holland), S. 493 - 537.

McKENNA, F. P. (1993):

It Won't Happen to Me: Unrealistic Optimism or Illusion of Control? *British Journal of Psychology*, 84 (1), S. 39 - 50.

MCNEILL, D.; FREIBERGER, P. (1994):

Fuzzy Logic. Die „unscharfe“ Logik erobert die Technik. München (Knaur).

MEINECKE, C.; KEHRER, L.: (1990):

Bielefelder Beiträge zur Kognitionspsychologie. Göttingen (Hogrefe).

MENGES, G. (1982):

Die Statistik: Zwölf Stationen des statistischen Arbeitens. Wiesbaden (Gabler).

MENNE, A. (1973):

Einführung in die Logik. 2. Auflage München (Francke).

MENNINGER, K. (1979):

Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl. 2 Bände. 3. Auflage Göttingen (Vandenhoeck und Ruprecht).

MESCHKOWSKI, H. (1997):

Mathematik verständlich dargestellt. Eine Entwicklungsgeschichte von der Antike bis zur Gegenwart. Wiesbaden (VMA).

METZINGER, TH. (1994):

Schimpansen, Spiegelbilder, Selbstmodelle und Subjekte. Drei Hypothesen über den Zusammenhang zwischen mentaler Repräsentation und phänomenalem Bewußtsein. In: **KRÄMER, S. (HRSG.):** Geist-Gehirn-Künstliche Intelligenz. Zeitgenössische Modelle des Denkens. Berlin u.a. (de Gruyter), S. 41 - 70.

MICHELS, H.- P. (1991):

Informationsverarbeitung und künstliche Intelligenz: Eine Analyse der Grundlagen der modernen Denk- und Gedächtnispsychologie. Europäische Hochschulschriften Reihe VI: Psychologie. Band 318. Frankfurt am Main u.a. (Lang). Zugl. Diss. Freie Universität Berlin 1990.

MILLER, G. A. (1956):

The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits On or Capacity for Processing Information. Psychological Review, 63, S. 81 - 97.

MÜLLER-BENEDICT, V. (2001):

Grundkurs Statistik in den Sozialwissenschaften. Eine leicht verständliche, anwendungsorientierte Einführung in das sozialwissenschaftlich notwendige statistische Wissen. Wiesbaden (Westdeutscher Verlag).

MULSER, P. (1996):

Über Voraussetzungen einer quantitativen Naturbeschreibung. In: **BRAITENBERG, V.; HOSP, I. (HRSG.):** Die Natur ist unser Modell von ihr. Reinbeck bei Hamburg (Rowohlt), S. 155 - 168.

MÜNZER, H.; STANGE, K. (1966):

Statistische Methoden. In: **BEHNKE, H.; BERTRAM, G.; SAUER, R. (HRSG.):** Grundzüge der Mathematik. Band IV: Praktische Methoden und Anwendungen der Mathematik (Geometrie und Statistik). Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht), S. 196 - 366.

NAUCK, D.; KLAWONN, F.; KRUSE, R. (1996):

Neuronale Netze und Fuzzy-Systeme. Grundlagen des Konnektionismus, Neuronaler Fuzzy-Systeme und der Kopplung mit wissensbasierten Methoden. 2. Auflage Braunschweig; Wiesbaden (Vieweg).

NEISSER, U. (1974):

Kognitive Psychologie. Stuttgart (Klett).

NEISSER, U. (1979):

Kognition und Wirklichkeit. Stuttgart (Klett).

NEUGEBAUER, O. (1969):

Vorlesungen über die Geschichte der antiken mathematischen Wissenschaften. Band 1: Vorgriechische Mathematik. 2. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

NEUHÄUSER, M. (2000):

Statistik formelfrei. Eine Einführung in die Ideen und Prinzipien statistischer Schlußweisen. Aachen (Fischer).

NEWELL, A.; SIMON, H.A. (1972):

Human Problem Solving. Englewood Cliffs, NJ (Prentice Hall).

NIEDEREE, R. (1992):

Maß und Zahl. Logisch-modelltheoretische Untersuchung zur Theorie der fundamentalen Messung. Europäische Hochschulschriften: Reihe 20. Philosophie: Band 384. Frankfurt am Main; Berlin (Lang). Zugl. Diss. Universität Bonn 1990.

NISBETT, R. E.; ROSS, L. (1980):

Human Inference: Strategies and Shortcomings of Social Judgement. Englewood Cliffs, NJ (Prentice Hall).

NISBETT, R. E.; KRANZ, D.H.; JEPSON, C.; KUNDA, Z. (1983):

The Use of Statistical Heuristics in Everyday Inductive Reasoning. *Psychological Review*, 90(4), S. 339 - 363.

NOTHBAUM, N (1997):

Experten-Entscheidung unter Unsicherheit. Kognitive Didaktik und situative Rahmung bei der Erhebung von Verteilungswissen. Reihe: Psychologie des Entscheidungsverhaltens und des Konfliktes, hrsg. von **CROTT, H.W.; SCHOLZ, R.W.**, Vol. 8. Frankfurt am Main; Berlin u.a. (Lang).

OELMÜLLER, W. (HRSG.) (1988):

Philosophie und Wissenschaft. Kolloquien zur Gegenwartsphilosophie Band 11. UTB 1513. Paderborn; München u.a. (Schöningh).

OELMÜLLER, W. (1988):

Philosophisches Orientierungswissen für unser Erkennen, Handeln und Erleiden. In: **OELMÜLLER, W. (HRSG.):** Philosophie und Wissenschaft. Paderborn; München u.a. (Schöningh), S. 79 - 92.

OERTER, R. (1971):

Psychologie des Denkens. Donauwörth (Auer).

OESTERDIEKHOFF, G. W. (1997):

Kulturelle Bedingungen kognitiver Entwicklung. Der strukturgenetische Ansatz in der Soziologie, Frankfurt am Main (Suhrkamp).

OESTERMEIER, U. (1998):

Bildliches und logisches Denken. Eine Kritik der Computertheorie des Geistes. Studien zur Kognitionswissenschaft. Wiesbaden (DUV). Zugl. Diss. Universität Tübingen 1996.

OLSON, C.L. (1976):

Some Apparent Violations of the Representativeness Heuristic in Human Judgment. *Journal of Experimental Psychology*, 2(4), S. 599 - 608.

OPWIS, K.; SPADA, H. (1994):

Modellierung mit Hilfe wissensbasierter Systeme. In: **HERRMANN, T.; TACK, W. H. (HRSG.):** Methodologische Grundlagen der Psychologie. Göttingen (Hogrefe) S. 199 - 217.

OPWIS, K.; PLÖTZNER, R. (1996):

Kognitive Psychologie mit dem Computer. Ein Einführungskurs zur Simulation geistiger Leistungen mit Prolog. Heidelberg; Berlin (Spektrum).

ORTH, E. W. (1989):

Phänomenologie. In: **SEIFFERT, H.; RADNITZKY, G. (HRSG.):** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 242 - 254.

PÄHLER, K. (1989):

Wahrscheinlichkeit. In: **SEIFFERT, H.; RADNITZKY, G. (HRSG.):** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 376 - 381.

PAULOS, J. A. (2000):

Es war 1 mal Die verborgene mathematische Logik des Alltäglichen. Heidelberg; Berlin (Spektrum).

PERRIG, W. J. (1988):

Vorstellung und Gedächtnis. Lehr- und Forschungstexte der Psychologie, Band 28, Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

PETERSON, C. R.; BEACH, L. R. (1967):

Man as an Intuitive Statistician. Psychological Bulletin, 68(1), 29 - 46.

PFRANG, H. (1993):

Internale und externale Verursachung: Die Herstellung und Aufhebung von Kontrollillusionen und Attributionsfehlern. In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G. (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 243 - 270.

PHILLIPS, J. L. (1997):

Statistisch gesehen. Grundlegende Ideen der Statistik leicht erklärt. Berlin u.a. (Birkhäuser).

PIAGET, J. (1969):

Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde. Stuttgart (Klett).

PIAGET, J. (1972):

Theorien und Methoden der modernen Erziehung. München u.a. (Fritz Molden).

PIAGET, J. (1980):

Psychologie der Intelligenz. Stuttgart (Klett- Cotta).

PIAGET, J.; INHELDER, B. (1990):

Die Entwicklung des inneren Bildes beim Kind. Frankfurt am Main (Suhrkamp).

PIATTELLI- PALMARINI, M. (1997):

Die Illusion zu wissen. Was hinter unseren Irrtümern steckt. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

PIEPMEIER, R. (1988):

Reflexionen zum Verhältnis von Philosophie und Wissenschaft. In: **OELMÜLLER, W. (HRSG.):** Philosophie und Wissenschaft. Paderborn; München (Schöningh), S. 105 - 114.

PLACH, M. (1998):

Prozesse der Urteilsrevision. Kognitive Modellierung der Verarbeitung unsicheren Wissens. Wiesbaden (DUV). Zugl. Diss. Universität Saarbrücken 1997.

POUNDSTONE, W. (1992):

Im Labyrinth des Denkens. Reinbeck bei Hamburg (Rowohlt).

PÖPPEL, E.; CHRISTALLER, TH. (HRSG.) (1996):

Die Technik auf dem Weg zur Seele. Forschungen an der Schnittstelle Gehirn/ Computer. Reinbeck bei Hamburg (Rowohlt).

POTTER, M. D. (1994):

Mengentheorie. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

PRIM, R.; TILMANN, H. (2000):

Grundlagen einer kritisch-rationalen Sozialwissenschaft. Studienbuch zur Wissenschaftstheorie Karl R. Poppers. 8. Auflage Wiebelsheim (Quelle und Meyer).

RAHLF, TH. (1998):

Deskription und Inferenz. Methodologische Konzepte in der Statistik und Ökonomie. Historische Sozialforschung, Beiheft Nr. 9. Köln. Zugl. Diss. Universität Halle-Wittenberg 1997.

RANDOW, G. VON (1992):

Das Ziegenproblem. Denken in Wahrscheinlichkeiten. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).

RAPOPORT, A. (1980):

Mathematische Methoden in den Sozialwissenschaften. Würzburg u.a (Physica).

REASON, J. (1994):

Menschliches Versagen: Psychologische Risikofaktoren und moderne Technologien. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

READ, ST. (1997):

Philosophie der Logik. Eine Einführung. Reinbeck bei Hamburg (Rowohlt).

REINERSMANN, M (1997):

Wissensbasierte Entscheidungsunterstützungssysteme. Ein interdisziplinärer Ansatz zur Entwicklung eines problem- und benutzerorientierten Gestaltungskonzepts. Bochum (Universitätsverlag Brockmeyer). Zugl. Diss. Universität Duisburg 1996.

RESCHER, N. (1994):

Warum sind wir nicht klüger? Der evolutionäre Nutzen von Dummheit und Klugheit. Edition Universitas, Stuttgart (Hirzel).

RIEDL, R. (1980):

Biologie der Erkenntnis. Die stammesgeschichtlichen Grundlagen der Vernunft. 2. Auflage Berlin; Hamburg (Parey).

RIEDL, R. (1982):

Evolution und Erkenntnis. Antworten auf Fragen aus unserer Zeit. München u.a. (Piper).

RIEDL, R. (1985):

Die Spaltung des Weltbildes. Biologische Grundlagen des Erklärens und Verstehens. Berlin; Hamburg (Parey).

RIEDL, R. (1992):

Wahrheit und Wahrscheinlichkeit. Biologische Grundlagen des Für- Wahrnehmens. Berlin; Hamburg (Parey).

RIEGER, G. J. (1976):

Zahlentheorie. Studia Mathematica, Band 29, Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht).

RIEMER, W. (1985):

Neue Ideen zur Stochastik. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik. Band 3. Mannheim u.a. (Bibliographisches Institut).

RIESKAMP, J.; HOFFRAGE, U. (1999):

When Do People Use Simple Heuristics and How Can We Tell? In: **GIGERENZER, G.; TODD, P. M. AND THE ABC RESEARCH GROUP (HRSG.):** Simple Heuristics That Make Us Smart. New York; Oxford (Oxford University Press), S. 141 - 168.

RINNE, H. (1997):

Taschenbuch der Statistik. 2. Auflage Frankfurt am Main (Deutsch).

RIPS, L. J. (1986):

Mental Muddels. In: **BRAND, M.; HARNISH, R. M. (HRSG.):** The Representation of Knowledge and Belief. Tucson (University of Arizona Press), S. 258 - 286.

ROBERT, J.-M. (1997):

Nervenkitzel. Den grauen Zellen auf der Spur. Reinbek bei Hamburg (Rohwohlt).

ROCK, I. (1998):

Wahrnehmung: Vom visuellen Reiz zum Sehen und Erkennen. Berlin; Heidelberg u.a. (Spektrum).

ROGGE, K.-E. (1995):

Basiskarte Meßtheorie. In: **ROGGE, K.-E. (HRSG.):** Methodenatlas. Für Sozialwissenschaftler. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer), S. 82 - 89.

ROGGE, K.-E. (1995):

Integrationskarte: Theoretische Aspekte quantitativer Methoden. In: **ROGGE; K.-E. (HRSG.):** Methodenatlas. Für Sozialwissenschaftler. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer), S. 286 - 293.

ROGGE, K.- E. (HRSG.) (1995):

Methodenatlas. Für Sozialwissenschaftler. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

ROHWER, G.; PÖTTER, U. (1999):

Methoden sozialwissenschaftlicher Datenkonstruktion. Ruhr-Universität Bochum, Fakultät für Sozialwissenschaft, Sektion sozialwissenschaftliche Methodenlehre und Statistik.

ROHWER, G.; PÖTTER, U. (2001):

Grundzüge der sozialwissenschaftlichen Statistik. Grundlagentexte Soziologie. Weinheim; München (Juventa).

ROMMELFANGER, H. (1994):

Fuzzy Decision Support-Systeme. Entscheiden bei Unschärfe. 2. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

RÖNZ, B.; STROHE, H. G. (HRSG.) (1994):

Lexikon Statistik. Wiesbaden (Gabler).

Ros, A (1990):

Begründung und Begriff: Wandlungen des Verständnisses begrifflicher Argumentation. 3. Bände. Band 2: Neuzeit. Hamburg (Meiner).

ROTH, E.; HOLLING, H. (HRSG.) (1999):

Sozialwissenschaftliche Methoden. Lehr- und Handbuch für Forschung und Praxis. 5. Auflage München u.a. (Oldenbourg).

ROTH, G. (1996):

Das Gehirn und seine Wirklichkeit. 5. Auflage Frankfurt am Main (Suhrkamp).

ROTT, CH. (1995):

Integrationskarte: Statistik-Nutzen und Grenzen. In: **ROGGE, K.-E. (HRSG.):** Methodenatlas. Für Sozialwissenschaftler. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer); S. 304 - 314.

RUBNER, J (1999):

Vom Wissen und Fühlen. Einführung in die Erforschung des Gehirns. München (dtv).

SACHS, L. (1997):

Angewandte Statistik. Anwendungen statistischer Methoden. 8. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

SALBER, W. (1993):

Seelenrevolution. Komische Geschichte des Seelischen und der Psychologie. Bonn (Bouvier).

SÄMMER, G. (1999):

Paradigmen der Psychologie. Eine wissenschaftstheoretische Rekonstruktion paradigmatischer Strukturen im Wissenschaftssystem der Psychologie. Diss. Universität Halle.

SAUER, R. WENKE, I. (1968):

Allgemeine Gesichtspunkte. In: **BEHNKE, H.; BERTRAM, G.; COLLATZ, L.; SAUER, R. UNGER, H. (HRSG.):** Grundzüge der Mathematik. Band V: Praktische Methoden und Anwendungen der Mathematik (Rechenanlagen, Algebra und Analysis). Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht), S. 1 - 13.

SAUERBIER, TH.; VOß, W. (2000):

Kleine Formelsammlung Statistik. München u.a. (Fachbuchverlag Leipzig).

SCHAEFER, R. E. (1976):

Probabilistische Informationsverarbeitung. Theorie, Methoden und ein Experiment. Bern; Stuttgart u.a. (Huber). Zugl. Diss. Universität Mannheim 1976.

SCHEID, H. (1992):

Wahrscheinlichkeitsrechnung. Mathematische Texte Band 6. Mannheim, Leipzig u.a. (BI-Wissenschaftsverlag).

SCHLITGEN, R. (1993):

Einführung in die Statistik: Analyse und Modellierung von Daten. 4. Auflage München u.a. (Oldenbourg).

SCHMID, U.; KINDSMÜLLER, M.C. (1996):

Kognitive Modellierung: Eine Einführung in logische und algorithmischen Grundlagen. Berlin; Heidelberg u.a. (Spektrum).

SCHNEEWEISS, H. (2001):

Wahrnehmung der Statistik in der Öffentlichkeit. Allgemeines Statistisches Archiv. 85(2). S. 151 - 172.

SCHNELL, R.; HILL, P. B.; ESSER, E. (1993):

Methoden der empirischen Sozialforschung. 4. Auflage München u.a. (Oldenbourg).

SCHWEMMER, O. (1994):

Die symbolische Existenz des Geistes. In: **KRÄMER, S. (HRSG.):** Geist-Gehirn-künstliche Intelligenz. Berlin; New York (de Gruyter), S. 3 - 40.

SCHOLZ, R. W. (1987):

Cognitive Strategies in Stochastic Thinking. Dordrecht (Riedel).

SCHOLZ, R. W. (1991):

Psychological Research in Probabilistic Understanding. In: **KAPADIA, R.; BOROVCHNIK, M. (HRSG.):** Chance Encounters: Probability in Education. Dordrecht (Kluwer), S. 213 - 254.

SCHOLZ, R. W.; KÖNTROPP, M. B. (1988):

Elemente der heuristischen Struktur beim Wahrscheinlichkeitsurteilen. Occasional Paper 104 des Institutes für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.

SCHOLZ, R. W.; MAYER, J. (1993):

Repräsentationsmodi in computergestützten Lernprogrammen zu bedingten Wahrscheinlichkeiten. Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 27. Bundestagung für Didaktik der Mathematik, S. 323 - 326.

SCHUM, D. A. (1994):

The Evidential Foundations of Probabilistic Reasoning. New York (Wiley).

SEARLE, J. R. (1980):

Minds, Brains, and Programs. In: *The Behavioral and Brain Sciences* 3, S. 353ff. Übers. Von **ENDERWITZ, U.** In: **ZIMMERLI, W. CH.; WOLF, ST. (HRSG.) 1994:** Künstliche Intelligenz. Philosophische Probleme. Stuttgart (Reclam), S. 232 - 267.

SEDELMAYER, P. (1993):

Training zum Denken unter Unsicherheit. In: **HELL, W.; FIEDLER, K.; GIGERENZER, G. (HRSG.):** Kognitive Täuschungen, Fehlleistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 129 - 160.

SEEL, N.M. (1991):

Weltwissen und mentale Modelle. Göttingen (Hogrefe). Zugl. Habil. Universität des Saarlandes 1988.

SEIFE, CH. (2002):

Zwilling der Unendlichkeit. Eine Biographie der Zahl Null. München (Goldmann).

SEIFFERT, H.; RADNITZKY, G. (HRSG.) (1989):

Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth).

SEIFFERT, H. (1989):

Deduktion. In: **Seiffert, H.; Radnitzky, G. (Hrsg.):** Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 22 - 27.

SEITZ, K. (1996):

Mentales Multiplizieren: Modalitätsspezifische Prozesse im Arbeitsgedächtnis? Hamburg (Dr. Kovač). Zugl. Diss. Universität Eichstätt 1996.

SHAUGHNESSY, J. M. (1977):

Misconceptions of Probability: An Experiment With a Small-Group, Activity-Based, Model Building Approach to Introductory Probability at the College Level. *Educational Studies in Mathematics*, 8, S. 295 – 316.

SHANNON, C. E.; WEAVER, W. (1976):

Mathematische Grundlagen der Informationstheorie. München u.a. (Oldenbourg).

SIEG, W. (1992):

Turings Problem oder: Die Mechanisierbarkeit mathematischer Erfahrung. In **EBBINGHAUS, H.-D.; VOLLMER, G. (HRSG.):** Denken unterwegs. Fünfzehn metawissenschaftliche Exkursionen. Stuttgart (Hirzel), S. 137 - 152.

SIEKMANN, J. H. (1994):

Künstliche Intelligenz. In: **Krämer, S. (Hrsg.):** Geist–Gehirn–Künstliche Intelligenz. Zeitgenössische Modelle des Denkens. Berlin; New York (de Gruyter), S. 203 - 222.

SIMON, H. A. (1957):

Models of Man: Social and Rational. New York (Wiley).

SIMON, H. A. (1994):

Die Wissenschaft vom Künstlichen. Übersetzung Simon, H. A. 1981: The Sciences of the Artificial. 2. Auflage Wien; New York (Springer).

SIMONS, D. (1981):

Vergleichende Betrachtung über die Genese des Zahlenbegriffs. In: Psychologische Beiträge, 23, S. 595 - 617.

SINGER, W. (1994):

Hirnentwicklung oder die Suche nach Kohärenz. In: **KRÄMER, S. (HRSG.):** Geist-Gehirn-künstliche Intelligenz. Zeitgenössische Modelle des Denkens. Berlin u.a. (de Gruyter), S. 165 - 188.

SLOVIC, P.; LICHTENSTEIN, S. (1971):

Comparison of Bayesian and Regression Approaches to the Study of Information Processing in Judgment. Organizational Behavior and Human Performance, 6, S. 649 - 744.

SOMMERFELD, E. (1994):

Kognitive Strukturen: Mathematisch-psychologische Elementaranalysen der Wissensstrukturierung und Informationsverarbeitung. Internationale Hochschulschriften; 114. Münster u.a. (Waxmann). Zugl. Habil. Universität Berlin 1994.

SORGER, G. (1999):

Entscheidungstheorie bei Unsicherheit. Grundlagen und Anwendungen. Stuttgart (Lucius & Lucius).

SPIES, K.; HESSE, F.; W. (1987):

Problemlösen. In: **Lüer, G. (Hrsg.):** Allgemeine Experimentelle Psychologie. UTB Stuttgart (Fischer), S. 371 - 430.

SPINNER, H. F. (1988):

Der Wandel der Wissensordnung und die neue Aufgabe der Philosophie im Informationszeitalter. Themen und Thesen zur philosophischen Bewältigung der neuen Wissenslage des kognitiv-technischen Komplexes superindustrieller Informationsgesellschaften. In: **OELMÜLLER, W. (HRSG.):** Philosophie und Wissenschaft. Paderborn; München u.a. (Schöningh), S. 61 - 78.

SPOHN, W. (1993):

Wie kann die Theorie der Rationalität normativ und empirisch zugleich sein? In: **ECHENBERG, L. H.; GÄHDE, U. (HRSG.):** Ethische Norm und empirische Hypothese. Frankfurt am Main (Suhrkamp), S. 151 - 196.

STEFFER, TH. H.: (1990):

Perspektiven konnektionistischer Modelle: Das neuronale Netzwerk als Metapher im Rahmen der kognitionspsychologischen Modellbildung. In: **Meinecke, C.; Kehrer, L.:** Bielefelder Beiträge zur Kognitionspsychologie. Göttingen (Hogrefe), S. 275 - 304.

STEGMÜLLER, W. (1971):

Das Problem der Induktion: Humes Herausforderung und moderne Antworten. Darmstadt (Wissenschaftliche Buchgesellschaft).

STEGMÜLLER, W. (1973A):

Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie. Band VI: Personelle und Statistische Wahrscheinlichkeit: 1. Halbband: Personelle Wahrscheinlichkeit und Rationale Entscheidung. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

STEGMÜLLER, W. (1973B):

Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie. Band IV: Personelle und Statistische Wahrscheinlichkeit: 2. Halbband: Statistisches Schließen – Statistische Begründung – Statistische Analyse. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

STERNBERG, R. J. (1990):

Metaphors of Mind: Conceptions of the Nature of Intelligence. Cambridge (Cambridge University Press).

STEYER, R.; EID, M. (1993):

Messen und Testen. Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

STIER, W. (1999):

Empirische Forschungsmethoden. 2. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).

- STROEBE, W.; HEWSTONE, M.; CODOL, J.-P.; STEPHENSON, G. M. (HRSG.) (1992):**
Sozialpsychologie. Eine Einführung. 2. Auflage Berlin; Heidelberg u.a. (Springer).
- STROHNER, H. (1995):**
Kognitive Systeme. Eine Einführung in die Kognitionswissenschaft. Opladen (Westdeutscher Verlag).
- TACK, W. H. (1991):**
Rationales Handeln in Sozialen Situationen. Zeitschrift für Sozialpsychologie, 22, S. 151 - 165.
- TARASSOW, L. V. (1998):**
Wie der Zufall will? Vom Wesen der Wahrscheinlichkeit. Heidelberg; Berlin (Spektrum).
- THIEL, CH. (1989):**
Funktion(alismus). In **SEIFFERT, H.; RADNITZKY, G. (HRSG.):** Handlexikon der Wissenschaftstheorie. München (Ehrenwirth), S. 86 - 87.
- THIES, CH. (1997):**
Die Krise des Individuums. Zur Kritik der Moderne bei Adorno und Gehlen. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt).
- THÜRING, M. (1991):**
Probabilistisches Denken in kausalen Modellen. Weinheim (Beltz).
- TIEDE, M. (1996):**
Repräsentativität. Diskussionspapiere aus der Fakultät für Sozialwissenschaft. Ruhr-Universität Bochum. 96-12.
- TIEDE, M. (1998):**
Anmerkungen zum Ziegenproblem und zu verwandten Paradoxien aus der Stochastik. Diskussionspapiere aus der Fakultät für Sozialwissenschaft. Ruhr-Universität Bochum. 98-5.
- TIEDE, M. (2001):**
Beschreiben mit Statistik – Verstehen. München u.a. (Oldenbourg).
- TIEDE, M.; VOß, W. (2000):**
Schließen mit Statistik – Verstehen. München u.a. (Oldenbourg).
- TRAEGER, D. H. (1994):**
Einführung in die Fuzzy-Logik. 2. Auflage Stuttgart (Teubner).

TREIBEL, A. (1993):

Einführung in soziologische Theorien der Gegenwart. UTB. Opladen (Leske + Budrich).

TURING, A. M. (1950):

Computing Machinery and Intelligence. Mind 59. Übers. **VON P.GÄNBLER**. In: **ZIMMERLI, W. CH.; WOLF, ST. (HRSG.) 1994**: Künstliche Intelligenz. Philosophische Probleme. Stuttgart (Reclam), S. 39 - 78.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. (1971):

The Belief in the Law of Small Numbers. Psychological Bulletin, 76(2), S. 105 - 110.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. (1973):

Availability: A Heuristic for Judging Frequency and Probability. Cognitive Psychology, 5, S. 207 - 232.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. (1974):

Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases. Science, 185, S. 1124 - 1131.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. (1980):

Causal Schemas in Judgments under Uncertainty. In: **FISHBEIN, M. (HRSG.)**: Progress in Social Psychology. Vol. 1. Hillsdale (Erlbaum), S. 49 - 72.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. (1982A):

Evidential Impact of Base Rates. In: **Kahneman, D.; Slovic, P.; Tversky, A. (Hrsg.)**: Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases; Cambridge (Cambridge University Press), S. 153 - 160.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. (1982B):

Judgments of and by Representativeness. In: **Kahneman, D.; Slovic, P.; Tversky, A. (Hrsg.)**: Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases; Cambridge (Cambridge University Press), S. 84 - 98.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. (1982C):

Causal Schemas in Judgment under Uncertainty. In: **Kahneman, D.; Slovic, P.; Tversky, A. (Hrsg.)**: Judgment Under Uncertainty: Heuristics And Biases; Cambridge (Cambridge University Press), S. 117 - 128.

ULRICH, O. (1990):

Über Denken nachdenken. „Künstliche Intelligenz“ aus naturphilosophischer Sicht. In: **Irrgang, B.; Klawitter, J. (Hrsg.)**: Künstliche Intelligenz. Stuttgart (Hirzel), S. 131 - 144.

VARELA, F. J.; THOMPSON, E.; ROSCH, E. (1992):

Der Mittlere Weg der Erkenntnis. Die Beziehung von Ich und Welt in der Kognitionswissenschaft – der Brückenschlag zwischen wissenschaftlicher Theorie und menschlicher Erfahrung. Bern; München (Scherz Verlag).

VELICHKOVSKY, B. M. (1994):

Sprache, Evolution und die funktionale Organisation der menschlichen Erkenntnis. In: **KORNADT, H.-J.; GRABOWSKI, J.; MANGOLD- ALLWINN, R. (HRSG.):** Sprache und Kognition. Perspektiven moderner Sprachpsychologie. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum), S. 113 - 132.

VESTER, F. (1997):

Neuland des Denkens. Vom technokratischen zum kybernetischen Zeitalter. 10. Auflage München (dtv).

VOLLMER, G. (1990):

Algorithmen als Denkzeuge. In **IRRGANG, B.; KLAWITTER, J.:** Künstliche Intelligenz. Stuttgart (Hirzel) 1990, S. 145 - 163.

VOMHOFE, R. (1995):

Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg; Berlin u.a. (Spektrum).

VOß, W. (1989):

Grundlagen der Datenverarbeitung für Sozialwissenschaftler. München u.a. (Oldenbourg).

WAGENFÜHR, R.; TIEDE, M.; VOß, W. (1971A):

Statistik leicht gemacht. Band 1: Einführung in die deskriptive Statistik. 6. Auflage Köln (Bund).

WAGENFÜHR, R.; TIEDE, M.; VOß, W. (1971B):

Statistik leicht gemacht. Band 2: Einführung in die induktive Statistik. Köln (Bund).

WALTER, A. (1966):

Einleitung. Mathematik als Einheit aus reiner und angewandter Mathematik. In: **BEHNKE, H.; BERTRAM, G.; SAUER, R. (HRSG.):** Grundzüge der Mathematik. Band IV: Praktische Methoden und Anwendungen der Mathematik (Geometrie und Statistik). Göttingen (Vandenhoeck & Ruprecht); S. 1 - 20.

WENDEL, H. J. (1996):

Fallibilismus und Letztbegründung. Über notwendige Voraussetzungen und die Kontingenz von deren Erkenntnis. In: **Gadenne, V.; Wendel, H. J. (Hrsg.):** Rationalität und Kritik. Tübingen (Mohr), S 29 - 55.

WENTURIUS, N.; VAN HOVE, W.; DREIER, V. (1992):

Methodologie der Sozialwissenschaften. Eine Einführung. Tübingen (Francke).

WERTHEIMER, M. (1971):

Über Schlußprozesse im produktiven Denken. In: **GRAUMANN, C. F. (HRSG.):** Denken. Neue Wissenschaftliche Bibliothek 3: Psychologie. 5. Auflage, S. 225 - 240.

WESSELS, M.G. (1994):

Kognitive Psychologie. 3. Auflage München; Basel (Reinhardt).

WESTERMANN, R. (1987):

Wahrnehmung. Psychophysische Skalierung und Informationsintegration. In: **LÜER, G.(HRSG.):** Allgemeine experimentelle Psychologie. UTB. Stuttgart (Fischer), S. 265 - 309.

WICKMANN, D. (1990):

Bayes-Statistik. Einsicht gewinnen und Entscheiden bei Unsicherheit. Mathematische Texte Band 4. Mannheim u.a. (Bibliographisches Institut).

WIENER, O.; BONIK, M.; HÖDICKE, R. (1998):

Eine elementare Einführung in die Theorie der Turing-Maschinen. Wien; New York (Springer).

WIESE, H. (1997):

Zahl und Numerale. Eine Untersuchung zur Korrelation konzeptueller und sprachlicher Strukturen. **BIERWITSCH, M. (HRSG.):**Studia Grammatika, Band 44. Berlin (Akademie). Zugl. Diss. Humboldt- Universität Berlin 1997.

WIRTH, W. (1997):

Von der Information zum Wissen. Die Rolle der Rezeption für die Entstehung von Wissensunterschieden. Studien zur Kommunikationswissenschaft, Band 23. Opladen (Westdeutscher Verlag).

WOODWORTH, R. S.; SELLS, S. B. (1971):

Ein atmosphärischer Effekt im formalen syllogistischen Denken. Aus: Journal of Experimental Psychology 1935, 18, S. 451ff. In: **GRAUMANN, C. F. (HRSG.):** Denken. Neue wissenschaftliche Bibliothek Psychologie. Band 3. 5. Auflage Köln; Berlin (Kiepenheuer & Witsch), S. 203 - 213.

WRIGHT, G.; AYTON, P. (HRSG.) (1994):

Subjective Probability. Chichester u.a. (Wiley).

YATES, J. F. (1990):

Judgment and Decision Making. Englewood Cliffs (Prentice Hall).

ZIMMERLI, W. CH.; WOLF, ST. (HRSG.) (1994):

Künstliche Intelligenz. Philosophische Probleme. Stuttgart (Reclam).

Lebenslauf:

Persönliche Daten:

Name: Sander
Vorname: Ralf
Wohnort: Lewackerstr. 23a
44879 Bochum
Tel.: 0234/ 9409578
Geburtsdatum: 09. August 1969
Geburtsort: Bochum
Konfession: keine
Familienstand: ledig

Bildungsweg:

Schulbesuch/Studium:

1976 – 1980 Grundschole in Bochum
1980 – 1989 Erich-Kästner-Gesamtschole in Bochum
1989 **Abschluß:** Hochschulreife für das Land Nordrhein-Westfalen
1989 – 1991 Lehramtsstudium der Sekundarstufe II an der Ruhr-Universität Bochum für die Fächer Sozialwissenschaften und Chemie.
1991 – 1998 Studium der Sozialwissenschaft an der Ruhr-Universität Bochum in der speziellen Studienrichtung „Angewandte Sozialforschung“.
1998 **Abschluß:** Diplom-Sozialwissenschaftler

Berufliche Tätigkeiten:

1998 – 1999 Mitarbeit in einem mittelständischen Unternehmen in Bochum.
Seit 1999 Wissenschaftliche Hilfskraft am Lehrstuhl für mathematische und empirische Verfahren in der Sozialwissenschaft an der Ruhr-Universität Bochum, Fakultät für Sozialwissenschaft, unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. M. Tiede.

Erklärung:

Ich versichere, dass ich die eingereichte Dissertation ohne fremde Hilfe verfaßt und andere als die in ihr angegebene Literatur nicht benutzt habe und dass alle ganz oder annähernd übernommenen Textstellen sowie verwendete Grafiken, Tabellen und Auswertungsprogramme kenntlich gemacht sind;

außerdem versichere ich, dass die Abhandlung in dieser oder ähnlicher Form noch nicht anderweitig als Promotionsleistung vorgelegt und bewertet wurde.

Unterschrift: _____

(Ralf Sander)